УДК 621.373 : 535

О КОЛЬЦЕВОЙ СТРУКТУРЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЛАЗЕРОВ

В. И. Атрощенко, Б. В. Калачев и *В. С. Прокудин*

Кольцевая структура излучения твердотельных лазеров была обнаружена сравнительно давно [1-4]. В этих работах предполагается, что кольцевая структура возникает при интерференции основного пучка излучения с пучком, рассеянным на неоднородностях внутри активного вещества или на его торцах.

При исследовании характеристик излучения лазера на растворе родамина 6Ж с ламповой накачкой в некоторых экспериментах нами также была обнаружена кольцевая структура излучения лазера. Головка лазера содержала цилиндрическую кювету диаметром 6 мм и длиной 100 мм для размещения раствора родамина 6Ж, двух импульсных ламп накачки типа ИФП 1200. Лампы и кювета помещались в фокусах биэллиптического осветителя. Оптический резонатор был образован двумя плоскими зеркалами с коэффициентами отражения 99, 30 или 60%, расположенными на расстоянии 300 мм. Энергия генерации равнялась 0.3 Дж при длительности импульса 7 мкс. Наблюдение колец велось на экране, расположенном на расстоянии 3 м от выходного зеркала.

Измерения показали, что радиусы колец прямо пропорциональны корню квадратному из их порядкового номера, т. е. так же как и у колец интерферометра Фабри—Перо, полученных с помощью линзы. Аналогичная зависимость наблюдалась и в работе [3].

Экспериментально было выяснено, что скорость движения жидкости не влияет на наблюдаемую картину. Не было обнаружено влияния на структуру колец также взвешенных частиц, специально добавляемых в раствор активного вещества. Кольцевая структура излучения наблюдалась и при диафрагмировании окна кюветы, причем площадь отверстия диафрагмы уменьшалась до одной восьмой части площади окна (дальнейшее уменьшение отверстия диафрагмы приводило к срыву генерации).

Оказалось, что на структуру излучения влияет выходное зеркало резонатора. Кольцевая структура наблюдалась при использовании некоторых зеркал и исчезала при замене их другими, хотя такие характеристики излучения, как расходимость, энергия и спектр генерации оставались неизменными. Более того, если на пути лазерного пучка, не обладающего кольцевой структурой, помещалось зеркало, приводящее к появлению колец, отъюстированное параллельно выходному зеркалу резонатора, то на экране наблюдались кольца. При повороте этого зеркала на 20—30′ кольцевая структура излучения исчезала.

В результате анализа экспериментальных данных можно сделать вывод о том, что наблюдаемая кольцевая структура возникает при интерференции основного пучка излучения с пучком, рассеянным на неоднородностях, как и в упомянутых работах. Однако в нашем случае эти неоднородности локализованы в отражающих слоях диэлектрического зеркала. Такие неоднородности могут образоваться в процессе напыления зеркал.

Следует отметить, что указанное явление может быть использовано при контроле оптических изделий на однородность по составу и качеству поверхности.

Литература

[1] I. O. Abella, C. H. Townes. Nature, *192*, 957, 1961.
[2] T. H. Maiman, R. H. Hoskins, I. D′Haenens, C. K. Asawa, V. Evtuhov. Phys. Rev., *123*, 1151, 1963.
[3] B. P. Stoichev, A. Szabo. Appl. Opt., *2*, 811, 1963.
[4] W. G. Wagner, G. Birnbaum. J. Appl. Phys., *32*, 1185, 1961.

Поступило в Редакцию 1 октября 1975 г.

