

ВЛИЯНИЕ ВЫНУЖДЕННЫХ ПРОЦЕССОВ НА СПЕКТР СПОНТАННОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ В СИЛЬНОМ ПОЛЕ

Р. И. Соколовский

Рассмотрена спонтанная параметрическая люминесценция среды, вызываемая сильным полем, резонансным переходу из основного состояния в возбужденное. Проанализировано влияние вынужденных процессов на смежном переходе на спектр люминесценции. Показано, что в общем случае спектр люминесценции состоит из четырех линий, расстояние между которыми зависит от напряженности поля на смежном переходе.

1. Введение

Сильное электромагнитное поле оптической частоты, резонансное атомному переходу $m - n$ между двумя возбужденными состояниями, приводит к изменению спектров поглощения [1, 2], испускания [2-4] и резонансной флуоресценции [5] на переходе $n-s$, смежном с $m-n$.

С увеличением интенсивности поля, резонансного переходу $n-s$ наряду с рассмотренными в [1-5] процессами начнет играть роль процесс параметрического усиления нулевых колебаний поля на других частотах (спонтанная параметрическая люминесценция [6]). Естественно ожидать, что и в этом случае поле, резонансное переходу $m-n$, вызовет перераспределение энергии в спектре люминесценции. Этот вопрос не исследовался в работах [1-5] и является предметом настоящего сообщения. Следует отметить, что механизм спонтанного параметрического усиления несколько отличен от механизма, рассмотренного в работах [7-9]. В частности, усиление имеет место при параметре насыщения $\chi' \ll 1$, и полоса усиливаемых частот ничем не ограничена.

2. Основные соотношения. Диаграммная техника

Рассмотрение спонтанных процессов с необходимостью приводит к квантованию поля излучения и решению уравнения Шредингера для замкнутой системы атом-поле

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi = (H_a + H_r + V) \Psi. \quad (1)$$

Здесь H_a — гамильтониан атома, H_r — гамильтониан свободного поля излучения, $V = -\mathbf{D}\mathbf{E}$ — энергия взаимодействия атома с полем, \mathbf{D} — дипольный момент атома, \mathbf{E} — напряженность электрического поля. Выбор энергии взаимодействия в таком виде предполагает, что длина волны падающего излучения много больше размеров атома, и частоты приложенных полей близки к частотам переходов (резонансное приближение).

Каноническое преобразование

$$\Psi = \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} H_r t\right\} \Phi$$

переводит уравнение (1) в уравнение

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi = \{H_a + V(t)\} \Phi, \quad (2)$$

$$V(t) = \exp\left\{\frac{i}{\hbar} H_r t\right\} V \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} H_r t\right\}.$$

В уравнении (2) оператор энергии взаимодействия представляет собой произведение операторов дипольного момента атома в прединтеракционной картине на оператор напряженности свободного электромагнитного поля

$$E(x, t) = \int d\mathbf{k} \{E^+(\mathbf{k}) e^{-i(\omega_k t - \mathbf{k}\mathbf{x})} + E^-(\mathbf{k}) e^{i(\omega_k t - \mathbf{k}\mathbf{x})}\}. \quad (3)$$

Фурье-компоненты оператора (3) удовлетворяют следующим перестановочным соотношениям (выписан лишь ненулевой коммутатор):

$$[E_i^+(\mathbf{k}), E_j^-(\mathbf{k}')] = \frac{\hbar\omega_k}{(2\pi)^2} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \left\{ \delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right\}.$$

При рассмотрении процессов рассеяния удобно исходить из интегральной формы уравнения Шредингера [10]

$$G(t, t_0) = G_a(t - t_0) - \frac{i}{\hbar} \int_{-\infty}^{+\infty} dt' G_a(t - t') V(t') G(t', t_0), \quad (4)$$

где $G(t, t_0)$ — оператор Грина системы атом—поле, $G_a(t - t_0)$ — оператор распространения атомных возбуждений

$$G_a(t - t_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega(t-t_0)} G_a(\omega) d\omega, \quad G_a(\omega) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_n |n\rangle \frac{1}{\omega - \omega_n + i\varepsilon} \langle n|, \quad (5)$$

ω_n — энергия стационарного состояния $|n\rangle$ в единицах \hbar . Решение уравнения (4) в виде ряда по теории возмущений хорошо известно [10]. Член n -го порядка представляет собой функционал от произведения напряженностей

$$E_{i_1}(t_1) E_{i_2}(t_2) \dots E_{i_n}(t_n)$$

и с помощью теоремы Вика [11] может быть разложен по нормальным произведениям. После выполнения подобного разложения в каждом члене ряда мы получим решение уравнения (4) в виде функционала от нормальных произведений операторов напряженности (3). Член, не содержащий операторов (3), будет совпадать с функцией Грина электрона с учетом радиационных поправок.

