

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ГАЗОВОМ ЛАЗЕРЕ
С АНИЗОТРОПНЫМ РЕЗОНАТОРОМ

В. С. Смирнов и А. М. Тумайкин

Рассмотрена задача о влиянии свойств резонатора на поляризацию излучения газовых лазеров. Оба зеркала резонатора моделируются анизотропными элементами с комплексными коэффициентами отражения. В поведении степени линейной поляризации как функции частоты резонатора обнаружены скачки и подробно исследован их гистерезисный характер при изменении различных параметров.

1. В настоящей работе сделана попытка объяснить ряд поляризационных явлений, которые наблюдались в работах [1, 3] для одномодового He—Ne лазера на переходах $j=1 \rightarrow j=2$ с $\lambda=0.63$ и 1.15 мкм. Основные экспериментальные результаты, полученные в этих работах, состоят в следующем: при сканировании частоты резонатора через центр атомной линии наблюдалось резкое изменение направления линейной поляризации на угол $\pi/2$, в некоторых случаях точки перескока с одной линейной поляризации на ортогональную отстояли от центра линии и сканирование частоты резонатора приводило к гистерезисному характеру изменения линейной поляризации. Ширина областей гистерезиса зависела от интенсивности излучения и при превышении накачки некоторой критической величины появлялись поляризационные пульсации, т. е. сканирование частоты резонатора приводило к резким перескокам линейной поляризации внутри доплеровской линии усиления.

Следует сразу же отметить, что имелась некоторая невоиспроизводимость данных результатов [1, 3] и иногда вместо гистерезиса была устойчива только одна линейная поляризация. Кроме того, в [1] наблюдалась асимметрия между высокочастотной и низкочастотной частями контура полной энергии излучения. Все эти явления возможно объяснить единым образом, если наряду с влиянием поляризационной анизотропии среды (нелинейная связь поляризации на общих зеемановских подуровнях) полностью учесть влияние анизотропии резонатора.

Теоретическое описание Хэрингена [3] носит феноменологический характер, так как без достаточного обоснования в уравнении для круговых компонент поля вводится семь констант, непосредственно не связанных со свойствами зеркал резонатора.

Обычно считают [4], что одно из зеркал резонатора имеет два выделенных направления с различающимися (но близкими к единице) коэффициентами отражения по энергии, а второе зеркало считается изотропным. Учет такой анизотропии по отношению к потерям на излучение (поглощающая анизотропия) оказывается эквивалентен введению в нелинейные уравнения Максвелла анизотропных омических потерь. Однако даже учет поглощающей анизотропии на обоих зеркалах недостаточен для объяснения указанных поляризационных эффектов. Поэтому нужна более реальная модель зеркал. Обычные зеркала, применяемые в лазерах, представляют собой многослойные диэлектрические покрытия с чередующимися слоями с малым и большим показателем преломления [5]. Оптическая толщина каждого слоя выбирается обычно равной $\lambda/4$. При изготовлении

таких зеркал в силу различных случайных причин показатели преломления или толщины по двум направлениям в каком-либо из слоев могут отличаться друг от друга. Это в свою очередь приводит к тому, что коэффициенты отражения для поля по этим направлениям (x, y) становятся комплексными величинами

$$R_{x, y} = \rho_{x, y} \exp(\pm i\Phi).$$

Таким образом, наряду с поглощающей анизотропией, описываемой коэффициентами $\rho_{x, y}$, появляется фазовая анизотропия $\exp(\pm i\Phi)$, обусловленная отличием от среднего в эффективных путях пробега двух лучей ортогональных линейных поляризаций. Поэтому в общем случае можно считать, что оба зеркала являются анизотропными элементами (пластины конечной толщины), развернутыми друг относительно друга на некоторый произвольный угол θ .

