УДК 535.2+535.36

ОТРАЖЕНИЕ И ПРОПУСКАНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ДВИЖУЩИМСЯ СЛОЕМ РАССЕИВАЮЩЕГО ВЕЩЕСТВА

А. П. Иванов и *Л. И. Чайковская*

Рассмотрены энергетические характеристики излучения, вышедшего из равномерно движущейся в вакууме плоскопараллельной рассеивающей среды с произвольными оптическими свойствами при освещении ее светом от направленного и диффузного источника. Получены инварианты преобразований Лоренца. При скоростях $\beta \leqslant 0.1$ с достаточной степенью точности справедливо линейное по β приближение. В случае диффузного монохроматического источника свет, рассеянный в произвольном направлении, становится полихроматическим.

В астрофизике и физике плазмы при изучении взрывных процессов в звездах, движущихся оболочек сверхновых, метеоритных следов, расширяющихся планетарных туманностей, движущихся сгустков плазмы и т. д. важное значение имеет исследование взаимодействия электромагнитного излучения с движущимся веществом. Распространение электромагнитного поля в таких средах сопровождается рассеянием, поглощением и излучением волн. Общая теория однократного рассеяния света равномерно движущимся в вакууме объектом изложена в работе [1]. Конкретно рассмотрено рассеяние движущимися границей раздела двух сред, диэлектрической пластиной, телами сферической и цилиндрической формы [2-5].

В настоящей работе исследуется поле излучения, вышедшего из равномерно движущейся в вакууме светорассеивающей среды с произвольными оптическими свойствами. Рассматриваются следующие три случая: а) среда вместе с приемником радиации движется относительно источника; б) источник и среда движутся относительно приемника; в) среда движется относительно источника и приемника радиации.

Выберем две инерциальные системы отсчета (СО): K и K' — оси, z и z' которых совпадают, система K' движется относительно СО K со скоростью $\mathbf{V}$ $(0, 0, V_z)$. В ней расположен плоскопараллельный слой рассеивающего вещества, ограниченный поверхностями $z' = 0$ и $z' = h'$, так что его скорость направлена по нормали к слою.

Рассматривается бесконечно протяженный источник двух типов: мононаправленный и полностью диффузный. В обоих случаях свет от источника квазимонохроматичен.

Для решения задачи применим метод преобразований Лоренца [6]. Согласно этому методу, решение в случае в) есть объединение результатов двух предыдущих задач: а) и б). Оно требует, во-первых, преобразования характеристик светового поля источника в системе его покоя K к движущейся СО K' и, во-вторых, преобразования характеристик поля рассеянного излучения в системе K' к системе покоя приемника K.

В системе покоя среды K' воспользуемся известными из классической теории переноса излучения результатами расчетов углового распределения яркости B' (μ', μ_1', φ') и его моментов M'^i (μ_0') $(i = 0, 1, 2)$ излучения, вышедшего из среды через единичную площадку ее поверхности [7-10]. Здесь $\mu' = \cos\vartheta'$, $\mu_0' = \cos(\pi - \vartheta_0')$; ϑ', ϑ_0' — полярные углы рассеянного и падающего лучей, φ' — азимутальный угол между ними. Предполагается, что частота ω' рассеянного света равна частоте ω'_0 падающего. Вместо функций $B'(\mu', \mu'_0, \varphi')$ и $M'^1(\mu'_0)$ в теории переноса часто пользуются понятиями коэффициента яркости $\rho'(\mu', \mu'_0, \varphi') = \pi B'(\mu', \mu'_0, \varphi')/\Phi'_0$ и альбедо $A'(\mu'_0) = M'^1(\mu'_0)/\Phi'_0$, где Φ'_0 — освещенность на поверхности слоя, создаваемая падающим излучением. Оптические свойства среды характеризуются индикатрисой рассеяния $x'(\xi')$ (ξ' — угол рассеяния), коэффициентом ослабления ε', вероятностью выживания кванта $\lambda' = \varsigma'/\varepsilon'$ (ς' — коэффициент рассеяния).

I. Источник излучения находится в СО K, а среда и приемник в СО K'. Иначе говоря, рассматривается задача отражения и пропускания электромагнитного излучения неподвижным слоем светорассеивающего вещества при облучении его границы светом от движущегося источника.