Если все частоты атомных переходов различны, то учет радиационных поправок к оператору распространения (5) в резонансном приближении сводится к суммированию цепочки диаграмм, состоящей из простейшей собственно-энергетической диаграммы [11]. В результате

$$\bar{G}_a(\omega) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_n |n\rangle \frac{1}{\omega - \omega_n + \Sigma_n(\omega)} \langle n|, \quad (6)$$

где $\Sigma_n(\omega)$ — фурье-образ функции

$$\Sigma_n(t' - t'') = -2\pi i \langle n | \left[\text{diagram} \right] | n \rangle.$$

Сплошная линия соответствует функции распространения электрона (5), волнистая — фотона. Опуская детали вычисления $\Sigma_n(\omega)$, приведем конечный результат для $\omega = \omega_n$

$$\Sigma_n(\omega_n) = \Delta_n + i \frac{\gamma_n}{2},$$

где $\gamma_n = \sum_{m < n} \gamma_{mn}$ — сумма коэффициентов Эйнштейна переходов с уровня n на нижележащие уровни m , $\Delta = \sum_{m < n} \Delta_{mn}$ — сумма соответствующих радиационных сдвигов. В резонансном приближении в формуле (6) можно пренебречь зависимостью $\sum_n (\omega)$ от ω , заменив ее на константу $\sum_n (\omega_n)$. При этом радиационный сдвиг уровня можно включить в определение ω_n и получить следующее выражение для функции Грина электрона в атоме:

$$\bar{G}_a(\omega) = -\frac{1}{2\pi i} \sum_n |n\rangle \frac{1}{\omega - \omega_n + i \frac{\gamma_n}{2}} \langle n|. \quad (7)$$

С помощью (7) можно учесть собственно-энергетические поправки в формулах для вероятностей переходов. Для этого нужно в решении уравнения (4) в виде ряда по теории возмущений заменить функцию $G_a(\omega)$ на $\bar{G}_a(\omega)$ и исключить из рассмотрения члены, содержащие собственно-энергетические вставки. Более того, нетрудно видеть, что в резонансном приближении

$$G(t, t_0) = G_a(t - t_0) + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{i}{\hbar}\right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \dots \int_{-\infty}^{+\infty} dt_n \bar{G}_a(t - t_1) D_{i_1} \bar{G}_a(t_1 - t_2) D_{i_2} \dots \dots D_{i_n} \bar{G}_a(t_n - t_0) N \{E_{i_1}(t_1) E_{i_2}(t_2) \dots E_{i_n}(t_n)\}, \quad (8)$$

причем при вычислении N -произведений нужно выбрасывать нерезонансные члены, вклад которых порядка отношения ширины линии к частоте перехода. По двум повторяющимся индексам здесь и в дальнейшем подразумевается суммирование.

Формула (8) описывает радиационные процессы, при которых может измениться состояние как поля, так и атома (спонтанное излучение, поглощение, комбинационное рассеяние), а также резонансное рассеяние, связанное с переходами между возбужденными состояниями.

В случае, когда рассматриваются переходы, при которых атом в начале и конце процесса находится в основном состоянии, оператор, описывающий изменение поля (S -матрица), получается из (8) усреднением по основному состоянию атомной системы $\varphi_s(x)$. Удобно выбирать фазовый множитель у волновой функции так, чтобы [10]

$$\begin{aligned} \bar{G}_a(t - t_0) \varphi_s(x, t_0) &= \varphi_s(x, t), \\ \varphi_s^*(x, t) \bar{G}_a(t - t_1) &= \varphi_s^*(x, t_1). \end{aligned}$$

Тогда

$$S = 1 + \sum_n \left(\frac{i}{\hbar}\right)^n \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \dots \int_{-\infty}^{+\infty} dt_n \langle \varphi_s(x, t_1) | D_{i_1} \bar{G}_a(t_1 - t_2) D_{i_2} \dots \bar{G}_a(t_{n-1} - t_n) D_{i_n} | \times \times \varphi_s(x, t_n) \rangle N \{E_{i_1}(t_1) E_{i_2}(t_2) \dots E_{i_n}(t_n)\}. \quad (9)$$