УДК 535.317.1

РАСЧЕТ ДИФРАКЦИОННОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ТРЕХМЕРНЫХ ФАЗОВЫХ ГОЛОГРАММ

В. Г. Сидорович

В настоящее время механизм преобразования световых полей трехмерными фазовыми голограммами удовлетворительно исследован лишь в кинематическом приближении теории дифракции [1]. Рассмотрению динамического приближения, соответствующего значительным дифракционным эффективностям, посвящено весьма ограниченное число работ [2-4]. В этих работах проделан анализ свойств трехмерных голограмм, созданных парой плоских волн [2, 3], и формально ему эквивалентный анализ голограмм, записанных с использованием плоской опорной волны, существенно более интенсивной, чем объектная [4]. Целью данной работы является вычисление дифракционной эффективности трехмерных фазовых голограмм, в объеме которых зарегистрировано распределение интенсивности светового поля, образованного объектным и референтным пучками с протяженными дискретными угловыми спектрами и произвольным соотношением интенсивностей. Этот случай представляет практический интерес с точки зрения задачи управления параметрами когерентных световых пучков [5]. За основу расчетов принято представление светового поля в фазовой голограмме при реконструкции в виде суперпозиции согласованных с данной голограммой световых полей (мод голограммы). Моды характеризуются тем свойством, что наведенные ими в фазовой голограмме волновые поля поляризации в точности воспроизводят их, излучая электромагнитные волны. Существование электромагнитных полей, согласованных в указанном смысле со средой, имеющей переменную в пространстве диэлектрическую проницаемость, было доказано Эвальдом в его трудах по динамической теории рассеяния рентгеновских лучей [6, 7].

1. Направим координатные оси oX и oY вдоль поверхности светочувствительной среды, ось oZ — по нормали к этой поверхности в глубь среды. Допустим, что волновые векторы $\mathbf{k}_0, \ldots, \mathbf{k}_N$ всех плоских световых волн, записывающих голограмму, наклонены на незначительные углы $\theta_0, \ldots, \theta_N$ по отношению к oZ (волны с векторами $\mathbf{k}_j$ при $j=0, \ldots, K$ принадлежат к объектному пучку, а при $j=K+1, \ldots, N$ — к референтному). Предположим также, что эти волны линейно поляризованы в одной и той же плоскости. Эти два предположения позволяют не учитывать в дальнейшем векторный характер электромагнитного поля. Обозначим E амплитуду суммарного электрического поля излучения, записывающего голограмму, тогда

$$E(\mathbf{r}) = \sum_{s=0}^{N} a_s e^{i\mathbf{k}_s\mathbf{r}}, \tag{1}$$

где a_s — комплексные амплитуды плоских компонент этого излучения; $\mathbf{k}_s = (\mathbf{k}_{sx}\ \mathbf{k}_{sy},\ k_{sz})$. Предположим, что после соответствующей обработки светочувствительная среда изменяет свою диэлектрическую проницаемость на величину $\Delta\varepsilon(\mathbf{r})$, пропорциональную локальной плотности энергии света при экспозиции

$$\Delta\varepsilon(\mathbf{r}) = \varkappa t \varepsilon_0 |E(\mathbf{r})|^2, \tag{2}$$

где t — время экспозиции; ε_0 — диэлектрическая проницаемость среды; $\varkappa$ — коэффициент пропорциональности [4]. Подстановка (1) в (2) дает выражение для распределения диэлектрической проницаемости в объеме голограммы

$$\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 + \Delta\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 + \varepsilon_0 \varkappa t \sum_{m,n} a_m a_n^* e^{i(\mathbf{k}_m - \mathbf{k}_n)\mathbf{r}}, \tag{3}$$

где $|\Delta\varepsilon| \ll \varepsilon_0$.

В соответствии с результатами [8] интенсивность «шумовых» плоских волн, отсутствовавших в зарегистрированном на голограмме излучении, пренебрежимо мала при реконструкции по сравнению с суммарной интенсивностью плоских компонент восстанавливающего и восстановленного пучков, если выполняются условия

$$\delta_{ij}^2/\Delta\varepsilon' \gg 1, \tag{4}$$

где $\Delta\varepsilon' = \varkappa t L \varepsilon_0$; $L = \sum_{k=0}^{N} |a_k|^2$; δ_{ij} — углы между векторами $\mathbf{k}_i$ и $\mathbf{k}_j$; $i \neq j$; $i, j = 0, \ldots, N$.[1] В дальнейшем будем предполагать (4) выполненными.