Принимая такую модель и используя известный метод сведения граничной задачи к задаче о распределенных по длине резонатора эффективных анизотропных потерях [6, 7], можно получить явное выражение для члена δE , описывающего влияние зеркал резонатора,

$$\delta E = \frac{c}{2L} \left[\begin{pmatrix} 1 - R_x & 0 \\ 0 & 1 - R_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \right] \times \\ \times \begin{pmatrix} 1 - \tilde{R}_{x'} & 0 \\ 0 & 1 - \tilde{R}_{y'} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Здесь система координат (x, y) связана с направлениями анизотропии первого зеркала; координатные оси анизотропии второго зеркала повернуты относительно первого на угол θ ,

$$R_{x, y} = \rho_{x, y} \exp(\pm i\Phi) \text{ и } \tilde{R}_{x', y'} = \tilde{\rho}_{x', y'} \exp(\pm i\tilde{\Phi})$$

соответствующие коэффициенты отражения; L — длина резонатора. Уравнения для круговых компонент поля и безразмерных переменных \mathcal{E}_{\pm} с учетом (1) и нелинейных членов, описывающих эффекты насыщения, имеют вид

$$\frac{d\mathcal{E}_{\pm}}{d\tau} + \left[\frac{R_x - R_y + (\tilde{R}_{x'} - \tilde{R}_{y'}) \exp(\pm 2i\theta)}{(\eta - 1)(1 - R)} \right] \mathcal{E}_{\mp} = \\ = \mathcal{E}_{\pm} \left[1 - \left(1 - i \frac{\delta}{2 + \delta^2} \right) (|\mathcal{E}_{\pm}|^2 + A |\mathcal{E}_{\mp}|^2) \right]. \quad (2)$$

Обозначения в (2) имеют следующий смысл: $\tau = c(1 - R)t/2L(\eta - 1)$ — безразмерное время; $R = \text{Re} \frac{(R_x + R_y + \tilde{R}_{x'} + \tilde{R}_{y'})}{4}$, η — параметр, определяющий порог генерации при $\eta = 1$ [8] (перенаселенность, выраженная в обычных пороговых единицах). $\delta = (\omega - \omega_0)/\gamma$ — безразмерная расстройка частоты резонатора ω относительно центра линии ω_0 ; γ — ширина линии люминесценции; A — коэффициент нелинейной связи круговых компонент на общих зеемановских подуровнях, зависящий от полных моментов рабочих уровней [3, 8]

$$A (j \gtrless j) = \frac{(2j + 3)(2j - 1)}{2j^2 + 2j + 1}, \quad A (j \gtrless j + 1) = \frac{2j^2 + 4j + 5}{6j^2 + 12j + 5}. \quad (3)$$

Для решения и анализа уравнений (2) более удобно перейти от переменных \mathcal{E}_{\pm} к параметрам Стокса ξ [11] и полной энергии $W = |\mathcal{E}_{-}|^2 + |\mathcal{E}_{+}|^2$

$$\dot{W} = 2W(1 - W) - W(A - 1)(1 - \xi_2^2) - 2\alpha W \xi_3 - \Delta_0 W \xi_1, \quad (4)$$

$$\dot{\xi}_1 = -W(A - 1) \left[\xi_1 \xi_2^2 + \frac{\delta}{2 + \delta^2} \xi_2 \xi_3 \right] + 2\alpha \xi_1 \xi_3 + 2\Delta \xi_2 \cos 2\theta + \Delta_0 \sin 2\theta (1 - \xi_1^2). \quad (5)$$

$$\dot{\xi}_2 = \xi_2 (1 - \xi_2^2) W (A - 1) + 2\alpha \xi_2 \xi_3 - 2\Delta \xi_1 \cos 2\theta + 2\tilde{\Delta} \xi_3 \cos 2\theta - \Delta_0 \sin 2\theta \xi_1 \xi_2, \quad (6)$$

$$\dot{\xi}_3 = -W(A - 1) \left[\xi_3 \xi_2^2 - \frac{\delta}{2 + \delta^2} \xi_1 \xi_2 \right] - 2\alpha (1 - \xi_3^2) - 2\tilde{\Delta} \xi_2 \sin 2\theta - \Delta_0 \sin 2\theta \xi_1 \xi_3. \quad (7)$$

Отметим, что в полуклассическом рассмотрении всегда $\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 = 1$, т. е. излучение полностью поляризовано. Поэтому одно из уравнений