В случае мононаправленного источника граничные условия в СО K' имеют вид: при $\mu'_0 \geqslant 0$

$$\pi S'_0 = \pi S_0 \gamma^2 (1 + \beta\mu_0)^2 = \frac{\pi S_0}{\gamma^2 (1 - \beta\mu'_0)^2}, \tag{1}$$

$$\omega'_0 = \omega_0 \gamma (1 + \beta\mu_0) = \frac{\omega_0}{\gamma (1 - \beta\mu'_0)}, \tag{2}$$

$$\mu''_0 = \frac{\mu_0 + \beta}{1 + \beta\mu_0}, \quad \varphi'_0 = \varphi_0 = 0, \tag{3}$$

где $\mu_0 = \cos(\pi - \vartheta_0)$, $\beta = v/c$ (c — скорость света в вакууме), $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$. Здесь πS_0 — освещенность перпендикулярной лучам площадки, ω_0 — частота, $\mathbf{n}_0(\vartheta_0, \varphi_0)$ — направление распространения излучения от источника в СО K.

Освещенность $\Phi'_0 = \mu'_0 \pi S'_0$ границы $z' = 0$ слоя определяется выражением

$$\Phi'_0(\mu_0, \beta) = \Phi_0 \varphi_0(\mu_0, \beta). \quad \varphi_0(\mu_0, \beta) = \frac{(\mu_0 + \beta)(1 + \beta\mu_0)}{\mu_0 (1 - \beta^2)}, \tag{4}$$

где $\Phi_0 = \pi\mu_0 S_0$ — освещенность в СО K, параллельной слою неподвижной площадки.

В случае диффузного источника, когда яркость B_0 в пределах телесного угла 2π постоянна, падающий на среду свет в системе ее покоя уже не является квазимонохроматическим и полностью диффузным, а имеет угловое распределение частоты $\omega'_0(\mu'_0)$ (2) и яркости

$$B'_0(\mu'_0) = B_0 \gamma^4 (1 + \beta\mu_0)^4 = \frac{B_0}{\gamma^4 (1 - \beta\mu'_0)^4}. \tag{5}$$

Как видно из (3), падающее на поверхность слоя излучение заключено в следующих телесных углах: в системе K

$$\Delta\Omega_0 (\beta \geqslant 0) = 2\pi, \quad \Delta\Omega_0 (\beta < 0) = 2\pi (1 + \beta) < 2\pi, \tag{6}$$

в системе K'

$$\Delta\Omega'_0 (\beta > 0) = 2\pi (1 - \beta) < 2\pi, \quad \Delta\Omega'_0 (\beta \geqslant 0) = 2\pi. \tag{7}$$

Освещенность $\Phi'_{0\partial}(\beta) = 2\pi \int\limits_0^1 \mu'_0 B'_0(\mu'_0, \beta)\, d\mu'_0$ поверхности $z' = 0$ среды описывается выражением

$$\Phi'_{0\partial}(\beta) = \Phi_0 \varphi_0(\beta), \quad \varphi_{0\partial}(\beta \geqslant 0) = \frac{3(1 + \beta)^2 + 8\beta}{3(1 - \beta^2)}, \quad \varphi_{0\partial}(\beta \leqslant 0) =$$

$$= \frac{(1 + \beta)(3 - \beta)}{3(1 - \beta)}. \tag{8}$$

На основании полученных выражений отметим некоторые свойства светового поля источника в системе K'. С увеличением скорости движения среды навстречу источнику ($\beta > 0$) наклон падающих лучей уменьшается.

а их энергия и частота увеличивается. Угловое распределение яркости $B'_0(\mu'_0)$ (5) «вытягивается» в направлении $\mu'_0 = 1$. При $1 - \beta \ll 1$, используя приближение $\beta \approx 1 - (\alpha^2/2)$, где $\alpha = \sqrt{1-\beta^2} \ll 1$, получаем, что угол падения излучения на среду близок к нулю: $\pi - \vartheta'_0 \approx \sqrt{1-\beta^2}\,\mathrm{tg}\,[(\pi - \vartheta_0)/2]$. Свет от диффузного источника при таких скоростях падает по нормали к слою в малом телесном угле $\Delta\Omega'_0 \approx \pi(1-\beta^2)$. При $\beta < 0$ существует предельное значение $\mu_{0p} = |\beta|$. Лучи, для которых $\mu_0 < \mu_{0p}$, не достигают удаляющейся поверхности слоя.

