

**О. Н. Шуткова, А. В. Лубочкин**

*(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)*

**ОСУЩЕСТВЛЕНИЕ ЗАДАНЫХ ДВИЖЕНИЙ  
ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ ОПТИМАЛЬНЫМИ  
УПРАВЛЕНИЯМИ ЛИНЕЙНО-НЕГЛАДКИХ ЗАДАЧ**

В классе ограниченных управлений рассмотрим систему

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

$$(x \in R^n, u \in R; \text{rank}(b, Ab, \dots, A^{n-1}b) = n).$$

Наряду с уравнением (1) рассмотрим движение на фазовой плоскости  $x = x_f(t)$ ,  $t \geq 0$ , заданное кусочно-гладкой функцией.

Будем говорить, что движение  $x_f(t)$ ,  $t \geq 0$ , осуществимо, если существует такое доступное управление:  $|u_f(t)| \leq L$ ,  $t \geq 0$ , что  $\dot{x}_f(t) = Ax_f(t) + bu_f(t)$ ,  $t \geq 0$ . Пусть  $G \subset R^n$  – такая область фазового пространства системы, что  $x_f(t) \in \text{int } G$ ,  $t \geq 0$ .

Функцию  $u = u(t, x)$ ,  $x \in G$ ,  $t \geq 0$ , назовем ограниченной дискретной (с периодом квантования  $\nu > 0$ ) обратной связью, осуществляющей движение  $x = x_f(t)$ ,  $t \geq 0$ , если:

1)  $u(t, x_f(t)) = u_f(t)$ ,  $t \geq 0$ ; 2)  $|u(t, x)| \leq L$ ,  $x \in G$ ,  $t \geq 0$ ; 3) траектория замкнутой системы  $\dot{x} = Ax + bu(t, x)$ ,  $x(0) \in G$ , представляет собой непрерывное решение уравнения (1) с управлением  $u(t) = u(k\nu, x(k\nu))$ ,  $t \in [k\nu, (k+1)\nu[$ ,  $k = 0, 1, \dots$ ; 4) решение  $x = x_f(t)$ ,  $t \geq 0$ , замкнутой системы асимптотически устойчиво в  $G$ . Синтез указанных обратных связей  $u = u(t, x)$ ,  $x \in G$ ,  $t \geq 0$ , составляет суть задачи осуществления движения. При этом с точки зрения практики естественно потребовать, чтобы дополнительно: 5) область притяжения  $G$  осуществляемого движения была достаточно большой; 6) переходные процессы в замкнутой системе были в некотором смысле наилучшими (по отношению к выбранному критерию качества). Поэтому для решения указанной проблемы естественно использовать

методы оптимального управления. Здесь с этой целью используется реализация в режиме реального времени позиционного решения следующей вспомогательной задачи оптимального управления с интервальными ограничениями:

$$\begin{aligned} B_{\theta}(\tau, z) = \min \int_{\tau}^{\tau+\theta} |u(t) - u_f(t)| dt, \quad \dot{x} = Ax + bu, \quad x(\tau) = z, \\ x_f(\tau + \theta) - \varepsilon \leq x(\tau + \theta) \leq x_f(\tau + \theta) + \varepsilon, \quad \tau \geq 0; \quad (2) \\ |u(t)| \leq L, \quad t \in T = [\tau, \tau + \theta] \end{aligned}$$

( $\varepsilon \in R^n$  – параметр метода). Задачи (2), рассматриваемые в классе кусочно-постоянных функций с периодом квантования  $\nu > 0$ , будут эквивалентны близким задачам кусочно-линейного программирования. Обосновывается алгоритм работы регулятора, вырабатывающего в режиме реального времени реализацию обратной связи, осуществляющей заданное движение. Работа построенного таким образом регулятора программно реализована, просчитан ряд тестовых примеров.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