Формула (9) будет служить основой наших дальнейших вычислений. Они значительно упрощаются, если воспользоваться разложением Фурье функции Грина электрона и формулой (3). С их помощью можно в явном виде выписать выражение для S -матрицы как функционала от операторных функций $E_i^-(k)$, $E_j^+(k)$. Для коэффициентных функций этого функционала можно сформулировать фейнмановскую диаграммную технику [10, 11]. Вершине будет соответствовать множитель $(2\pi i/\hbar) D_i^{lk}$ (D^{lk} — матричный элемент дипольного момента между состояниями l , k), отрезку сплошной линии — функция Грина (7). В каждой вершине выполняется закон сохранения энергии, и по всем промежуточным частотам производится интегрирование.

Энергия, рассеиваемая атомной системой в элемент телесного угла ΔO в направлении волнового вектора k в интервале частот $\Delta\omega$, определяется формулой [11]

$$\Delta \mathcal{E} = 4\pi^2 \langle E_i^-(k) E_j^+(k) \rangle_f k^2 dk dO.$$

Индекс f указывает на то, что усреднение следует проводить по конечному состоянию. Если падающее поле является плоской волной, то в направлении, не совпадающем с направлением распространения волны, можно выразить рассеянную энергию через функциональные производные от R -матрицы

$$\Delta \varepsilon = (\hbar \omega)^2 \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \left\langle \frac{\delta R^+}{\delta E_i^+(\mathbf{k})} \frac{\delta R}{\delta E_j^-(\mathbf{k})} \right\rangle k^2 d\mathbf{k} dO, \quad (10)$$

которая связана с S -матрицей соотношением [11]

$$S = 1 - 2\pi i R.$$

В формуле (10) усреднение проводится уже по начальному состоянию.

3. Двухквантовая параметрическая люминесценция

Рассмотрим атомную систему в поле двух плоских монохроматических волн с частотами ω_0 и ω_p , резонансных соответственно переходам $m-n$ и $n-s$ (рис. 1). Для определенности считаем $\omega_m > \omega_n > \omega_s$. При прохождении через среду сильного поля с частотой ω_p возникает усиление нулевых колебаний, связанное с параметрическим взаимодействием.

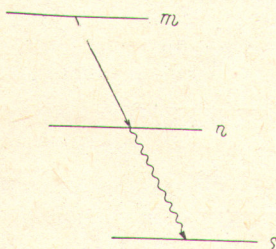


Рис. 1. Схема рассматриваемых переходов.

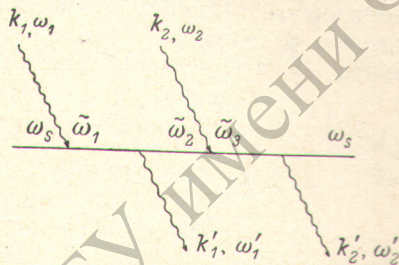


Рис. 2. Диаграмма, описывающая двухквантовую спонтанную параметрическую люминесценцию.

Атомная система поглощает два кванта с частотой ω_p с последующим излучением двух квантов с различными частотами ω_1 и ω_2 .

Поскольку при этом атом возвращается в основное состояние, частоты рассеянных квантов связаны законом сохранения энергии

$$2\omega_p = \omega_1 + \omega_2.$$

Поле частоты ω_p , приложенное к переходу $m-n$, вызывает вынужденные переходы между этими состояниями. В результате амплитуда вероятности пребывания атома на уровне n оказывается промодулированной. Это в свою очередь изменяет спектральный состав спонтанной параметрической люминесценции, вызываемой полем частоты ω_p .

Если интересоваться только вынужденными процессами на переходе $m-n$, то следует считать поле, резонансное этому переходу, s -числом и описывать его напряженностью

$$\varepsilon(x, t) = \varepsilon_0 \cos(\omega_0 t - \mathbf{kx}). \quad (11)$$

Разумеется, такой подход справедлив, когда коэффициент Эйнштейна γ_{mn} перехода $m-n$ много меньше суммы ширин уровней m и n ($\gamma_{mn} \ll \gamma_m + \gamma_n$) [12]. В противном случае необходимо учитывать спонтанные процессы на переходе $m-n$, и картина явления сильно усложняется.