II. Источник вместе со средой находятся в движущейся СО K', а приемник излучения — в системе K. Задача состоит в нахождении характеристик светового поля движущегося излучающего слоя, если они известны при $\beta = 0$. Преобразования, обратные (2), (3), (5), для вышедшего из среды излучения имеют следующий вид:

$$\omega = \omega' q, \tag{9}$$

$$B(\mu, \varphi, \beta) = B'(\mu', \varphi')\, q^4, \tag{10}$$

$$\mu = \frac{\mu' + \beta}{1 + \beta\mu'}, \quad \varphi = \varphi', \tag{11}$$

$$d\Omega = \frac{d\Omega'}{q^2}, \tag{12}$$

где $\mu = \cos\vartheta$; ϑ — полярный, φ — азимутальный углы рассеянного пучка,

$$q = \gamma(1 + \beta\mu') = \frac{1}{\gamma(1 - \beta\mu)}. \tag{13}$$

При $0 \leqslant \mu' \leqslant 1$ или $\beta \leqslant \mu \leqslant 1$ они описывают излучение, вышедшее из поверхности $z' = 0$, а при $-1 \leqslant \mu' \leqslant 0$, что соответствует: $-1 \leqslant \mu \leqslant \beta$ вышедшее из поверхности $z' = h'$ среды. Характеристики этих двух световых полей будем обозначать в дальнейшем цифрами I и II. С помощью соотношений (10)—(13) легко получить выражение для моментов

$$M^i_{\mathrm{I}}(\beta) = \int_0^{2\pi}\int_\beta^1 (\mu)^i B(\mu, \varphi, \beta)\, d\mu d\varphi, \quad M^i_{\mathrm{II}}(\beta) = \int_0^{2\pi}\int_{-1}^{\beta} (\mu)^i B(\mu, \varphi, \beta)\, d\mu d\varphi \ (i = 0, 1, 2)$$

углового распределения яркости рассеянного излучения в лабораторной СО K

$$M^i_k = \gamma^2 \sum_{l=0}^{2} \alpha^i_l M'^l_k, \quad i = 0, 1, 2; \ k = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \tag{14}$$

где

$$\alpha^i_l = \begin{pmatrix} 1 & 2\beta & \beta^2 \\ \beta & 1+\beta^2 & \beta \\ \beta^2 & 2\beta & 1 \end{pmatrix}, \tag{15}$$

а M'^i_k — i-тые моменты тел яркости в системе K'.

Отметим здесь следующую особенность светового поля в СО K. Все вышедшее из слоя излучение заключено в телесных углах $\Delta\Omega_{\mathrm{I}} = 2\pi(1 - \beta)$ и $\Delta\Omega_{\mathrm{II}} = 2\pi(1+\beta)$. Так как при $\beta > 0$ угол $\Delta\Omega_{\mathrm{II}} > 2\pi$, то моменты M^i_{II} $(i = 0, 1, 2)$ можно представить в виде суммы: $M^i_{\mathrm{II}} = (M^i_{\mathrm{II}})^- + (M^i_{\mathrm{II}})^+$,

где $(M^i_{\mathrm{II}})^- = \int_0^{2\pi}\int_{-1}^{0} \mu^i B(\mu, \varphi, \beta)\, d\mu d\varphi < 0$, $(M^i_{\mathrm{II}})^+ = \int_0^{2\pi}\int_0^{\beta} \mu^i B(\mu, \varphi, \beta)\, d\mu d\varphi > 0$.

Физический смысл такого представления поясним на примере первых моментов $M^1_k \equiv \Phi_k$ $(k = \mathrm{I}, \mathrm{II})$, где Φ_k обозначена плотность потока энергии в направлении оси z. Величины $M^1_{\mathrm{I}} \equiv \Phi_{\mathrm{I}}$, $(M^1_{\mathrm{II}}) \equiv \Phi^-_{\mathrm{II}}$ есть освещенности неподвижных в СО K приемных площадок, расположенных параллельно слою по обе стороны от него, а $(M^1_{\mathrm{II}})^+ \equiv \Phi^+_{\mathrm{II}}$ характеризует энергию излучения, заполняющего пространство непосредственно за движущейся средой.

При $\beta < 0$ телесный угол $\Delta\Omega_{\mathrm{I}} > 2\pi$ и, следовательно, плотность потока излучения $\Phi_{\mathrm{I}} = \Phi_{\mathrm{I}}^{-} + \Phi_{\mathrm{I}}^{+}$, где

$$\Phi_{\mathrm{I}}^{-}(\beta) = \int_0^{2\pi}\int_{-|\beta|}^{0} \mu B(\mu, \varphi, \beta)\, d\mu d\varphi < 0,$$

$$\Phi_{\mathrm{I}}^{+}(\beta) = \int_0^{2\pi}\int_0^{1} \mu B(\mu, \varphi, \beta)\, d\mu d\varphi > 0.$$

