

К ТЕОРИИ ВНУТРЕННЕЙ КОНИЧЕСКОЙ РЕФРАКЦИИ

И. А. Базан и А. П. Хапалюк

Теоретически исследовано явление внутренней конической рефракции. Изучены поведение волн, распространяющихся строго вдоль оптической оси, и особенности получаемой рефракционной картины в зависимости от поляризации падающих волн. Рассмотрено распространение в кристалле волн, волновые нормали которых образуют малый угол с направлением оптической оси. Показано, что детали конической рефракции зависят не только от набора направлений волновых нормалей вблизи оптической оси, но и от поляризационных характеристик падающего луча. Исследованы случаи, когда волны полностью некогерентны и когда они когерентны.

Явление конической рефракции в прозрачных двуосных кристаллах были открыты еще в прошлом веке. Однако в известной нам литературе до сих пор нет достаточно полного его описания. Первоначально исходили из особенностей распространения в кристалле бесконечно узкого пучка параллельных лучей. Фойгтом была показана необходимость учета в световом пучке лучей других направлений [1, 2]. На основании простых геометрических соображений он показал, что оба световых кольца (внешнее и внутреннее) можно получить, если волновая нормаль световых лучей описывает конус с малым углом раствора вокруг направления оптической оси. Такая интерпретация стала общепринятой и подробно описана, например, в [3, 4]. В [5] теоретически более подробно исследована эта проблема. В ней изучена роль плоских волн, распространяющихся в направлениях, близких к оптической оси, получены приближенные выражения для их скоростей, поляризаций и потока энергии. Тем не менее многие стороны этого явления остались нераскрытыми. Экспериментальное исследование конической рефракции также следует считать далеко недостаточным, что, по-видимому, может быть объяснено, с одной стороны, трудностью эксперимента, а с другой стороны, отсутствием практического использования. Однако в связи с развитием квантовой оптики положение существенно изменяется. Применение явления конической рефракции открывает новые уникальные возможности управления параметрами лазерного излучения. В последнее время появились работы [6-8], в которых обсуждаются некоторые варианты использования явления конической рефракции для сканирования лазерного луча. Можно надеяться, что с получением сильно анизотропных двуосных кристаллов [9, 10] достаточной величины с хорошими оптическими характеристиками практическое использование своеобразных особенностей конической рефракции окажется весьма перспективным.

В данной работе основное внимание уделяется тем вопросам, которые не затрагиваются в статье [5].

Как известно, тензор диэлектрической проницаемости ϵ в так называемой главной (или собственной) системе координат $(x_j, j=1, 2, 3)$, принимает диагональный вид, а направления оптических осей определяются формулой

$$\operatorname{tg}^2 \varphi = \frac{\epsilon_1 (\epsilon_3 - \epsilon_2)}{\epsilon_3 (\epsilon_2 - \epsilon_1)}, \quad (1)$$

где φ — угол между осью x_1 и направлением оптической оси. Для определенности предполагаем, что главные значения тензора ε удовлетворяют неравенствам $\varepsilon_3 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1$.

Исследование внутренней конической рефракции удобнее проводить не в главной системе координат x_j , а в системе (x, y, z) , повернутой вокруг оси x_2 на угол $(\pi/2) - \varphi$ с таким расчетом, чтобы ось z была ориентирована вдоль одной из оптических осей. В этой новой системе координат тензор ε принимает вид

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & -\varepsilon_{13} \\ 0 & \varepsilon_2 & 0 \\ -\varepsilon_{13} & 0 & \varepsilon_{33} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где $\varepsilon_{11} = \varepsilon_1 \sin^2 \varphi + \varepsilon_3 \cos^2 \varphi$; $\varepsilon_{33} = \varepsilon_1 \cos^2 \varphi + \varepsilon_3 \sin^2 \varphi$; $\varepsilon_{13} = (\varepsilon_3 - \varepsilon_1) \sin \varphi \cos \varphi$.

