Путем спектральной селекции, т. е. выделения излучения из соответствующих спектральных областей, получены оптические импульсы излучения за счет генерации в коротковолновой и импульсно-модулированное непрерывное излучение в длинноволновой областях спектра.

Список литературы

1. Богданович О. В., Дарзнек С. А., Елисеев П. Г. Полупроводниковые лазеры. М., 1976.
2. Кейси Х., Паниш М. Лазеры на гетероструктурах. М., 1981. Т. 1, 2.
3. Жарников С. Д., Манак И. С., Пучин Ю. В., Шилов А. Ф. // ИФЖ. 1984. Т. 10. № 6. С. 1025.

Поступила в редакцию 21.02.89.

УДК 517.977

В. С. СМОРОДИН

СВЯЗЬ ВЕКТОРНОГО ИМПУЛЬСА С ФУНКЦИОНАЛОМ БЕЛЛМАНА ДЛЯ СИСТЕМ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

Использование динамического программирования в теории особых управлений связано, как известно, с возможностью получения уравнений, определяющих оптимальное управление, что в конечном счете позволяет сформулировать достаточные условия оптимальности особых управлений.

Рассмотрим систему

$$\dot{x}(t) = \int_{-h}^{0} f(x(t),\ x(t+s),\ u(t),\ t)\,ds,\ \ t \in [t_0,\ t_1] = T, \tag{1}$$

$$x_0(\cdot) = \{\varphi_0(\tau),\ \tau \in [t_0 - h,\ t_0),\ x(t_0) = x_0\},\ \ h > 0 \tag{2}$$

с распределенным запаздыванием, где $x(t)$ — n-вектор выходных переменных: $u(t)$ — m-вектор управления класса кусочно-непрерывных функций со значениями из U, U-компакт из R^m; $\varphi_0(\tau)$ — кусочно-непрерывная n-мерная векторная функция.

Пусть на траекториях системы (1) требуется минимизировать функционал

$$J(u) = \varphi(x(t_1 + \cdot),\ x(t_1)), \tag{3}$$

где φ — оператор, задающий отображение $C[R^n,\ [t_1 - h,\ t_1]] \times R^n \to R$.

Предполагается, что $f(x,\ y,\ u,\ t)$ имеет непрерывные частные производные по x, y, u до второго порядка включительно и непрерывно дифференцируемые по t производные $\partial f(x,\ y,\ u,\ t)/\partial y$ и $\partial^2 f(x,\ y,\ u,\ t)/\partial x \partial y$, а функционал $\varphi(z(\cdot),\ x)$ непрерывен по совокупности x и $z(\cdot)$ вместе с $\partial\varphi/\partial x$, $\partial^2\varphi/\partial x^2$, $\delta\varphi/\delta z(s)$, $\delta^2\varphi/\delta z^2(s)$, $\partial\delta\varphi/\partial x \delta z(s)$, $\partial\delta\varphi/\partial s \delta z(s)$, $\delta^2\varphi/\delta z(s)\delta z(r)$, $\partial\delta^2\varphi/\partial s \delta z^2(s)$, $\partial^2\delta\varphi/\partial x \partial s \delta z(s)$, $\partial^2\delta^2\varphi/\partial s \partial z \delta z(s)\delta z(r)$.

Как и в [1], решение сопряженной к (1) системы [2] $\psi(t)$, $\psi(t,\ s)$, $t \in T$, $s \in [-h,\ 0]$ будем называть векторным импульсом задачи (1)—(3). Для последней, аналогично работе [3], может быть получено следующее интегро-дифференциальное уравнение Беллмана:

$$-\frac{\partial B(x(\tau),\ x(\tau+\cdot),\ \tau)}{\partial \tau} = \min\Big\{\frac{\partial B^{\mathrm{T}}(x,\ x(\tau+\cdot),\ \tau)}{\partial x}\int_{-h}^{0} f(x(\tau),\ x(\tau+s_1),\ u,\ \tau)\,ds_1 +$$

$$+\int_{-h}^{0}\int_{-h}^{0}\frac{\partial B^{\mathrm{T}}(x,\ x(\tau+\cdot),\ \tau)}{\delta x(\tau+s_2)} f(x(\tau+s_2),\ x(\tau+s_2+s_1),\ u(\tau+s_2),\ \tau+s_2)\,ds_1 ds_2\Big\},$$

$$B(x,\ z(\cdot),\ t_1) = \varphi(z(\cdot),\ x),\ f(x(t),\ x(t+s),\ u(t),\ t) \equiv 0,\ t < t_0,$$

$$B(x,\ z(\cdot),\ t) \equiv 0,\ t < t_0,\ t > t_1;\ \tau \in [t_0,\ t_1].$$

Будем предполагать, что функционал Беллмана $B(x, z(\cdot), t)$ имеет непрерывные частные производные по x, t и вариационные производные по $z(\cdot)$ до третьего порядка включительно, все вариационные производные до второго порядка включительно непрерывно дифференцируемы по своим новым появляющимся переменным s, $r\in[-h, 0]$, оптимальное управление $u^0(x, x(\cdot+\cdot), t)$ — дважды непрерывно дифференцируемо по x и имеет непрерывные вариационные производные по $z(\cdot)$ до второго порядка включительно.

Теорема. Пусть $u^0(t)$, $x^0(t)$, $\psi^0(t)$, $\psi^0(t, s)$, $t\in T$, $s\in[-h, 0]$ — оптимальные управление и соответствующие ему решения исходной и сопряженной систем, а $B(x, z(\cdot), t)$ — решение уравнения Беллмана. Тогда для векторного импульса задачи (1)—(3) справедливы следующие соотношения:

$$\psi^0(t) = -\frac{\partial B(x^0(t),\ x^0(t+\cdot),\ t)}{\partial x},\quad \psi^0(t_1) = -\frac{\partial\varphi(x^0(t_1+\cdot),\ x^0(t_1))}{\partial x};$$

$$\psi^0(t, s) = -\frac{\delta B(x^0(t),\ x^0(t+\cdot),\ t)}{\delta x(t+s)},\quad \psi^0(t_1, s) = -\frac{\delta\varphi(x^0(t_1+\cdot),\ x^0(t_1))}{\delta x(t_1+s)}.$$

Доказательство теоремы как для открытого, так и для произвольного множества U из пространства R^m проводится с использованием тождества

$$0 \equiv \frac{\partial B^{\mathrm{T}}[t]}{\partial x}\int_{-h}^{0} f(x,\ y,\ u^0(x,\ x(t+\cdot),\ t),\ t)\,ds + \frac{\partial B[t]}{\partial t} +$$
$$+\int_{-h}^{0}\int_{-h}^{0}\frac{\delta B^{\mathrm{T}}[t]}{\delta x(t+s_2)} f(x(t+s_2),$$
$$x(t+s_2+s_1),\ u^0(x(t+s_2),\ x(t+s_2+\cdot),\ t+s_2),\ t+s_2)\,ds_1 ds_2,$$
$$B[t] = B(x, z(\cdot), t)$$

на основе интегральных преобразований в функциональных пространствах.

Список литературы

1. Габасов Р. // Докл. АН СССР. 1968. Т. 183. № 2. С. 300.
2. Смородин В. С. Исследование особых управлений в системах с распределенным запаздыванием с помощью матричных импульсов / Гомельский гос. ун-т имени Ф. Скорины. Гомель, 1987. 20 с. Деп. в ВИНИТИ 02,11.87. № 76-74-В87.
3. Розоноэр Л. И. // Автоматика и телемеханика. 1959. Т. 20. № 12. С. 1561.

Поступила в редакцию 03.11.88.