III. Источник и приемник излучения находятся в СО K, а рассеивающая среда в СО K'. Для решения задачи проведем последовательно преобразования (1)—(3) падающего и (9)—(13) рассеянного излучения. В системе покоя среды $\omega' = \omega_0'$, $B'(\mu', \mu_0', \varphi') = \mu_0' S_0' \rho(\mu', \mu_0', \varphi')$, $M_k'^{i}(\mu_0') = \mu_0 S_0' m_k'^{i}(\mu_0')$ $(i = 0, 1, 2;\ k = \mathrm{I}, \mathrm{II})$, где коэффицент яркости $\rho'(\mu', \mu_0', \varphi')$ и его моменты $m_k'^{i}(\mu_0')$ считаем известными функциями. В результате получим следующие выражения для характеристик рассеянного излучения в лабораторной СО K

$$\omega = \omega_0 \frac{1 + \beta\mu_0}{1 - \beta\mu}, \tag{16}$$

$$B(\mu, \mu_0, \varphi, \beta) = \mu_0 S_0 \varphi_0(\mu_0, \beta)\, q^4 \rho'(\mu', \mu_0', \varphi'), \tag{17}$$

$$M_k^i(\mu_0, \beta) = \mu_0 S_0 \varphi_0(\mu_0, \beta) \sum_{l=0}^{2} \alpha_l^i(\beta)\, m_k'^{l}(\mu_0'),\ i = 0, 1, 2;\ k = \mathrm{I}, \mathrm{II}, \tag{18}$$

где функции $\varphi_0(\mu_0, \beta,)$ q, $\alpha_l^i(\beta)$ определены соответственно в (4), (13), (15), а связь между значениями μ' и μ имеет вид (11).

По аналогии со случаем неподвижной среды функции $\rho(\mu, \mu_0, \varphi, \beta) = B(\mu, \mu_0, \varphi, \beta)/\mu_0 S_0$, $A_k(\mu_0) = \Phi_k(\mu_0, \beta)/\pi\mu_0 S_0$ $(k = \mathrm{I}, \mathrm{II})$, где $\Phi_k(\mu_0, \beta) \equiv M_k^1(\mu_0, \beta)$, назовем коэффициентом яркости и альбедо. В отличие от $\rho'(\mu', \mu_0', \varphi')$ и $A_k'(\mu_0')$ они характеризуют световое поле не на поверхности среды, которая в рассматриваемой задаче является движущейся, а на параллельной ей площадке ds, фиксированной в данный момент времени в лабораторной СО.

На рис. 1 приведена частота ω (16) отраженного и пропущенного слоем света в зависимости от направления рассеяния для некоторых значений β и $\mu_0 = 1$ и 0.6. Чем больше величина $|\beta|$, тем больше степень вытянутости углового распределения частоты $\omega(\mu)$ в направлении движения. При этом для прошедшего излучения при $\mu = -\mu_0$ всегда $\omega = \omega_0$.

Рис. 2—4 иллюстрируют пространственное распределение и величину энергии рассеянного света в зависимости от β на примере отражения от полубесконечных сред с индикатрисами рассеяния $x'(\xi) = 1$ и $x'(\xi') = 1 + \cos\xi'$, значениями вероятности выживания кванта $\Lambda' = 1$ и 0.9. Функцию $x'(\xi')$ и величину Λ' считаем не зависящими от частоты ω_0' падающего на среду излучения. В численных расчетах по формулам (17), (18) использовались аналитические выражения для азимутально независимой функции $\rho'(\mu', \mu_0')$ и ее моментов $m_k'^{i}(\mu_0')$ $(i = 0, 1, 2;\ k = \mathrm{I}, \mathrm{II})$, полученные в двухпотоковом приближении $(m_k'^{0} = 2m_k'^{1} = 4m_k'^{2}, k = \mathrm{I}, \mathrm{II})$ [13, 14]. Как показано на рисунках, все отраженное излучение распространяется в телесном угле $2\pi(1 - \beta)$. С увеличением $|\beta|$ тело яркости «вытягивается» в направлении $\mu = 1$ при $\beta > 0$ и $\mu = |\beta|$ при $\beta < 0$. В случае движения среды навстречу источнику $(\beta > 0)$ происходит усиление отраженного света: $A_{\mathrm{I}} > 1$. Движение от источника характеризуется двумя альбедо: $A_{\mathrm{I}}^{-} < 0$, $A_{\mathrm{I}}^{+} > 0$. В области отрицательных значений A^{I} величина $|A_{\mathrm{I}}^{-}| > A_{\mathrm{I}}^{+}$, т. е. большая часть излучения увлекается вслед за средой. Указанные свойства вытекают из преобразований энергии падающего и рассеянного света и являются общим для всех сред.

