**П. В. Шелестович, Д. С. Шпак**
*(БГУИР, Минск)*

# ХАРАКТЕРИСТИКА ТОЧЕК СЛАБОГО ОСТРОГО МИНИМУМА

Рассмотрим задачу минимизации целевой функции $f(x)$ на множестве

$$C = \{x \in R^n : h_i(x) \le 0 \;\; i = \overline{1,r},\; h_i = 0 \;\; i = \overline{r+1, p}\},$$

где $f$, $h_i$ – дважды непрерывно дифференцируемые функции.

Обозначим через $S$ множество оптимальных точек задачи. Точку $x_0 \in S$ будем называть регулярной, если существует число $M > 0$ и окрестность $V(x_0)$ такие, что

$$\rho(x, C) \le M \max\left\{0, h_i(x) \;\; i = \overline{1,r}, |h_i(x)| \;\; i = \overline{r+1, p}\right\}$$

для всех $x \in V(x_0)$.

Точку $x_0 \in S$ называют точкой слабого локального острого минимума порядка $i$, если существуют числа $\beta > 0$ и $r > 0$ такие, что $f(x) - f(x_0) \ge \beta \cdot \rho^i\left(x, S \bigcap V_r(x_0)\right)$ для всех $x \in C \bigcap V_r(x_0)$.

Получим необходимые условия слабой острой локальной минимальности точек множества $C$. Пусть $L(x, \lambda)$ – функция Лагранжа в рассматриваемой задаче, $\Lambda(x)$ – множество множителей Лагранжа в точке $x \in C$.

**Теорема.** Пусть регулярная точка $x_0 \in S$ является точкой слабого острого локального минимума порядка 2. Тогда

$$\sup_{\lambda \in \Lambda(x_0)} \left\langle \bar{x}, \nabla^2_{xx} L(x_0, \lambda) \bar{x} \right\rangle \ge \beta \cdot \rho^2\left(\bar{x}, T_S(x_0)\right)$$

для всех $\bar{x}$ таких, что

$$\langle \nabla f(x_0), \bar{x} \rangle \le 0, \;\; \nabla h_i(x_0), \bar{x} \rangle \le 0 \;\; i \in I(x_0), \;\; \nabla h_i(x_0), \bar{x} \rangle \le 0 \;\; i = \overline{r+1, p},$$

где $I(x) = \{i = r : h_i(x) = 0,$ $T_S(x_0)$ – касательный конус к множеству $S$ в точке $x_0$.