2. Пусть плоские компоненты восстанавливающего пучка совпадают по направлениям распространения с какими-либо компонентами опорного или объектного пучков, а комплексные амплитуды этих компонент произвольны. При этом для исчерпывающего анализа процесса реконструкции достаточно рассмотреть моды голограммы, представимые в виде

$$E^{(m)}(\mathbf{r}) = \sum_{s=0}^{N} c_s^{(m)} e^{i\mathbf{k}_s^{(m)}\mathbf{r}}, \tag{5}$$

где $E^{(m)}$ — амплитуда напряженности электрического поля m-той моды; $\mathbf{k}_s^{(m)}$ — волновые векторы плоских компонент m-той моды, обладающие свойствами:

---

[1] Если выполняются (4), то плоские компоненты излучения, распространяющегося в голограмме при реконструкции, рассеиваются лишь на тех фазовых решетках, в записи которых они принимали участие. Поэтому волновые векторы $\mathbf{k}_n'$ этих плоских компонент связаны соотношениями: $\mathbf{k}_i' - \mathbf{k}_j' = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j$; $i, j, n = 0, 1, \ldots, N$.

$\mathbf{k}_i^{(m)} - \mathbf{k}_j^{(m)} = \mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j$, $\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_i^{(m)} = \Delta^{(m)}$, $\Delta^{(m)} = (\Delta_z^{(m)}, 0, 0)$; $c_s^{(m)}$ — комплексные амплитуды компонент m-той моды; $i, j = 0, \ldots, N$.

Подстановка (5) в уравнение

$$\Delta E + k_0^2 \varepsilon (\mathbf{r}) E = 0, \tag{6}$$

описывающее в скалярном приближении распространение света в голограмме, дает систему алгебраических уравнений для $c_j^{(m)}$

$$\varkappa t a_l \sum_{n \neq l} c_n^{(m)} a_n^* - c_l^{(m)} e_l^{(m)} = 0, \tag{7}$$

где

$$e_l^{(m)} = [|\mathbf{k}_l^{(m)}|^2 - k_0^2 (\varepsilon_0 + \Delta\varepsilon')]/k_0^2 \varepsilon_0; \quad l = 0, \ldots, N.$$

Так как по предположению θ_j малы, то

$$e_j^{(m)} = -\frac{2\Delta_z^{(m)} \cos \theta_j}{k_0 \sqrt{\varepsilon_0}} - \frac{\Delta\varepsilon'}{\varepsilon_0} \simeq -\frac{2\Delta_z^{(m)}}{k_0 \sqrt{\varepsilon_0}} - \frac{\Delta\varepsilon'}{\varepsilon_0} = e^{(m)}. \tag{8}$$

Таким образом, задача вычисления $c_j^{(m)}$ сводится к нахождению собственных значений и собственных векторов самосопряженной матрицы $\hat{A}_{N+1}$ с элементами $A_{ij} = \varkappa t a_i a_j^*$ $(i \neq j)$; $A_{kk} = 0$; $i, j, k = 0, \ldots, N$. Собственные векторы самосопряженной матрицы $\hat{A}_{N+1}$ задают базис в $(N+1)$-мерном пространстве, образованном векторами комплексных амплитуд плоских компонент различных восстанавливающих пучков. Поэтому если «шумовые» плоские волны слабы, то поле E' в голограмме при реконструкции можно представить в виде суперпозиции $N+1$ линейно независимых мод голограммы, имеющих форму (5). Обозначим $C_j^{(m)}$ амплитуды плоских компонент мод, выбранных в качестве базисных. Волновые векторы этих компонент в соответствии с (8) равны $\mathbf{k}_j^{(m)} = (k_{jx}, k_{jy}, k_{jz} + [k_0 \sqrt{\varepsilon_0} (e^{(m)} + \Delta\varepsilon'/\varepsilon_0)]/2)$, поэтому