Из выражений (17), (18) в двухпотоковом приближении следует, что относительные изменения величин ρ^1, $m_k'^{i}$ $(i = 0, 1, 2,\ k = \mathrm{I}, \mathrm{II})$, вызван-

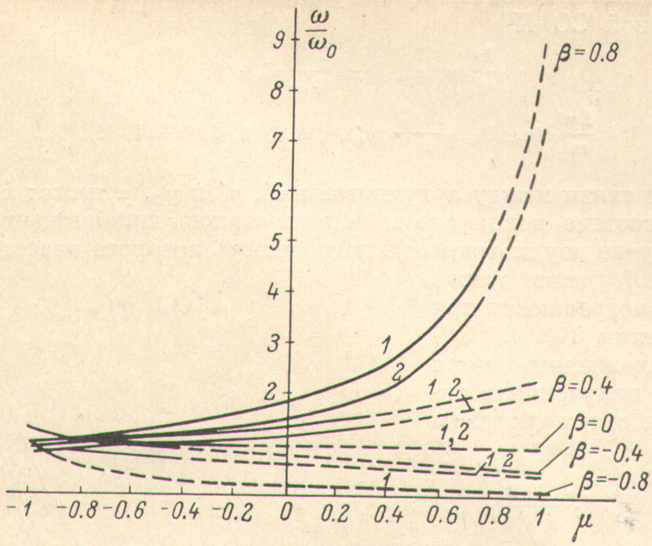

Рис. 1. Угловое распределение частоты ω излучения, отраженного (штриховые линии) и пропущенного (сплошные) движущейся плоскопараллельной средой при различных значениях β и $\mu_0=1$ (*1*), 0.6 (*2*).

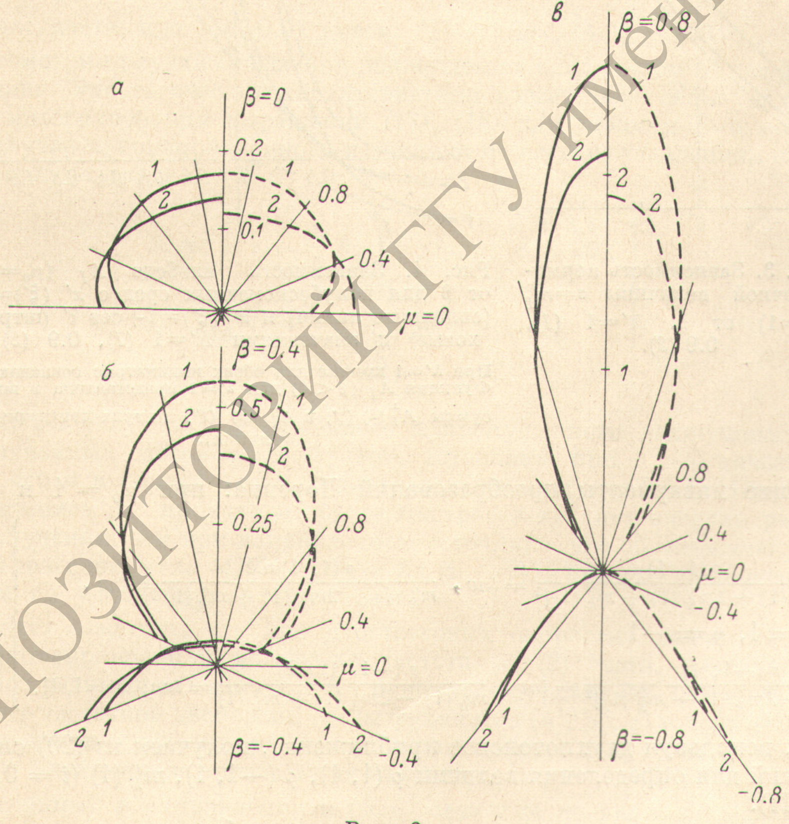

Рис. 2.

а—в — диаграммы нормированных коэффициентов яркости $\delta(\mu,\ \mu_0=1)=\dfrac{\rho(\mu,\mu_0=1)}{m_I^0(\mu_0=1)}$ для излучения, отраженного от движущихся полубесконечных сред с $x'(\xi')=1$ (сплошные линии) и $x'(\xi')=1+\cos\xi'$ (штриховые) и значениями $\Lambda'=1$ (*1*), 0.9 (*2*).

