Д. И. Кирилюк

(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ОБ n-АРНОМ АНАЛОГЕ АФФИННОЙ ТЕОРЕМЫ ЛЕЗАРГА

Одним из первых, кто занимался приложениями тернарных (3-арных) групп в аффинной геометрии, был Д. Вакарелов [1], в частности им был получен тернарный аналог аффинной теоремы Дезарга. В дальнейшем С.А. Русаковым и Ю.И. Кулаженко были построены на п-арной группе (n≥2) и исследовались различные объекты аффинной геометрии [2, 3]. На основе этих исследований и получен представляемый результат. Эта теорема является п-арным аналогом обобщенной аффинной теоремы Дезарга, приведенной в [4, стр.35].

Напомним, что универсальную алгебру < G,()> с одной n-арной операцией () : $G^n \to G$ (n ≥ 2) называют n-арной группой, если выполняются следующие условия:

1) операция () ассоциативна на G, т.е.

$$((a_1...a_n)a_{n+1}...a_{2n-1}) = (a_1...a_i(a_{i+1}...a_{i+n})a_{i+n+1}...a_{2n-1})$$

для всех i=1...n и для всех $a_1,a_2,...a_{2n-1}\in G$.

2) каждое из уравнений $(a_1...a_{i-1}x_ia_{i+1}...a_n)=b$ имеет единственное решение в G для всех i=1...n и для всех $a_1,...,a_{i-1},a_{i+1},...a_n,b\in G$.

Символ $Q^{(r)}$, используемый в теореме, означает следующее

$$Q^{(r)} = \{ \frac{m}{r^t} \mid m \in Z, t \in N \}$$

Другие используемые понятия и обозначения можно найти в [2]

Теорема. Пусть $\langle a, b, c \rangle$, $\langle a_I, b_I, c_I \rangle$ — произвольные треугольники полуабелевой n-арной группы G, $t_1, t_2, t_3, \lambda_1, \lambda_2, \lambda \in Q^{(r)}$ и не равны 0. Если существует точка $a_0 \in G$ такая, что

$$\begin{cases} \overline{a_0 a} = t_1 \overline{a_0 a_1} \\ \overline{a_0 b} = t_2 \overline{a_0 b_1} \text{ и выполняются} \\ \overline{a_0 c} = t_3 \overline{a_0 c_1} \end{cases} \begin{cases} \overline{ab} = \lambda_1 \overline{a_1 b_1} \\ \overline{ac} = \lambda_2 \overline{a_1 c_1} \end{cases},$$

то $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ и $\overrightarrow{bc} = \lambda \overrightarrow{b_1c_1}$.

Литература

- 1. Вакарелов Д. Тернарни групи/ Д.Вакарелов// Годишник Софийск. ун-та. Мат.фак. 1966-1968. Т.61. С.71-105.
- 2. Русаков, С. А. Некоторые приложения теории n-арных групп / С. А. Русаков. Минск : Беларуская навука, 1998.-182 с.
- 3. Kulazhenko Yu. I. Geometry of semiabelian n-ary groups / Yu. I. Kulazhenko // Quasigroups and Related Systems. 2011. Vol. 19. P. 265 278.
 - 4. Комиссарук, А. М. Аффинная геометрия / А. М. Комиссарук. Минск: Вышэйшая школа, 1977. 336с.