

где  $A, B \in \mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n \times n})$ ,  $F, G \in \mathbb{C}(D_{\tilde{\rho}}, \mathbb{R}^{n \times n})$ ,  $I = [0, \omega]$ ,  $D_{\tilde{\rho}} = \{(t, X) : t \in I, \|X\| < \tilde{\rho}\}$ ,  $\omega > 0$ ,  $0 < \tilde{\rho} \leq \infty$ ,  $M, N$  — постоянные  $(n \times n)$ -матрицы; функции  $F(t, X)$ ,  $G(t, X)$  удовлетворяют в  $D_{\tilde{\rho}}$  относительно  $X$  условию Липшица (локально);  $F(t, 0) \neq 0$ ,  $G(t, 0) \neq 0$ ,  $r \in \mathbb{R}$ .

Данная работа является продолжением [1]. Введем следующие обозначения:

$$D_\rho = \{(t, X) : t \in I, \|X\| \leq \rho\}, \quad \mu_1 = \max_t \|V(t)\|, \quad \mu_2 = \max_t \|V^{-1}(t)\|, \quad \alpha = \max_t \|A(t)\|,$$

$$\varepsilon = |r|, \quad P = N^{-1}M, \quad Q = -V(\omega), \quad \gamma = \|\Phi^{-1}\|, \quad h_1 = \max_t \|F(t, 0)\|, \quad h_2 = \max_t \|G(t, 0)\|,$$

$$m = \max\{\|P\|, \|Q\|\}, \quad q = \gamma \mu t \omega (\alpha + L_1 + \varepsilon L_2), \quad p = \gamma \mu t \omega (h_1 + \varepsilon h_2),$$

где  $t \in I$ ,  $0 < \rho < \tilde{\rho}$ ,  $\mu = \mu_1 \mu_2$ ,  $\Phi$  — линейный оператор,  $\Phi X = PX - XQ$ ,  $L_1 = L_1(\rho) > 0$ ,  $L_2 = L_2(\rho) > 0$  — постоянные Липшица для функций соответственно  $F(t, X)$ ,  $G(t, X)$ ,  $\|\cdot\|$  — согласованная норма матриц;  $dV/dt = VB(t)$ ,  $V(0) = E$  — единичная матрица.

Установлено, что при выполнении условий [1]:  $\det N \neq 0$ , матрицы  $P, Q$  не имеют общих характеристических чисел,  $q < 1$ ,  $p \leq \rho(1 - q)$  задача (1), (2) однозначно разрешима в области  $D_\rho$ . Ее решение представимо как предел равномерно сходящейся последовательности функций, определяемых по алгоритму типа [2, 3]:

$$X_{k+1}(t) = - \left\{ \Phi^{-1} \left[ P \int_t^\omega (A(\tau)X_k(\tau) + F(\tau, X_k(\tau)) + rG(\tau, X_k(\tau)))V^{-1}(\tau) d\tau + \right. \right. \\ \left. \left. + \int_0^t (A(\tau)X_k(\tau) + F(\tau, X_k(\tau)) + rG(\tau, X_k(\tau)))V^{-1}(\tau) d\tau Q \right] \right\} V(t), \quad k = 0, 1, 2, \dots,$$

где  $X_0(t)$  — произвольная матричная функция класса  $\mathbb{C}(I, \mathbb{R}^{n \times n})$ , при этом  $\|X_0(t)\| \leq \rho$ .

### Литература

1. Маковецкий И. И. *О двухточечной краевой задаче для нелинейного матричного уравнения Ляпунова с параметром* // Междунар. науч. конф. «XIV международная научная конференция по дифференциальным уравнениям (Еругинские чтения–2014)»: тез. докладов Междунар. науч. конф., Новополоцк, 20–22 мая 2014 г. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 2014. С. 69–70.
2. Лаптинский В. Н. *Конструктивный анализ управляемых колебательных систем*. Мн.: Ин-т математики НАН Беларуси, 1998.
3. Лаптинский В. Н., Маковецкий И. И., Пугин В. В. *Матричные дифференциальные уравнения Ляпунова и Риккати*. Могилев: БРУ, 2012.

## ОТРАЖАЮЩАЯ ФУНКЦИЯ И ОГРАНИЧЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ

В.И. Мироненко

Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, Гомель, Беларусь  
vmironenko@tut.by

**Теорема.** Пусть дифференциальная система  $\dot{x} = P(t)x$  с непрерывной ограниченной на  $\mathbb{R}$  матрицей  $P(t)$ , приводимая на  $\mathbb{R}$  к системе с постоянной матрицей, имеет ограниченную на  $\mathbb{R}$  отражающую матрицу [1, с. 30]. Тогда все решения этой системы ограничены на  $\mathbb{R}$ , а сама система устойчива.

### Литература

1. Мироненко В. И. *Отражающая функция и периодические решения дифференциальных уравнений*. Мн.: «Университетское», 1986.