ные изменением оптических параметров рассеивающей среды, сохраняются в лабораторной СО K

$$\left.\begin{aligned} \frac{\Delta\rho}{\rho}(\mu,\ \mu_0,\ \beta) &= \frac{\Delta\rho'}{\rho'}(\mu',\ \mu_0'), \\ \frac{\Delta m_k^i}{m_k^i}(\mu_0,\ \beta) &= \frac{\Delta m_k'^i}{m_k'^i}(\mu_0'),\ i=0,\ 1,\ 2,\ k=\mathrm{I},\ \mathrm{II}, \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

где формулы связи между аргументами μ_0', μ' и μ_0, μ имеют вид (3), (11).

Если в системе покоя среды использовалось приближенное решение (в нашем случае двухпотоковое), погрешность которого известна, то соотношения (19) дают также оценку этой погрешности при любом значении $\beta \neq 0$.

Для нахождения поля рассеянного излучения в системе покоя среды полезны

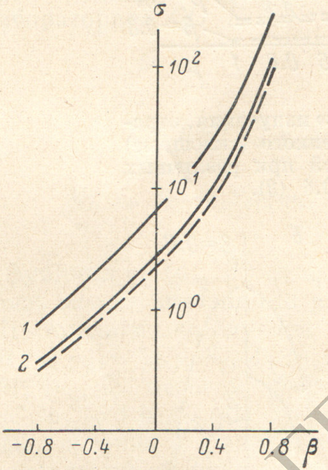

Рис. 3. Зависимость нормировочной величины $\sigma = m_I^0$ ($\mu_0=1$) от β. $\Lambda'=1$ (*1*), 0.9 (*2*).

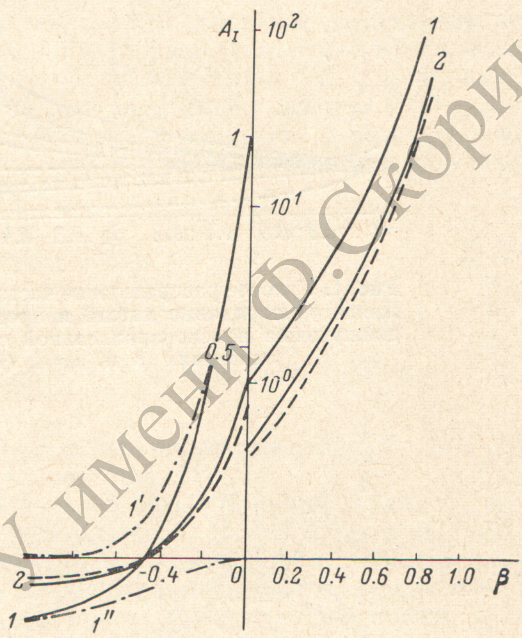

Рис. 4. Зависимость альбедо A_I ($\mu_0=1$) от β для полубесконечных сред с x' (ξ')=1 (сплошные линии) и x' (ξ')$=1+\cos\xi'$ (штриховые) и значениями $\Lambda'=1$ (*1*), 0.9 (*2*).

При $\Lambda'=1$ кривые для обеих индикатрис совпадают. Функция A_I ($\beta<0$) для $\lambda'=1$ представлена в виде суммы $A_I^+(\beta)$ (*1'*) и $A_I^-(\beta)$ (*1''*) (штрих-пунктирные линии).

следующие инварианты преобразований Лоренца: при $\mu_0 = 1$ и $\mu = 1$

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\rho(1,\ 1)}{[m_k^0(1)+2m_k^1(1)+m_k^2(1)]^2} = inv,\quad \frac{\rho(1,\ 1)\,d\Omega}{m_k^0(1)+2m_k^1(1)+m_k^2(1)} = inv, \\ &\text{при } \mu_0=1,\ \mu=-1 \\ &\frac{\rho(-1,\ 1)}{[m_k^0(1)-2m_k^1(1)+m_k^2(1)]^2} = inv,\quad \frac{\rho(-1,\ 1)\,d\Omega}{m_k^0(1)-2m_k^1(1)+m_k^2(1)} = ivn,\ k=\mathrm{I},\ \mathrm{II}. \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Так, используя двухпотоковое приближение, получаем из (20) систему уравнений для определения величин $\rho(1,\ 1)$, $\rho(-1,\ 1)$, $m_k^i(1)$ ($i=0,\ 1,\ 2$, $k=\mathrm{I},\ \mathrm{II}$).