(5)–(7) является следствием двух других. Константы α , Δ , Δ_0 , $\tilde{\Delta}$, входящие в (4)–(7), связаны свойствами резонатора и среды следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \operatorname{Re} \frac{R_x - R_y + (\tilde{R}_{x'} - \tilde{R}_{y'}) \cos 2\theta}{(\eta - 1)(1 - R)}, & \tilde{\Delta} &= \operatorname{Im} \frac{\tilde{R}_{x'} - \tilde{R}_{y'}}{(\eta - 1)(1 - R)}, \\ \Delta &= \operatorname{Im} \frac{[(R_x - R_y)/\cos 2\theta] + \tilde{R}_{x'} - \tilde{R}_{y'}}{(\eta - 1)(1 - R)}, & \Delta_0 &= \operatorname{Re} \frac{\tilde{R}_{x'} - \tilde{R}_{y'}}{(\eta - 1)(1 - R)}. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

2. В общем случае при произвольных коэффициентах нелинейной связи (различные типы переходов) система (4)–(7) имеет стационарное решение, соответствующее эллиптической поляризации. Ввиду сложности нахождения этого решения в дальнейшем будем рассматривать частный случай $\sin 2\theta = 0$, который тем не менее позволяет объяснить основную часть экспериментальных результатов. Случай $\sin 2\theta$ означает, что угол между осями анизотропии двух зеркал равен нулю или π . При этом, как видно из (4)–(7) и (8), можно считать, что только одно из зеркал является анизотропным, а второе полностью изотропно $\tilde{R}_{x'} = \tilde{R}_{y'}$. В этом случае система (2) совпадает с уравнениями работы [8], в которой решалась задача о поляризации излучения газового лазера с анизотропной фазовой пластинкой внутри резонатора.

Выражения для стационарных значений W , ξ_1^0 , ξ_2^0 , ξ_3^0 в случае эллиптического решения имеют вид

$$\left. \begin{aligned} W &= \frac{4(1 + 2\frac{\alpha}{\Delta}\mu) + b(1 + \mu^2)}{2[2(1 + 2\frac{\alpha}{\Delta}\mu) + b(1 + \mu^2)]} \left\{ 1 + \sqrt{1 - 8 \frac{(1 + \Delta^2)(1 + 2\frac{\alpha}{\Delta}\mu)}{[4(1 + 2\frac{\alpha}{\Delta}\mu) + b(1 + \mu^2)]^2}} \right\}, \\ \xi_3^0 &= \frac{(1 - W)}{\Delta} \mu, \quad \xi_2^0 = 1 - (1 - W)^2 \frac{1 + \mu^2}{\Delta^2 + (1 - W)^2}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Здесь $b = A - 1$, $\mu = [\Delta\delta/(2 + \delta^2) - \alpha]/[\alpha\delta/(2 + \delta^2) + \Delta]$.

Из формул (9) для W видно, что зависимость полной энергии от частоты резонатора имеет асимметричный вид. На рис. 1 приведены вычисленные на машине графики безразмерной интенсивности

$$W'(\delta) = \frac{1 + \delta^2 W(\delta)}{2 + \delta^2} \frac{1}{\eta - 1} \left[\eta \exp\left(-\frac{\gamma^2}{(k\nu)^2} \delta^2\right) - 1 \right]$$

для лазера на $1 \rightarrow 2$ переходе ($A = 11/23$) и двух значений α/Δ . Таким образом, одновременное присутствие поглощающей и фазовой анизотропии может служить одним из механизмов объяснения асимметрии в зависимости полной энергии от частоты.

3. Система (4)–(7) имеет еще одно стационарное решение

$$W_0 = \frac{2}{1 + A} (1 - \alpha\xi_3^0), \quad \xi_1^0 = \xi_2^0 = 0, \quad \xi_3^0 = \pm 1, \quad (10)$$

которое соответствует линейной поляризации, направленной по оси x ($\xi_3^0 = +1$) или y ($\xi_3^0 = -1$).

Для выяснения вопроса, какая из этих двух линейных поляризаций выбирается, исследуем решение (10) на устойчивость относительно малых возмущений вида $\xi_i = \xi_i^0 + \delta\xi_i \exp(\Gamma\tau)$, $W = W_0 + \delta W \exp(\Gamma\tau)$. Дисперсионное уравнение для Γ имеет следующий вид:

$$\left\{ \Gamma^2 + 2\Gamma \left[2\alpha + \frac{1 - A}{1 + A} (1 + \alpha) \right] + 4\alpha^2 + 4\alpha \frac{1 - A}{1 + A} (1 + \alpha) + 4\Delta \operatorname{sign}(\cos 2\theta) \left[-\frac{1 - A}{1 + A} \xi_3^0 \frac{\delta}{2 + \delta^2} + \Delta \operatorname{sign}(\cos 2\theta) \right] \right\} = 0. \quad (11)$$

Ввиду того что коэффициенты α и Δ являются функциями различных параметров (8) и могут меняться в широкой области значений, имеет смысл рассмотреть несколько предельных случаев.