При расчете спектра люминесценции следует в гамильтониан взаимодействия в соответствии с общими принципами теории квантованных

полей [11] подставить вместо (3) сумму напряженностей (3) и (11). Взаимодействие с полем (11) в резонансном приближении учитывается точно [5, 12], и во всех диаграммах можно заменить невозмущенные функции Грина (7) на функции Грина атомных возбуждений в поле (11). Все изменения в функциях Грина сводятся к появлению матричных элементов, связывающих уровни m и n , и к изменению пропэгаторов только этих уровней. Пропэгатор n -го уровня

$$\langle n | G_a(\omega_1) | n \rangle = -\frac{1}{2\pi i} \left[\omega_1 - \omega_n + i \frac{\gamma_n}{2} - \frac{|V_{mn}|^2}{\omega_1 + \omega_0 - \omega_m + i \frac{\gamma_m}{2}} \right]^{-1}, \quad (12)$$

где

$$V_{mn} = -\frac{D^{mn} \mathcal{E}_0}{2\hbar},$$

теперь имеет два полюса

$$\omega_{n,12} = \omega_n - \frac{\Omega + i\Gamma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\Omega - i\Gamma}{2}\right)^2 + |V_{mn}|^2}, \quad (13)$$

$$\Omega = \omega_0 - \omega_m, \quad \Gamma = \frac{1}{2}(\gamma_m + \gamma_n), \quad \gamma = \frac{1}{2}(\gamma_n - \gamma_m),$$

отражающих амплитудную модуляцию атомных колебаний вынужденными переходами. Полюса пропэгатора (12) можно рассматривать как радиационное расщепление уровня n в поле (11). В этом случае удобно представить (12) в виде разложения на простые дроби

$$\langle n | G_a | n \rangle = -\frac{1}{2\pi i} \left(\frac{A_1}{\omega - \omega_{n,1}} + \frac{A_2}{\omega - \omega_{n,2}} \right), \quad (14)$$

$$A_1 = 1, \quad A_2 = \frac{\omega_{n,1} - \omega_n + \Omega + i \frac{\gamma_m}{2}}{\omega_{n,1} - \omega_{n,2}}.$$

Каждое слагаемое описывает вклад в пропэгатор с весом A_j соответствующего подуровня уровня n . Аналогичными свойствами обладает пропэгатор m -го уровня в поле (11).

Рассматриваемый процесс описывается диаграммой, изображенной на рис. 2. Соответствующее аналитическое выражение легко получить с помощью изложенных в пункте 2 правил диаграммной техники

$$\left(\frac{2\pi i}{\hbar}\right)^4 \int d\bar{\omega}_1 d\bar{\omega}_2 d\bar{\omega}_3 \langle n | G_a(\bar{\omega}_1) | n \rangle \left(-\frac{1}{2\pi i}\right) \frac{D_{i_1}^* D_{i_2}^* D_{j_1} D_{j_2}}{\bar{\omega}_2 - \omega_s + i\varepsilon} \langle n | G_a(\bar{\omega}_3) | n \rangle \times \\ \times \delta(\omega_{k_1} + \omega_s - \bar{\omega}_1) \delta(\bar{\omega}_1 - \bar{\omega}_2 - \omega_{k'_1}) \delta(\bar{\omega}_2 + \omega_{k_2} - \bar{\omega}_3) \delta(\bar{\omega}_3 - \omega_s - \omega_{k'_2}). \quad (15)$$

Здесь ω_{k_1} , ω_{k_2} — частоты поглощаемых фотонов; $\omega_{k'_1}$, $\omega_{k'_2}$ — частоты излучаемых фотонов; $D_i^{ms} \equiv D_i$,

Теперь нужно выполнить интегрирования в формуле (15) и провести симметризацию полученного выражения по частотам падающих и излученных фотонов [11]. С помощью формулы (14) можно разбить полученное выражение на два слагаемых. Первое слагаемое описывает рассеяние без изменения частоты, второе — с изменением частоты. Выпишем вклад в R -матрицу, соответствующий второму слагаемому

$$R_2 = \frac{1}{\hbar^4} \int d\mathbf{k}_1 d\mathbf{k}_2 d\mathbf{k}'_1 d\mathbf{k}'_2 \delta(\omega_{k_1} + \omega_{k_2} - \omega_{k'_1} - \omega_{k'_2}) \chi(\omega_{k_1}, \omega_{k_2}; \omega_{k'_1}, \omega_{k'_2}) \times \\ \times \mathbf{D}^* \mathbf{E}^-(\mathbf{k}'_1) \mathbf{D}^* \mathbf{E}^-(\mathbf{k}'_2) \mathbf{D} \mathbf{E}^+(\mathbf{k}_1) \mathbf{D} \mathbf{E}^+(\mathbf{k}_2), \quad (16)$$