Вдоль оси z (т. е. вдоль оптической оси) распространяются, как обычно, две линейно независимые волны с одинаковым показателем преломления $n = \sqrt{\varepsilon_2}$. Базисные решения запишем в виде (общий фазовый множитель $\exp(i\omega t - iknz)$ опускаем)

$$\left. \begin{aligned} E'_x = \varepsilon_1 \cos \varphi, E'_y = 0; E'_z = (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) \sin \varphi, H'_x = H'_y = 0; H'_z = n \varepsilon_1 \cos \varphi, \\ E''_x = E''_y = 0; E''_z = 1, H''_x = -n, H''_y = H''_z = 0. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Вторая базисная волна является чисто поперечной, электрический вектор первой волны имеет продольную составляющую и наклонен к волновой нормали под углом ψ

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1} \operatorname{tg} \varphi = \frac{\varepsilon_{13}}{\varepsilon_{33}} = h, \quad (4)$$

где h имеет смысл (при соответствующей нормировке) продольной составляющей вектора E' .

Из-за наличия продольной составляющей, направления потока энергии и волновой нормали не совпадают между собой. Причем направление потока энергии существенно зависит от поляризации волны. Для того чтобы выяснить эту зависимость, запишем общее решение как линейную комбинацию базисных решений (3) в виде (с точностью до постоянного множителя)

$$\left. \begin{aligned} E_x = \sin \alpha; E_y = \cos \alpha; E_z = h \sin \alpha, \\ H_x = -n \cos \alpha; H_y = n \sin \alpha; H_z = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Угол α (любое комплексное число $\alpha = \beta + i\mu$) определяет параметр поляризации $\kappa = \operatorname{tg} \alpha$ [11]. При вещественном значении поляризация волны линейная, а угол α определяет азимут плоскости поляризации. При комплексном κ (или α) поляризация эллиптическая, при $\mu \rightarrow \infty$ круговая. Вещественная и мнимая части κ полностью определяют эксцентриситет, ориентацию и направление обхода эллипса поляризации.

Направление распространения энергии волны (5) определяется вектором Пойнтинга P , компоненты которого с точностью до несущественного постоянного множителя находятся по формулам

$$P_x = \frac{1}{2} h \left(1 - \frac{\cos 2\beta}{\cos 2\mu} \right), P_y = \frac{1}{2} h \frac{\sin 2\beta}{\operatorname{ch} 2\mu}, P_z = 1. \quad (6)$$

Предположим, что волна (5) проходит через плоскопараллельную пластинку толщиной l вдоль оптической оси, ориентированной нормально к ее границам. Выходящий из этой пластинки луч в соответствии с формулой (6) определит какую-то точку. При непрерывном изменении параметра α (поляризации волны) эта точка будет описывать кривую. В системе тех же координат X, Y в параметрическом виде она определяется формулой

$$X + \frac{1}{2} hl = \frac{1}{2} hl \frac{\cos 2\beta}{\operatorname{ch} 2\mu}; Y = \frac{1}{2} hl \frac{\sin 2\beta}{\operatorname{ch} 2\mu}. \quad (7)$$

При изменении параметра β , что означает изменение ориентации эллипса поляризации, кривая, вычерчиваемая лучом на поверхности пластины, будет кругом с центром в точке $x_0 = \frac{1}{2}hl$, $Y_0 = 0$ и радиусом

$$R = \frac{hl}{2 \operatorname{ch} 2\mu}. \quad (8)$$

Величина радиуса зависит от эксцентриситета эллипса поляризации волны и изменяется от нуля для круговой поляризации ($\mu \rightarrow \infty$) до максимального значения $R_0 = \frac{1}{2}hl$ для линейной поляризации ($\mu = 0$).

При изменении μ ($\beta = \text{const}$), что означает при сохранении ориентации эллипса поляризации изменение его эксцентриситета, луч будет вычерчивать отрезок прямой, уравнение которой запишется в виде

$$Y = X \operatorname{tg} 2\beta + R_0 \operatorname{tg} 2\beta. \quad (9)$$

Максимальная длина отрезка равна радиусу R_0 .

Таким образом, любая точка внутри круга радиуса R_0 легко достигается лучом за счет выбора соответствующей поляризации волны. При изменении обоих параметров луч описывает некоторую площадь внутри круга. Геометрические размеры этих фигур пропорциональны толщине слоя и продольной составляющей электрического вектора.