а. Рассмотрим сначала случай $\alpha = 0$, когда в резонаторе преобладает фазовая анизотропия (или в изотропном резонаторе находится фазовая

пластинка). Из (11) видно, что решение с линейной поляризацией (10) будет устойчивым для слабосвязанных переходов ($A < 1$) и если выполнено следующее условие:

$$\Delta \operatorname{sign}(\cos 2\theta) \left[-\frac{1-A}{1+A} \xi_3^0 \frac{\delta}{2+\delta^2} + \Delta \operatorname{sign}(\cos 2\theta) \right] \geq 0. \quad (12)$$

Пусть для определенности $\Delta \operatorname{sign}(\cos 2\theta) > 0$. Исследуем выполнение условия устойчивости (12) при изменении частоты резонатора δ и различных значениях параметра Δ . При $\Delta > \frac{1-A}{1+A} \frac{1}{2\sqrt{2}}$ (большая фазовая анизотропия или малые накачки η ; $\Delta \sim 1/\eta$) во всем интервале частот устойчивы обе линейные компоненты ($\xi_3^0 = \pm 1$) и выбор той или иной

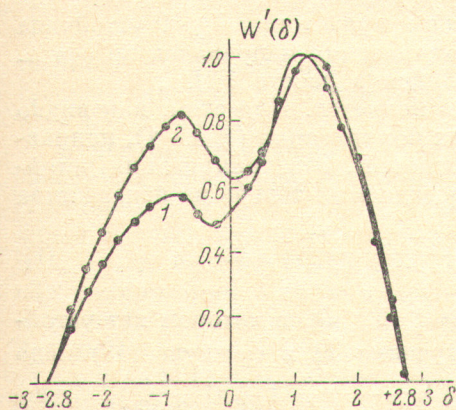


Рис. 1. Зависимость полной энергии $W'(\delta)$ от частоты δ для $\eta=1.5$, $\gamma/k\bar{v}=0.1$; 1 — $\alpha/\Delta=0.1$, 2 — $\alpha/\Delta=1$.

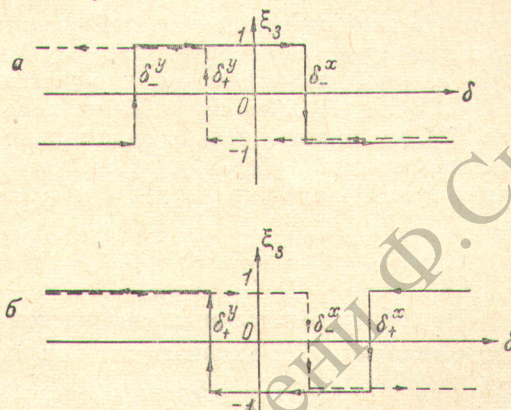


Рис. 2. Гистерезис в зависимости степени линейной поляризации от частоты при различных начальных условиях: $\delta < \delta_y^0$ и излучение поляризовано по оси y (а) и $\delta > \delta_x^0$ и излучение поляризовано по оси x (б).

определяется только начальными условиями. В этом случае направление поляризации не определено и может генерировать линейная компонента со случайным направлением плоскости поляризации.

При $\Delta \leq \frac{1-A}{1+A} \frac{1}{2\sqrt{2}}$ решение с линейной поляризацией, направленной по оси x ($\xi_3^0 = \pm 1$), устойчиво для частот $\delta \leq \delta_-^x$, $\delta \geq \delta_+^x$ и неустойчиво в интервале $\delta_-^x \leq \delta \leq \delta_+^x$. Решение же с y -й поляризацией ($\xi_3^0 = -1$) неустойчиво в области $\delta_-^y \leq \delta \leq \delta_+^y$ и устойчиво вне этого интервала. Точки $\delta_{\pm}^{x,y}$, определяющие границы устойчивости линейных поляризаций, являются корнями уравнения (12) относительно δ

$$\delta_{\pm}^{x,y} = \xi_3^0 \frac{1-A}{1+A} \frac{1}{2\Delta} \pm \sqrt{\left[\frac{1-A}{2\Delta(1+A)} \right]^2 - 2}. \quad (13)$$