где

$$\chi(\omega_{k_1}, \omega_{k_2}; \omega_{k'_1}, \omega_{k'_2}) = \frac{1}{(2!)^2} \sum_{p(k_i) p(k'_i)} \left(\frac{A_1}{\omega_{k_1} - \omega_{ns,1}} + \frac{A_2}{\omega_{k_2} - \omega_{ns,2}} \right) \times \\ \times \left[\frac{A_1}{(\omega_{k'_2} - \omega_{ns,1})(\omega_{k_2} - \omega_{ns,1})} + \frac{A_2}{(\omega_{k'_2} - \omega_{ns,2})(\omega_{k_2} - \omega_{ns,2})} \right].$$

Здесь $p(k_i)$ обозначают, что суммирование идет по всем перестановкам переменных k_i ; $\omega_{ns, j} = \omega_{n, j} - \omega_s$ ($j=1, 2$).

Если интересоваться только спектральным составом параметрической люминесценции, то в формулу (10) можно вместо R подставить R_2 . После несложных преобразований найдем, что

$$\Delta \varepsilon = \frac{\omega^4}{c^3} D^2 \sin^2 \psi \left| \omega_\mu - \omega_{ns} + i \frac{\gamma_n}{2} - \frac{|V_{mn}|^2}{\omega_\mu - \omega_{ns} + \Omega + i \frac{\gamma_m}{2}} \right|^{-2} \times \\ \times \frac{\gamma_{ns}}{\pi} \left| \frac{1}{2} \sum_{j=1}^2 \frac{A_j}{\omega_\mu - \omega_{ns, j}} \left(\frac{1}{2\omega_\mu - \omega - \omega_{ns, j}} + \frac{1}{\omega - \omega_{ns, j}} \right) \right|^2 \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \left| \frac{D\mathcal{E}_\mu}{2\hbar} \right|^4 d\omega dO, \quad (17)$$

где γ_{ns} — коэффициент Эйнштейна перехода $n-s$, ψ — угол между волновым вектором \mathbf{k} и дипольным моментом \mathbf{D} , \mathcal{E}_μ — напряженность поля, резонансного перехода $n-s$. При выводе формулы (17) предполагалось, что поле на частоте ω находится в когерентном состоянии [13].

Проанализируем полученную формулу. Спектр люминесценции в общем случае состоит из четырех линий с частотами $\omega_{ns, j}$; $2\omega_\mu - \omega_{ns, j}$ ($j=1, 2$), ширины которых определяются формулой (13). Линии разделяются при условии, что

$$|\operatorname{Re}(\omega_{ns, 2} - \omega_{ns, 1})| \gg \Gamma, \quad |\omega_\mu - \omega_{ns, j}| \gg \Gamma \\ (j=1, 2). \quad (18)$$

Интенсивности линий пропорциональны квадрату веса $|A_j|^2$ соответствующего подуровня n и обратно пропорциональны величине расстройки $(\omega_\mu - \omega_{ns, j})^2$. Когда частота ω_μ совпадает с частотой перехода между основным состоянием и одним из подуровней уровня n (например, $\omega_\mu = \omega_{ns, 1}$), вокруг частоты падающего излучения появляется «ореол» и еще две линии на частотах $\omega_{ns, 2}$ и $2\omega_\mu - \omega_{ns, 1} = \omega_{ns, 2}$. В частном случае резонанса $\Omega=0$, $\omega_\mu = \omega_{ns}$ ($|V_{mn}| \gg \Gamma$) спектр люминесценции состоит из двух линий с частотами $\omega = \omega_{ns} \pm |V_{mn}|$ и ширинами, равными $\Gamma/2$. Интересно отметить, что при $\gamma_m < \gamma_n$ ширина этих линий уже естественной ширины линии перехода $n-s$.