При движении среды со скоростью $v \ll c$, пренебрегая в релятивистских выражениях (17), (18) членами $\sim \beta^n$ ($n \geqslant 2$), получаем

$$\begin{aligned} \tilde{B}(\mu,\ \mu_0,\ \varphi,\ \beta) = S_0 \Big\{ \mu_0\rho'(\mu,\ \mu_0,\ \varphi) + \beta\Big[(1+4\mu\mu_0+\mu^2)\,\rho'(\mu,\ \mu_0,\ \varphi) + \\ + \mu_0(1-\mu_0^2)\frac{\partial\rho'}{\partial\mu_0'}\Big|_{\mu_0'=\mu_0} - \mu_0(1-\mu^2)\frac{\partial\rho'}{\partial\mu'}\Big|_{\mu'=\mu}\Big]\Big\}, \end{aligned} \tag{21}$$

$$\widetilde{M}_k^i(\mu_0, \beta) = \mu_0 S_0 \left\{ m_k'^i(\mu_0) + \beta \left[(1-\mu_0^2) \frac{\partial m_k'^i}{\partial \mu_0'} \Big|_{\mu_0'=\mu_0} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \sum_{l=0}^{2} \mathscr{L}_l^i(\mu_0)\, m_k'^l(\mu_0) \right] \right\}, \qquad (22)$$

$i = 0, 1, 2$; $k = \mathrm{I}, \mathrm{II}$; где

$$\mathscr{L}_l^i = \begin{pmatrix} 1+\mu_0^2 & 2 & 0 \\ 1 & 1+\mu_0^2 & 1 \\ 0 & 2 & 1+\mu_0^2 \end{pmatrix}.$$

Пользуясь (21), (22) и (17), (18), можно оценить относительные погрешности линейного приближения: $\delta_B = (B - \widetilde{B})/B$, $(\delta_M)_k^i = (M_k^i - \widetilde{M}_k^i)/M_k^i$ ($i = 0, 1, 2$; $k = \mathrm{I}, \mathrm{II}$). Например, при $\mu_0 = 1$ и $\mu = 1$

$$\delta_B(1, 1, \beta) = 1 - \frac{(1-\beta)^3 (1+6\beta)}{(1+\beta)^3}, \qquad (23)$$

$$(\delta_M)_k^1(1, \beta) = 1 - \frac{(1-\beta)(1+4.5\beta)}{(1+\beta)[(1+\beta)^2 + 0.5\beta]}, \quad k = \mathrm{I}, \mathrm{II}. \qquad (24)$$

В частности, при $\beta = 0.01$ имеем: $\delta_B \approx 0.3\%$, $(\delta_M)_k^1 \approx 0.04\%$.

Рассмотрим случай освещения движущегося слоя светом от диффузного источника. Энергетические характеристики рассеянного света находятся путем интегрирования выражений (17), (18) для яркости B и моментов M_k^i в случае мононаправленного источника по всем направлениям падения излучения на среду

$$\left. \begin{aligned} B\partial(\mu, \varphi, \beta) &= \frac{1}{\pi} B_0 \int_{\Delta\Omega_0} \mu_0 \rho(\mu, \mu_0, \varphi, \beta)\, d\Omega_0, \\ M_{k\partial}^i(\beta) &= \frac{1}{\pi} B_0 \int_{\Delta\Omega_0} \mu_0 m_k^i(\mu_0, \beta)\, d\Omega_0. \end{aligned} \right\} \qquad (25)$$

Свойства излучения, отраженного и пропущенного движущимся слоем, облучаемым светом от диффузного источника, при $\beta > 0$ качественно те же, что и в случае направленного освещения (рис. 2—4). При $\beta < 0$ с увеличением $|\beta|$ происходит более быстрое затухание энергии рассеянного излучения, чем при направленном источнике, что обусловлено уменьшением телесного угла $\Delta\Omega_0(\beta < 0) = 2\pi(1 - \beta)$, в котором заключен попадающий на удаляющуюся среду свет.

Следует отметить, что при субсветовых скоростях движения среды и немононаправленном источнике частота ω_0' (2) света, падающего на среду под разными углами в СО K', существенно различна. Следовательно, при учете частотной дисперсии среды функция $\rho'(\mu', \mu_0', \varphi)$ в подынтегральных выражениях (25) при разных μ_0' характеризует излучение, рассеянное средой с различными оптическими свойствами (ε', Λ', $x'(\xi')$).

