

Д. А. Синица, А. В. Лубочкин
 (ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)
**ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ЗАДАНЫХ
 ДВИЖЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ
 С МИНИМАЛЬНОЙ ЭНЕРГИЕЙ**

В классе ограниченных управлений ($|u(t)| \leq L, t \geq 0$) рассмотрим динамическую систему

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

$$(x \in R^n, u \in R; \text{rank}(b, Ab, \dots, A^{n-1}b) = n).$$

Наряду с уравнением (1) рассмотрим движение на фазовой плоскости $x = x_f(t), t \geq 0$, заданное кусочно-гладкой функцией $x_f(t), t \geq 0$. Будем говорить, что движение $x_f(t), t \geq 0$, осуществимо, если существует такое доступное управление $u_f(t), t \geq 0, |u_f(t)| \leq L$, что $\dot{x}_f(t) = Ax_f(t) + bu_f(t), t \geq 0$. Пусть $G \subset R^n$ – такая область фазового пространства системы (1), что $x_f(t) \in \text{int } G, t \geq 0$.

Функцию

$$u = u(t, x), \quad x \in G, \quad t \geq 0,$$

назовем ограниченной дискретной (с периодом квантования $\nu > 0$) обратной связью, осуществляющей движение $x = x_f(t), t \geq 0$, если: 1) $u(t, x_f(t)) = u_f(t), t \geq 0$; 2) $|u(t, x)| \leq L, x \in G, t \geq 0$; 3) траектория замкнутой системы $\dot{x} = Ax + bu(t, x), x(0) \in G$, представляет собой непрерывное решение уравнения (1) с управлением $u(t) = u(k\nu, x(k\nu)), t \in [k\nu, (k+1)\nu[$, $k = 0, 1, \dots$; 4) решение $x = x_f(t), t \geq 0$, замкнутой системы асимптотически устойчиво в G . Синтез указанных обратных связей $u = u(t, x), x \in G, t \geq 0$, составляет суть задачи осуществления движения. При этом с точки зрения практики естественно потребовать, чтобы дополнительно: 5) область притяжения G осуществляемого движения была достаточно большой; б) переходные процессы в замкнутой системе были в некотором смысле наилучшими (по отношению к выбранному критерию качества). Поэтому для решения указанной проблемы естественно использовать методы оптимального управления. Здесь с этой целью используется реализация в режиме реального времени позиционного решения следующей вспомогательной задачи оптимального управления:

$$B_\theta(\tau, z) = \min \int_\tau^{\tau+\theta} (u(t) - u_f(t))^2 dt, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(\tau) = z, \\ x(\tau + \theta) = x_f(\tau + \theta), \quad \tau \geq 0; \quad |u(t)| \leq L, \quad t \in T = [\tau, \tau + \theta]. \quad (2)$$

Задачи (2), рассматриваемые в классе кусочно-постоянных функций с периодом квантования $\nu > 0$, будут эквивалентны близким задачам линейно-квадратичного программирования. Обосновывается алгоритм работы регулятора, вырабатывающего в режиме реального времени реализацию обратной связи, осуществляющей заданное движение. Работа построенного таким образом регулятора программно реализована, просчитан ряд тестовых примеров.