Для определенным образом заданной поляризации луча точка его выхода из пластинки будет описывать некоторую кривую. В принципе это может быть любая кривая (или фигура), которая помещается внутри круга радиуса R_0 . Нетрудно найти закон изменения параметров поляризации для того, чтобы выходящий луч описывал наперед заданную кривую. Тем самым решается довольно простыми методами важная задача управления положением луча (сканирования). Практическая реализация этой возможности может оказаться сложной из-за небольших размеров светового пятна на экране. Например, для известных сильно анизотропных кристаллов [12], таких как арагонит ($\epsilon_1 = 2.344$, $\epsilon_2 = 2.829$, $\epsilon_3 = 2.843$) или вевеллит ($\epsilon_1 = 2.232$, $\epsilon_2 = 2.434$, $\epsilon_3 = 2.746$), угол ψ весьма мал (для арагонита $\approx 1^\circ 48'$, для вевеллита $\approx 5^\circ 48'$). Если толщина пластины таких кристаллов равна 1 см, то максимальные размеры круга ≈ 1 мм и, следовательно, для хорошей визуализации требуется увеличение. Однако использование сильно анизотропных кристаллов (особенно в более длинноволновой области спектра) и высококоллимированных узконаправленных лазерных лучей открывает реальные возможности применения явления внутренней конической рефракции.

Четкая и довольно простая зависимость параметров рефракции от поляризации распространяющейся волны открывает также возможности поляризационного анализа света, в том числе естественного или частично поляризованного, т. е. выяснения его внутренней структуры. Величина и характер освещенности рефракционной картины однозначно связаны с поляризацией луча. Расшифровка ее не должна составить трудностей, так как соответствующие формулы довольно просты.

Наличие в реальном световом пучке составляющих с разными направлениями волновой нормали сказывается на характеристиках рефракции [2]. Для волн, распространяющихся вблизи оптической оси, направление волновой нормали \mathbf{n} будем задавать компонентами n_x и n_y . Третью компоненту n_z необходимо находить из известного уравнения нормалей Френеля. С точностью до n_z^2 включительно значения определяются формулами

$$\left. \begin{aligned} n'_z &= \sqrt{\epsilon_2} - n_r h \sin^2(\sigma/2) - n_r^2 \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_2}} \left(\cos^2(\sigma/2) + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{33}} \sin^2(\sigma/2) \right), \\ n''_z &= \sqrt{\epsilon_2} + n_r h \cos^2(\sigma/2) - n_r^2 \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_2}} \left(\sin^2(\sigma/2) + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{33}} \cos^2(\sigma/2) \right), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

где $n_r = \sqrt{n_x^2 + n_y^2}$, $n_x = n_r \cos \sigma$, $n_y = n_r \sin \sigma$.

Базисные решения учитывают различие в показателях преломления и с точностью до n_r могут быть записаны в виде (временной множитель $\exp i\omega t$ опускается)

$$\left. \begin{aligned} E'_x &= -\sin(\sigma/2) e^{i\eta'}; & E'_y &= \cos(\sigma/2) e^{i\eta'}; & E'_z &= -h \sin(\sigma/2) \left(1 - n_r \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\varepsilon_{33}}\right) e^{i\eta'}, \\ H'_x &= -\cos(\sigma/2) (\sqrt{\varepsilon_2} + n_r h \sin^2(\sigma/2)) e^{i\eta'}; \\ H'_y &= -\sin(\sigma/2) (\sqrt{\varepsilon_2} - n_r h \cos^2(\sigma/2)) e^{i\eta'}, \\ H'_z &= n_r \cos(\sigma/2) e^{i\eta'}, & \eta' &= -k(n', r); \end{aligned} \right\} (11')$$

$$\left. \begin{aligned} E''_x &= \cos(\sigma/2) e^{i\eta''}, & E''_y &= \sin(\sigma/2) e^{i\eta''}, & E''_z &= h \cos(\sigma/2) \left(1 + n_r \frac{\sqrt{\varepsilon_2}}{\varepsilon_{33}}\right) e^{i\eta''}, \\ H''_x &= -\sin(\sigma/2) (\sqrt{\varepsilon_2} - n_r h \cos^2(\sigma/2)) e^{i\eta''}, \\ H''_y &= \cos(\sigma/2) (\sqrt{\varepsilon_2} + n_r h \sin^2(\sigma/2)) e^{i\eta''}, \\ H''_z &= -n_r \sin(\sigma/2) e^{i\eta''}, & \eta'' &= -k(n'', r). \end{aligned} \right\} (11'')$$

Для наших целей точность формул (10), (11) вполне достаточна. С точностью до 10^{-3} , т. е. с той точностью, с которой обычно измеряются показатели преломления кристаллов, они пригодны, например, для вевеллита Г1 при $n_r \leq 0.2$, что соответствует конусу падающих лучей с углом раствора $\approx 14^\circ$.