Рассеянный в направлении $\mathbf{n}$ (ϑ, φ) свет уже не является квазимонохроматическим, а имеет азимутально независимый частотный спектр $F(\omega)$. Функцию $F(\omega)$ можно записать в параметрическом виде: $F(\mu_0) = \int_0^{2\pi} B(\mu_0, \varphi)\, d\varphi$, $\omega = \omega(\mu_0)$, где $B(\mu_0, \varphi)$ и $\omega(\mu_0)$ есть зависимость яркости (17) и частоты (16) рассеянного в данном направлении излучения от наклона падающих на среду лучей при ее направленном обучении. Параметр μ_0 изменяется от 0 до 1 при $\beta > 0$ и от $|\beta|$ до 1 при $\beta < 0$. Отсюда выражение для ширины спектра $\Delta\omega$ имеет вид

$$\Delta\omega = \begin{cases} \dfrac{\beta}{1-\beta\mu} \text{ при } \beta > 0, \\ \dfrac{-\beta(1+\beta)}{1-\beta\mu} \text{ при } \beta < 0. \end{cases} \tag{26}$$

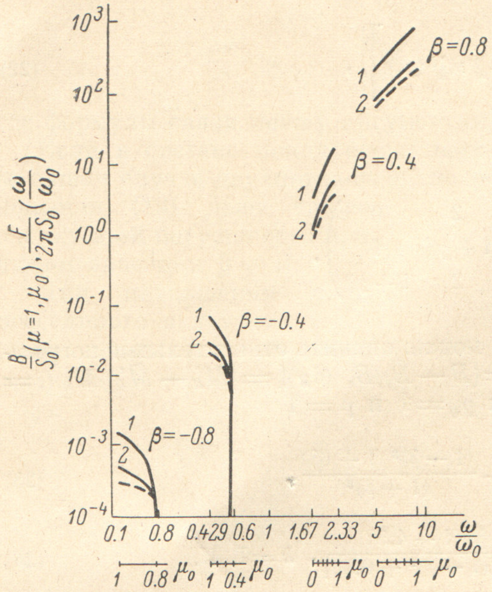

Рис. 5. Спектральная функция для излучения, отраженного по нормали от движущихся полубесконечных сред с $x'(\xi')=1$ (сплошные линии) и $x'(\xi')=1+\cos\xi'$ (штриховые) и значениями $\Lambda'=1$ (*1*) (кривые для обеих индикатрис совпадают), 0.9 (*2*), в случае диффузного источника.

Эти же кривые описывают зависимость яркости B ($\mu=1$) от μ_0 при направленном освещении среды.

Частотный спектр для отраженного по нормали от полубесконечной среды излучения представлен на рис. 5. Вид функции $F(\omega)$ объясняется возрастанием яркости B при увеличении μ_0. В случае $\mu_0 = -\beta$, где $\beta < 0$, яркость $B = 0$, что соответствует: $F = 0$ при $\omega/\omega_0 = (1+\beta)$.

Для реальных движущихся сред, особенно при больших скоростях, возможны нарушения хода изображенных на рис. 5 кривых, по которым можно делать качественные оценки дисперсных свойств вещества. Например, увеличение поглощения (уменьшение Λ') на частоте ω_0' будет проявляться в уменьшении F для $\mu=1$ на частоте $\omega=\omega_0'\sqrt{(1+\beta)/(1-\beta)}$.

Авторы благодарны О. С. Иваницкой и Э. П. Зеге за полезные обсуждения работы.

Литература

[1] V. Twersky. J. Math. Phys., *12*, 2328, 1971.
[2] Б. М. Болотовский, С. Н. Столяров. Изв. вузов СССР, радиофизика, *4*, 1171, 1961.
[3] С. Н. Столяров. Изв. вузов СССР, радиофизика, *10*, 284, 1967.
[4] R. C. Pestrick. Radio Sci, *3*, 1144, 1968.
[5] S. W. Lee, R. Mittra. Canad. J. Phys., *45*, 2999, 1967.
[6] А. Эйнштейн. Собр. научн. трудов, *1*. «Наука», М., 1965.
[7] С. Чандрасекар. Перенос лучистой энергии. ИЛ, М., 1953.
[8] В. В. Соболев. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. ГИТТЛ, М., 1956.
[9] В. В. Иванов. Перенос лучистой энергии и спектры небесных тел. «Наука», М., 1969.
[10] А. П. Иванов. Оптика рассеивающих сред. «Наука и техника», Минск, 1969.
[11] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. «Наука», М., 1970.
[12] В. А. Угаров. Специальная теория относительности. «Наука», М., 1969.
[13] А. М. Самсон. ИФЖ, *1*, 657, 1958.
[14] Э. Г. Яновицкий. Изв. вузов СССР, физика, № 1, 98, 1962.

Поступило в Редакцию 12 августа 1975 г.