$$E'(\mathbf{r}) = \sum_{j=0}^{N} \left[\sum_{m=0}^{N} d_m e^{i k_0 \sqrt{\varepsilon_0} \left(e^{(m)} + \frac{\Delta\varepsilon'}{\varepsilon_0} \right) z/2} C_j^{(m)} \right] e^{i \mathbf{k}_j \mathbf{r}} = \sum_{j=0}^{N} S_j (z)\, e^{i \mathbf{k}_j \mathbf{r}}, \tag{9}$$

где d_m — коэффициенты разложения вектора, задающего амплитуды плоских компонент восстанавливающего пучка, по элементам базиса, образованного векторами амплитуд базисных мод.[2] Соотношение (9) позволяет определить амплитуды $S_j (z)$ компонент углового спектра светового поля при реконструкции в любой плоскости z по известным амплитудам $S_j (0)$.

3. Рассчитаем с помощью (9) дифракционную эффективность трехмерной фазовой голограммы в частном случае, когда

$$|a_0| \simeq \ldots \simeq |a_K| \simeq a, \tag{10а}$$

$$|a_{K+1}| \simeq \ldots \simeq |a_N| \simeq b, \tag{10б}$$

и реконструкция осуществляется пучком, совпадающим с референтным. Для этого найдем те моды голограммы, (M_s) векторы амплитуд которых имеют вид

$$\mathbf{c}_s = (a_0, a_1, \ldots, a_K, (\beta/\alpha)_s a_{K+1}, \ldots, (\beta/\alpha)_s a_N). \tag{11}$$

Подставив (11) в (7), выпишем $(K+1)$-е и $(K+2)$-е из получившихся уравнений

$$\alpha_s K a^2 + \beta_s (N - K) b^2 = \alpha_s e_s', \tag{12а}$$

$$\alpha_s (K+1) a^2 + \beta_s (N - K - 1) b^2 = \beta_s e_s', \tag{12б}$$

где $e_s' = e_s/\varkappa t$. Условие совместности (12а) и (12б)

$$e_s'^2 - e_s' [(N - K - 1) b^2 + K a^2] - a^2 b^2 N = 0 \tag{13}$$

---

[2] Соотношение (9) можно записать более компактно в виде

$$\mathbf{S}(z) = e^{i k_0 \sqrt{\varepsilon_0} (\hat{A}_{N+1} + \Delta\varepsilon'/\varepsilon_0) z/2}\, \mathbf{S}(0),$$

где

$$\mathbf{S}(z) = (S_0 (z), S_1 (z), \ldots, S_N (z)).$$

позволяет определить допустимые значения e'_s

$$e'_{1,2}=\frac{(N-K-1)\,b^2+Ka^2\pm\sqrt{[(N-K-1)\,b^2+Ka^2]^2+4a^2b^2N}}{2}. \qquad (14)$$

и соответственно два вектора $\mathbf{c}_s$ $(s=1, 2)$. Вектор $\mathbf{S}(0)=(0, 0, \ldots, 0, a_{K+1}, \ldots, a_N)$, задающий в рассматриваемом случае граничные условия, можно представить в виде суперпозиции $\mathbf{c}_1$ и $\mathbf{c}_2$, поэтому в голограмме при реконструкции возбудятся только моды M_1 и M_2. Коэффициенты d_m, фигурирующие в (9), определяются формулами