Дальнейшее рассмотрение поведения волн (11) в кристалле можно проводить различным образом. Можно предположить, что базисные волны независимы между собой (некогерентны) и, следовательно, поведение их следует изучать по отдельности. В известной нам литературе придерживаются именно такой точки зрения, хотя это предположение является далеко не общим. Если базисные волны возбуждаются падающей на кристалл волной определенной поляризации, то они будут когерентны.¹

Это необходимо учитывать при вычислении энергетических характеристик поля внутри (и вне) кристалла. От степени когерентности базисных решений будут зависеть многие детали конических рефракций.

В первом случае, когда базисные решения полностью некогерентны, фактически имеем дело только с линейно поляризованными волнами (11). Координаты точки выхода луча для волны (11') с достаточной степенью приближения можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} X' &= -R_0 + \frac{\ln n_r}{2\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}}\right) + \left[R_0 + \frac{\ln n_r}{2\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}}\right) \right] \cos \sigma, \\ Y' &= \left[R_0 + \frac{\ln n_r}{2\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}}\right) \right] \sin \sigma. \end{aligned} \right\} (12')$$

С той же степенью точности для волны (11'') получаются несколько другие формулы

$$\left. \begin{aligned} X'' &= -R_0 - \frac{\ln n_r}{2\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}}\right) - \left[R_0 - \frac{\ln n_r}{2\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}}\right) \right] \cos \sigma, \\ Y &= - \left[R_0 - \frac{\ln n_r}{2\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}}\right) \right] \sin \sigma. \end{aligned} \right\} (12'')$$

При изменении угла σ лучи описывают конусы, уравнения которых

$$\left. \begin{aligned} \left[X + \frac{1}{2} Zh - \frac{1}{2} Z \frac{n_r}{\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}}\right) \right]^2 + Y^2 - Z^2 \frac{1}{4} \left[h + \frac{n_r}{\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}}\right) \right]^2 &= 0, \\ \left[X + \frac{1}{2} Zh + \frac{1}{2} Z \frac{n_r}{\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}}\right) \right]^2 + Y^2 - Z^2 \frac{1}{4} \left[h - \frac{n_r}{\sqrt{\varepsilon_2}} \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}}\right) \right]^2 &= 0. \end{aligned} \right\} (13)$$

¹ Такой когерентностью базисных решений объясняются, например, известные свойства «четвертьволновых» пластинок [4].

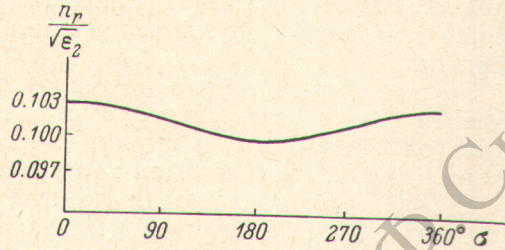
Конусы лучей (13) при выходе из пластинки образуют конусы, радиусы которых зависят от n_r . При $n_r = 0$ оба конуса (13) совпадают и в пересечении с поверхностью кристалла образуют круг рефракции

$$(X + R_0)^2 + Y^2 = R_0^2. \quad (14)$$

При отклонении волновой нормали от оптической оси (при увеличении n_r) конусы (13) не совпадают между собой. Круг, который образуют концы вектора Пойнтинга волны (12') на поверхности пластинки, всегда больше круга рефракции. При увеличении n_r увеличивается радиус круга $R = R_0 + \frac{ln_r}{2\sqrt{\epsilon_2}} \left(1 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{33}}\right)$ и изменяется положение его центра $\left\{-R_0 + \frac{ln_r}{2\sqrt{\epsilon_2}} \times$

$\times \left(1 - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{33}}\right), 0\right\}$. Конус волны (11'') имеет другой характер. Концы векторов Пойнтинга (12'') при увеличении n_r будут лежать на окружностях с уменьшающимся радиусом внутри круга рефракции вплоть до значения n_r равного

$$n_{rT} = h\sqrt{\epsilon_2} \frac{\epsilon_{33}}{\epsilon_2 + \epsilon_{33}}, \quad (15)$$



Зависимость n_r от σ для вевеллита TI. Вектор Пойнтинга волны (11'') дает круг рефракции.

