

А. В. Мельникова, Г. Л. Карасёва

(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ МИНИМИЗАЦИИ МАКСИМАЛЬНОГО УКЛОНЕНИЯ ТРАЕКТОРИИ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

В классе кусочно-непрерывных функций рассмотрим задачу:

$$\max_{t \in T} |d'x(t)| \rightarrow \min ,$$

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad Hx(t^*) = g, \quad |u(t)| \leq 1, \quad t \in T = [0, t^*].$$

Здесь $x = x(t) \in R^n$, $u = u(t) \in R$, A – постоянная $n \times n$ -матрица, $H \in R^{m \times n}$; $rank H = m < n$, $b, d \in R^n$

Исходная задача эквивалентна задаче оптимального управления с фазовыми ограничениями

$$J(\alpha, u) = -\alpha \rightarrow \max_{\alpha, u},$$

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad Hx(t^*) = g, \quad |d'x(t)| \leq \alpha, \quad |u(t)| \leq 1, \quad t \in T = [0, t^*].$$

Понятия допустимой, оптимальной и субоптимальной пары $(\alpha, u(t))$, где $u = (u(t), t \in T)$ и соответствующих траекторий вводится стандартно.

Введена совокупность отрезков

$$T_i = [\tau_i, \tau_i^+], \quad \tau_i \leq \tau_i^+ < \tau_{i+1}, \quad i \in N = \{1, \dots, p\}; \quad N_* = \{i \in N : \tau_i < \tau_i^+\}, \quad N_0 = N \setminus N_*, \quad N^+ \cap N^- = \emptyset,$$

$$N_* = N_*^+ \cup N_*^-, \quad N_*^+ \cap N_*^- = \emptyset.$$

Получена формула приращения критерия качества

$$\Delta J(u) = \left(-1 + \sum_{i \in N^-} \bar{v}_i + \sum_{i \in N^+} \bar{v}_i \right) \Delta \alpha + \int_{T_*} \psi'(t) b \Delta u(t) dt + \sum_{i \in N_0} \bar{v}_i \Delta \omega(\tau_i) + \\ + \sum_{i \in N_*} \left(\frac{\psi'(\tau_i^+) b}{d' b} \Delta \omega(\tau_i^+) + \left(\bar{v}_i - \frac{\psi'(\tau_i + 0) b}{d' b} \right) \Delta \omega(\tau_i) + \int_{\tau_i}^{\tau_i^+} \frac{\psi'(t) \bar{A} b}{d' b} \Delta \omega(t) dt \right) \text{Функция } \psi(\cdot) = (\psi(t), t \in T) \quad -$$

является решением уравнения

$$\dot{\psi} = -A'(t)\psi, \quad \psi'(t^*) = c' - y'H, \quad \psi(\tau_i - 0) = \psi(\tau_i + 0) - d\bar{v}_i, \quad i \in N,$$

$$A(t) = A, \quad t \in T \setminus \bigcup_{i \in N_*} T_i, \quad A(t) = ZA, \quad t \in T_i, \quad i \in N_*.$$

где y – вектор потенциалов терминальных ограничений, \bar{v}_i – скачки котраектории.

Сформулирован критерий оптимальности для исследуемой задачи. На основании полученного критерия оптимальности предложен конструктивный алгоритм.