Т. А. Рябица, Г. Л. Карасёва
(ГГУ им. Ф. Скорины, Гомель)

ЗАДАЧА ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СО СМЕШАННЫМИ ОГРАНИЧЕНИЯМИ

Рассмотрим линейную задачу оптимального управления:

$$J(u) = c'x(t^*) \to \max,$$
$$x(t+1) = Ax(t) + bu(t), \quad x(0) = x_0,$$
$$g_* \le Hx(t^*) \le g^*,$$
$$f_*(t) \le u(t) \le f^*(t), \quad t \in T = \{0,1,\dots,t^*-1\} \tag{1}$$

Здесь $x(t) \in R^n$, $u(t) \in R$, $t \in T$; $A \in R^{nxn}$; $H \in R^{mxn}$, $rankH = m$; c, b, g_*, g^* – заданные векторы соответствующих размеров, $f_*(t)$, $f^*(t)$, $t \in T$ – заданные функции;

Понятия допустимого, оптимального, субоптимального управлений и соответствующих им траекторий вводятся стандартно.

Задача (1) эквивалентна задаче

$$\sum_{t\in T} c(t)u(t) \to \max,$$
$$\bar{g}_* \le \sum_{t\in T} h(t)u(t) \le \bar{g}^*,$$
$$f_*(t) \le u(t) \le f^*(t), \; t \in T, \tag{2}$$

где $c(t) = c'F(t^*,t)b$, $h(t) = HF(t^*,t)b$, $\bar{g}_* = g_* - HF(t^*,-1)x_0$,

$\bar{g}^* = g^* - HF(t^*,-1)x_0$, $\bar{g}^* = g^* - HF(t^*,-1)x_0$, $F(t^*,t)$ – фундаментальная матрица решений системы $x(t+1) = Ax(t)$.

Опорой задачи (1) назовём совокупность $K_{ОП} = \{I_{ОП}, T_{ОП}\}$ двух множеств $I_{ОП} \in I$, $T_{ОП} \in T$, $|I_{ОП}| = |T_{ОП}|$, для которой матрица $P_{ОП} = = (H(I_{ОП}, J)F(t^*,t)b, t \in T_{ОП})$ неособая.

Получена формула приращения критерия качества

$$\Delta J(u) = -\sum_{t\in T_H} \Delta(t)\Delta u(t) + \sum_{s\in I_{ОП}} \nu(s)\omega(s);$$

где

$$\omega(I_{ОП}) = (H(I_{ОП}, J)F(t^*,t)b\Delta u(t), t \in T_{ОП})(\Delta u(t), t \in T_{ОП}) +$$
$$+ (H(I_{ОП}, J)F(t^*,t)b\Delta u(t), t \in T_H)(\Delta u(t), t \in T_H);$$
$$\omega_*(I_{ОП}) \le \omega(I_{ОП}) \le \omega^*(I_{ОП}); \quad T_H = T \setminus T_{оп}$$

где $\Delta u(t) = \bar{u}(t) - u(t)$, $t \in T$ – приращение управления.

Сформулирован критерий оптимальности для задачи (2).

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ им. Ф. Скорины