В точках $\delta_{\pm}^{x,y}$ имеет место безразличное равновесие (тип поляризации не определен) и прохождение $\delta_{\pm}^{x,y}$ при изменении может сопровождаться скачкообразной сменой линейных поляризаций. Из формул (12), (13) видно, что области неустойчивости по δ одной линейной поляризации полностью перекрываются областями неустойчивости ортогональной, а в областях, где возможно существование обеих поляризаций, выбор той или иной зависит от пути сканирования по δ , т. е. от предыстории. Иными словами, при сканировании частоты резонатора δ будет наблюдаться гистерезис в степени линейной поляризации (рис. 2).

Следует отметить, что подобный гистерезис в степени круговой поляризации от частоты для He—Ne лазера, работающего на $j=1 \rightarrow j=0$ -переходе ($\lambda=1.52$ мкм), в магнитном поле наблюдался в работе [9], теоретическое объяснение дано в [10]. Однако физические причины данного гисте-

резиса отличаются от причин гистерезиса круговой поляризации. В данном случае появление скачков и гистерезиса в линейной поляризации связано с конкуренцией между линейными членами уравнения (2), которые дают фазовую связь круговых поляризаций, и нелинейными членами, описывающими свое и чужое насыщение. Положение точек перескока δ_{\pm}^x, y и ширина гистерезисной области зависит от величины фазовой анизотропии, добротности резонатора и превышения накачки над пороговым значением. При больших накачках или достаточно малой фазовой анизотропии, определяемых из условия

$$\Delta \ll \frac{1-A}{1+A} \frac{1}{2\sqrt{2}},$$

ширина гистерезисных областей стремится к нулю и при $\delta > 0$ устойчива y -я линейная компонента, при $\delta < 0$ поляризация направлена по оси x . Этот случай, по-видимому, и осуществлялся в работе [10].

б. Если $\alpha \neq 0$, то ситуация несколько меняется. При этом, как видно из [10], выбирается только одна линейная поляризация ($\xi_3^0 = -1$), направленная по оси y (ось наибольшей добротности). Эта поляризация устойчива в интервале параметров δ и η , определяемых теперь из неравенства

$$\alpha^2 + \alpha(1+\alpha) \frac{1-A}{1+A} + \Delta \left[\Delta + \frac{1-A}{1+A} \frac{\delta}{2\sqrt{2}\delta^2} \right] \geq 0. \quad (14)$$

Из (14) находится интервал частот $\delta_y^{\text{уст}} \leq \delta \leq \delta_y^{\text{нест}}$, в котором нет устойчивой линейной поляризации (для получения $\delta_y^{\text{уст}}$ в формуле (13) надо положить $\xi_3^0 = -1$ и сделать замену $\Delta \rightarrow \Delta + \frac{\sigma}{\Delta} + \frac{\alpha}{\Delta} (1+\alpha) \frac{1-A}{1+A}$). С увеличением накачки η этот интервал покрывает практически всю область отрицательных частот $\delta < 0$ и в излучении присутствуют обе линейные поляризации на разных частотах. Величина расщепления $\Delta\omega$ находится из уравнений (2) и, например, для случая фазовой пластинки с толщиной d равна [8]

$$\Delta\omega = \frac{\omega}{2} (\sqrt{\epsilon_{xx}} - \sqrt{\epsilon_{yy}}) \frac{d}{L}. \quad (15)$$

Для того чтобы определить результирующую поляризацию, рассмотрим сложение двух монохроматических колебаний линейной поляризации на разных частотах $\omega_x = (\omega + \Delta\omega)/2$ и $\omega_y = (\omega - \Delta\omega)/2$. После усреднения по времени (для времен $1/\omega \ll t \leq 1/\Delta\omega$) параметры Стокса ξ_i [11] принимают вид

$$\xi_{1,2} = 2 \frac{\langle |E_x| |E_y| \sin(\Delta\omega t + \Delta\varphi) \rangle}{\langle |E_x|^2 + |E_y|^2 \rangle}, \quad \xi_3 = \frac{\langle |E_x|^2 - |E_y|^2 \rangle}{\langle |E_x|^2 + |E_y|^2 \rangle}. \quad (16)$$