$$d_{1,2}=\pm[(\beta/\alpha)_1-(\beta/\alpha)_2]^{-1}. \qquad (15)$$

Фазовые скорости мод M_1 и M_2 в голограмме различны, и на глубине $z'_n=2\pi n/k_0\sqrt{\varepsilon_0}\,(e_1-e_2)$ $(n=1, 2, \ldots)$ амплитуды их плоских компонент, соответствующих объектному пучку, сложатся в фазе

$$\mathbf{S}(z')=\frac{1}{(\beta/\alpha)_1-(\beta/\alpha)_2}\,(2a_0,\ 2a_1,\ \ldots,\ 2a_K,\ [(\beta/\alpha)_1+(\beta/\alpha)_2]\,a_{K+1},\ \ldots,\ [(\beta/\alpha)_1+(\beta/\alpha)_2]\,a_N).$$

Плоскостям $z=z'_n$ соответствует наибольшая дифракционная эффективность голограммы $\eta(z'_n)=\eta_{\max}$. Для оценки $\eta_{\max}$ найдем отношение суммарной интенсивности компонент восстановленного пучка при $z=z'_n$ к суммарной интенсивности реконструирующего пучка при $z=0$

$$\eta_{\max}(K, N, a, b)=4a^2(K+1)/\{(N-K)\,b^2[(\beta/\alpha)_1-(\beta/\alpha)_2]^2\}. \qquad (16)$$

Подставив $(\beta/\alpha)_{1,2}$ в (16), получим

$$\eta_{\max}(K, N, a, b)=\frac{4(K+1)(N-K)\,a^2b^2}{(N-K-1)^2\,b^4+2(N-K-1)\,Ka^2b^2+K^2a^4+4a^2b^2N}. \qquad (17)$$

Дифракционная эффективность при произвольном z определяется в соответствии с (9) и (17) формулой

$$\eta(z, K, N, a, b)=\eta_{\max}(K, N, a, b)\sin^2(\pi z/2z'_1). \qquad (18)$$

Исследование (17) показывает, что при $1\ll K\ll N$ для получения голограммы с высокой дифракционной эффективностью необходимо во время записи обеспечить равенство суммарных интенсивностей плоских компонент объектного и референтного пучков. Если же объектный или референтный пучок состоит из одной плоской волны (т. е. $K=0$ или $K=N-1$) и $N\gg 1$, то дифракционная эффективность голограммы будет тем большей, чем больше интенсивность этой единственной плоской волны по сравнению с общей интенсивностью компонент пучка, образованного множеством плоских волн.

Литература

[1] Ю. Н. Денисюк. ДАН СССР, *144*, 1275, 1962.
[2] H. Kogelnik. Bell Syst. Techn. J., *48*, 2909, 1969.
[3] E. J. Saccocio. J. Appl. Phys., *38*, 3995, 1967.
[4] В. В. Аристов, В. Ш. Шехтман. Усп. физ. наук, *104*, 51, 1971.
[5] М. С. Соскин. Матер. IV Всесоюзн. школы по голографии, 231. Л., 1972.
[6] П. П. Эвальд. Усп. физ. наук, *89*, 287, 1966.
[7] P. P. Ewald. Ann. Phys., *54*, 519, 1917.
[8] В. Г. Сидорович, Д. И. Стаселько. ЖТФ, *44*, 2572, 1974; Письма ЖТФ, *1*, 424, 1975; ЖТФ, *45*, 2597, 1975.

Поступило в Редакцию 6 октября 1975 г.

УДК 535.13.01

О ФОРМУЛЕ ЛОРЕНЦ—ЛОРЕНТЦА

В. Л. Кузьмин

Известная формула Лоренц—Лорентца

$$1=\frac{4\pi\alpha\rho}{3}\,\frac{n^2+2}{n^2-1}, \qquad (1)$$

разложенная в ряд по $\alpha\rho$, имеет вид

$$n-1=2\pi\alpha\rho+\frac{2}{3}(\pi\alpha\rho)^2+\frac{10}{9}(\pi\alpha\rho)^3+\ldots. \qquad (2)$$