Если условия (18) одновременно не выполняются, то вокруг частоты падающего излучения ω_μ появляется «ореол» с довольно сложной формой спектра. Для иллюстрации рассмотрим наиболее простой случай резонанса $\Omega=0$, $\omega_\mu = \omega_{ns}$ и равных констант релаксации $\gamma_m = \gamma_n = \Gamma$, тогда

$$\Delta \varepsilon = \frac{16\omega^4 D^2 \sin^2 \psi}{c^3 \Gamma^4 (1+z)^4} \frac{2\gamma_{ns}}{\Gamma^2} F(\omega) \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \left| \frac{D\mathcal{E}_\mu}{2\hbar} \right|^2 d\omega dO. \quad (19)$$

Функция

$$F(\omega) = \frac{2}{\pi} \left\{ \frac{\left[(\omega - \Omega_+) (\omega - \Omega_-) + \frac{\Gamma^2}{4} \right] \left[\left(\frac{\Omega_+ - \Omega_-}{2} \right)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} \right]^2}{\left[(\omega - \Omega_-)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} \right] \left[(\omega - \Omega_+)^2 + \frac{\Gamma^2}{4} \right]} \right\}, \\ \Omega_\pm = \omega_n \mp |V_{mn}|, \quad z = \frac{4|V_{mn}|^2}{\Gamma^2}$$

определяет форму спектра люминесценции. Графики $F(\omega)$ при различных значениях параметра насыщения z приведены на рис. 3.

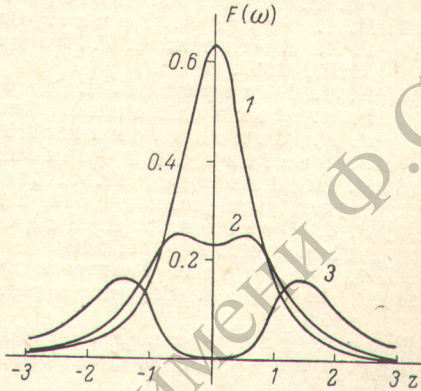


Рис. 3. Графики функции $F(\omega)$.
1 — $z=0$, 2 — $z=1/4$, 3 — $z=1$. $z = 2(\omega - \omega_n)/\Gamma$.

4. Заключение

Рассмотренные выше явления — проявление эффекта Штарка в переменном электромагнитном поле оптической частоты. Они могут наблюдаться в эксперименте, подобном описанному в работе [1]. Следует отметить, что дополнительно будут наблюдаться явления, связанные с интерференцией волн, рассеянных различными атомами [6], а также — с зависимостью показателя преломления от интенсивности сильного поля [14]. В результате рассеянное излучение обладает интересными пространственно-частотными характеристиками, исследование которых выходит за рамки настоящей работы.

Литература

- [1] А. М. Бонч-Бруевич, Н. Н. Костин, В. А. Ходовой, В. В. Хромов. ЖЭТФ, 56, 144, 1969.
- [2] M. S. Feld, A. Javan. Phys. Rev., 177, 540, 1969.
- [3] Г. Е. Ноткин, С. Г. Раутман, А. А. Феоктистов. ЖЭТФ, 52, 1673, 1967.
- [4] И. М. Бетеров, В. П. Чеботаев. Письма ЖЭТФ, 9, 216, 1969.
- [5] Р. И. Соколовский. Опт. и спектр., 28, 824, 1970.
- [6] Р. И. Соколовский. ЖЭТФ, 59, 799, 1970.
- [7] B. Senitzky, G. Gold, S. Gutler. Phys. Rev., 130, 1460, 1963.
- [8] Д. Н. Клышко, Ю. С. Константинов, В. С. Туманов. Изв. вузов, радиофизика, 8, 513, 1965.
- [9] P. Z. Gordon, S. E. Schwarz, C. Y. Shank, O. R. Wood. Appl. Phys. Lett., 14, 235, 1969.
- [10] Р. Фейнман. Квантовая электродинамика. Изд. «Мир», М., 1964.
- [11] С. Швебер. Введение в релятивистскую квантовую теорию поля. ИЛ, М., 1963.
- [12] С. Г. Раутман. Тр. ФИАН, 43, 3, 1968.
- [13] Р. Глаубер. Сб. «Квантовая оптика и квантовая радиофизика». Изд. «Мир», М., 1966.
- [14] П. А. Апанасевич, А. А. Афанасьев. Нелинейные процессы в оптике, вып. 2. СОАН СССР. Новосибирск, 1972.

Поступило в Редакцию 21 января 1975 г.