Из (16) следует, что время $T_0 = 1/\Delta\omega$ является характерным временем когерентности между линейными поляризациями. Поэтому для времен $t \leq T_0$ результирующая поляризация представляет собой эллипс, вращающийся со скоростью $\Delta\omega$. Отношение полуосей эллипса $\mathcal{E} = |\xi_2| / (1 + \sqrt{1 + \xi_3^2})$ зависит от времени через параметр ξ_2 . Реальные времена наблюдения τ обычно значительно больше T_0 . С учетом того, что в работе [1] частота резонатора менялась с помощью теплового сканирования длины резонатора, становится понятным происхождение «поляризационных пульсаций», которые наблюдались в этой работе. За времена $\tau > T_0$ (τ в данном случае может быть средним временем сканирования по всему доплеровскому контуру линии усиления) произойдет усреднение по направлениям поляризации и суммарная поляризация будет восприниматься как некогерентная смесь ортогональных линейно поляризованных компонент. То, что эти перескоки наблюдаются по всему доплеровскому контуру, связано с тем, что в общем случае анизотропные зеркала повернуты друг относительно друга.

4. Остановимся еще на одном случае, который следует из (11). Стационарное решение (10) с линейной поляризацией, направленной по оси y ($\xi_3^0 = -1$), может быть устойчиво и для сильно связанных переходов ($A > 1$) при выполнении условия (14) и дополнительного ограничения на величину поглощающей анизотропии $\alpha > \alpha_0$

$$\alpha_0 = \frac{A-1}{3+A}. \quad (17)$$

Расположение областей устойчивости линейной поляризации зависит от соотношения между параметрами α , Δ и значением коэффициента нелинейной связи A . Если $\Delta^2 > z_k$, где

$$z_k = \frac{\alpha}{1+A} (A-1-2\alpha), \quad (18)$$

то линейная поляризация устойчива в интервале частот $\delta \geq \delta_{\pm}^y$ и $\delta \leq \delta_{\pm}^y$ [выражения для $\delta_{\pm}^{x,y}$ определяются формулами (13) с заменой в них $\Delta \rightarrow \Delta - (z_k/\Delta)$].

Отметим, что случай $\Delta^2 > z_k$ всегда осуществляется для тех сильно связанных переходов, у которых A лежит в интервале $1 < A < 1+2\alpha$. В интервале $\delta_{\pm}^y \leq \delta \leq \delta_{\mp}^y$ y -я линейная поляризация становится неустойчивой и здесь будет устойчив режим вращающегося эллипса. Если же $\Delta^2 < z_k$, то ситуация обратная; в области $\delta_{\pm}^y \leq \delta \leq \delta_{\mp}^y$ устойчива линейная поляризация, а вне этого интервала — режим вращающегося эллипса. В точке $\Delta^2 = z_k$ линейная поляризация существует во всей области отрицательных частот $\delta < 0$ и неустойчива при $\delta > 0$. Отметим, что переход от случая $\Delta^2 > z_k$ к случаю $\Delta^2 < z_k$ может быть осуществлен, например, изменением накачки η .

Литература

- [1] Е. Ю. Андреева, Д. К. Терехин, С. А. Фридрихов. Опт. и спектр., 27, 809, 1969.
- [2] J. W. Culshaw, I. Kannelaud. Phys. Rev., 141, 237, 1966.
- [3] W. V. Naeringer. Phys. Rev., 163, 436, 1967.
- [4] Г. В. Розенберг. Усп. физ. наук, 47, 173, 1952.
- [5] М. И. Дьяконов. ЖЭТФ, 49, 1169, 1965.
- [6] С. Г. Раутман. Тр. ФИАН, 43. Изд. «Наука», М., 1968.
- [7] В. С. Смирнов. Автореф. канд. дисс., Новосибирск, 1967.
- [8] Б. Л. Желнов, В. С. Смирнов. Опт. и спектр., 24, 355, 1968.
- [9] R. Fogk, W. Tomlinson, L. Heilos. Appl. Phys. Lett., 8, 162, 1968.
- [10] В. С. Смирнов, А. М. Тумайкин. Опт. и спектр., 38, 806, 1975.
- [11] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. Изд. «Наука», М., 1967.

Поступило в Редакцию 10 октября 1974 г.