при котором окружность вырождается в точку. При дальнейшем увеличении n_r опять получаются концы векторов Пойнтинга, но уже с увеличивающимся радиусом. Увеличивающийся круг пересекается с кругом рефракции при

$$n_r = \frac{2\sqrt{\epsilon_2}R_0}{l} \frac{\sin^2(\sigma/2) + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{33}} \cos^2(\sigma/2)}{\sin^2(\sigma/2) + \frac{\epsilon_2^2}{\epsilon_{33}^2} \cos^2(\sigma/2)}. \quad (16)$$

Эта зависимость представлена на рисунке. Из него хорошо видно, что значения n_r , для которых концы векторов Пойнтинга попадают на круг рефракции, лежат в узком интервале при изменении σ от 0 до 2π . Все эти концы также не являются концентрическими, координаты центров $\left\{-R_0 - l \frac{n_r}{2\sqrt{\epsilon_2}} \left(1 - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{33}}\right), 0\right\}$ зависят от n_r , положение центра перемещается вдоль оси X.

При заданных значениях n_r и σ лучи выходят в точках (12') и (12''). При изменении эти точки движутся по двум окружностям в одном направлении, но для n_r , меньших n_{rT} , определенного равенством (15) точки внутренних кругов будут как бы отставать по фазе от соответствующих точек внешних кругов на π . При n_r больших n_{rT} такого отставания уже нет, точки движутся синхронно.

Отметим, также что азимут точки выхода луча для внешних кругов

$$\operatorname{tg} \rho' = \frac{\sin \sigma}{2} \frac{1 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{33}}}{\cos^2(\sigma/2) - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{33}} \sin^2(\sigma/2)}$$

и для внутренних

$$\operatorname{tg} \rho'' = -\frac{\sin \sigma}{2} \frac{1 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{33}}}{\sin^2(\sigma/2) - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_{33}} \cos^2(\sigma/2)}$$

не совпадает с азимутом σ волновой нормали падающей волны, а зависит еще от главных значений тензора диэлектрической проницаемости кристалла.

Таким образом, любая точка на поверхности пластинки в области вблизи круга рефракции может быть получена двояким образом. Если эта точка внутри круга рефракции, то она может быть получена либо за счет волны, распространяющейся вдоль оптической оси при специальном выборе ее поляризации, либо за счет волны (11'') при соответствующем выборе направления волновой нормали. В последнем случае поляризация волны всегда линейная, но азимут поляризации зависит от направления волновой нормали.

Если точка находится вне круга рефракции, то она может быть достигнута либо за счет волны (11'), либо за счет волны (11''), причем она получается для одной и другой волны при различных направлениях волновой нормали.

Точки на круге рефракции могут быть получены при линейной поляризации волн в одном случае, если волновая нормаль направлена строго вдоль оптической оси, в другом случае — при специальном выборе направления волновой нормали волны (11'').

В результате получается, что, как и в общем случае, направлению лучевого вектора вблизи оптической оси соответствуют всегда два направления волнового вектора. Различие состоит в том, что если направление луча находится внутри конуса рефракции, то для всех таких точек одно из двух направлений волновой нормали всегда одно и то же и совпадает с направлением оптической оси.

В общем случае любую точку вблизи конуса рефракции можно достигнуть за счет выбора направления волновой нормали. Эту же точку вторично можно получить за счет выбора поляризации. Таким образом, детали явления конических рефракций зависят не только от набора различных направлений волновых нормалей вблизи оптической оси, но и от поляризационных характеристик падающего луча. Обычно же особенности явлений конических рефракций в согласии с работами Фойгта объясняют только исходя из наличия расходящихся пучков без достаточного учета его поляризационных характеристик.

При изучении поведения луча волн, распространяющихся вдоль оптической оси, выяснилась принципиально важная роль их поляризации. С другой стороны, при изучении поведения волн, распространяющихся под небольшим углом к оптической оси (11), имеем дело только с линейной поляризацией. Это связано с тем, что общие решения уравнений Максвелла для таких направлений естественным образом распадаются на два, представляющих различающиеся между собой показателем преломления линейно поляризованные волны. Эти две волны в частных случаях ведут себя независимо одна от другой, что и дает возможность рассматривать их по отдельности.

Однако это условие выполняется не всегда. Возможен и такой случай, когда обе волны в кристалле возбуждаются одной и той же волной, и, следовательно, независимо от различия в показателях преломления их следует считать когерентными. Тем более, что вблизи оптической оси разница в показателях преломления мала и непрерывно изменяется начиная от нуля. Когерентные свойства этих волн должны особенно проявляться в тонких пластинках двуосного кристалла и при прохождении высококоллимированных пучков лазерного излучения. Все это говорит о том, что такая когерентность должна сказываться на характере явлений конических рефракций.

Для того чтобы учесть когерентность базисных волн (11), необходимо при вычислении энергетических характеристик и в первую очередь вектора потока энергии учитывать их взаимосвязь.

Компоненты потока энергии линейной комбинации волн (11) с комплексными коэффициентами a и b с точностью до несущественного постоянного множителя запишутся в виде

$$\begin{aligned}
 P_x = & -|a|^2 \left[\sqrt{\varepsilon_2} h \sin^2(\sigma/2) - n_r \left(\cos^2(\sigma/2) + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}} \sin^2(\sigma/2) \right) \right] + \\
 & + |b|^2 \left[\sqrt{\varepsilon_2} h \cos^2(\sigma/2) - n_r \left(\sin^2(\sigma/2) + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}} \cos^2(\sigma/2) \right) \right] + \\
 & + \sqrt{\varepsilon_2} h \sin \sigma \operatorname{Re} (ab^* e^{i\eta' - i\eta''}), \\
 P_y = & \left\{ |a|^2 \left[\sqrt{\varepsilon_2} h + n_r \left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}} \right) \right] - |b|^2 \left[\sqrt{\varepsilon_2} h - n_r \left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}} \right) \right] \right\} \times \\
 & \times \sin(\sigma/2) \cos(\sigma/2) - \left[\sqrt{\varepsilon_2} h \cos \sigma + n_r \left(1 + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_{33}} \right) \right] \operatorname{Re} (ab^* e^{i\eta' - i\eta''}), \\
 P_z = & \sqrt{\varepsilon_2} (|a|^2 + |b|^2).
 \end{aligned} \tag{17}$$

Из (17) следует, что направление луча волны, которая представляет собой линейную комбинацию базисных решений (11), будет другим. Оно зависит от параметров каждой волны в отдельности, но, кроме того, имеются члены, зависящие от обеих волн одновременно (интерференционные члены). Эти интерференционные члены периодичны по координате, однако период у них сравнительно большой, и при явлениях конических рефракций не должны усредняться. Величина каждого интерференционного члена зависит также от составляющих базисных волн (от величин a и b), что в свою очередь определяется характеристиками падающей на анизотропный слой волны. В общем случае эта падающая волна возбуждает обе волны с соответствующей интенсивностью и сдвигом фаз. От этих параметров также будет зависеть освещенность рефракционной картины.

Экспериментально круг рефракции (14) проявляется в виде темного кольца, разделяющего внутреннее и внешнее кольца рефракции [1-4]. Из формул (8), (16) появление темного кольца следует объяснить двумя причинами: 1) волна, распространяющаяся вдоль бинормали, не должна быть линейно поляризованной, 2) угол наклона волновой нормали волны (11'') должен быть достаточно мал.

Литература

- [1] W. Voigt. Phys. Z., 6, 673, 1905.
- [2] W. Voigt. Phys. Z., 6, 818, 1905.
- [3] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. Изд. «Наука», М., 1970.
- [4] Р. Дитчберн. Физическая оптика. Изд. «Наука», М., 1965.
- [5] D. L. Portigal, E. Burstein. J. Opt. Soc. Am., 59, 1567, 1969.
- [6] A. Bramley. Appl. Phys. Letters, 5, 210, 1964.
- [7] R. P. Burns. Appl. Opt., 3, 1505, 1964.
- [8] W. Haas, R. Johannes. Appl. Opt., 5, 1808, 1966.
- [9] Д. Ф. Королев, Ю. В. Погодин, Кристаллография, 15, 564, 1970.
- [10] В. Т. Душников, В. П. Дунин. Геохимия, 9, 1131, 1967.
- [11] Ф. И. Федоров. Оптика анизотропных сред. Изд. АН БССР, Минск, 1958.
- [12] В. Е. Трегер. Оптическое определение породообразующих минералов. Изд. «Недра», М., 1968.

Поступило в Редакцию 19 июля 1972 г.