УДК 535.2

ОБ ОПТИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЯХ В АНИЗОТРОПНЫХ СРЕДАХ

I. РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА

В. Л. Кузьмин

Предложенный ранее метод [1, 2] учета в оптических задачах межмолекулярных корреляций, основанный на статистико-механическом усреднении микроскопических уравнений Максвелла, применен для рассмотрения распространения света в анизотропных жидкостях. Получены формулы, являющиеся аналогами формулы Лоренц—Лорентца и связывающие показатели преломления двупреломляющей среды с микроскопической характеристикой — тензором молекулярной восприимчивости, для произвольного угла между оптической осью и волновым вектором.

В работах [1, 2] была развита теория распространения и рассеяния света в диэлектрической среде с учетом межмолекулярных корреляций. В данной работе общая теория применена для рассмотрения оптических явлений в анизотропных средах с учетом анизотропии молекул. Подразумевается, что анизотропия среды создается каким-либо внешним полем, например электрическим (явление Керра), и в отсутствие поля среда становится изотропной (таким образом, кристаллы не входят в рассмотрение). Преимущество указанного микроскопического подхода перед макроскопическим [3] заключается в нахождении формулы типа формулы Лоренц—Лорентца для двупреломляющей среды, что и является основной целью первой части работы.

Выпишем микроскопические уравнения Максвелла

$$(\nabla,\ \mathbf{e}) = 4\pi\rho,\quad \nabla\times\mathbf{e} = -c^{-1}\partial\mathbf{h}/\partial t,$$

$$(\nabla,\ \mathbf{h}) = 0,\quad \nabla\times\mathbf{h} = 4\pi c^{-1}\mathbf{j} + c^{-1}\partial\mathbf{e}/\partial t.$$

Для немагнитной среды с нулевой плотностью свободных зарядов $\rho = -(\nabla,\ \mathbf{P})$, $\mathbf{j} = \partial\mathbf{P}/\partial t$, где $\mathbf{P}$ — дипольный момент единицы объема. Разрешая уравнения относительно электрического поля $\mathbf{e}$, получим

$$\left[\nabla\times\nabla\times + \frac{\partial^2}{\partial\,(ct)^2}\right]\mathbf{e} = -4\pi\,\frac{\partial^2\mathbf{P}}{\partial\,(ct)^2}. \tag{1}$$

В случае монохроматической зависимости $\sim \exp\,(i\omega t)$ всех величин от времени $\partial^2/\partial\,(ct)^2_0 = -k_0^2$, $k_0 = c^{-1}\omega$. Дифференциальное уравнение (1) удобно записать в форме интегрального уравнения

$$\mathbf{e}\,(\mathbf{r}_1) = \mathbf{E}_0\,(\mathbf{r}_1) - 4\pi\mathbf{P}\,(\mathbf{r}_1) + \int d\mathbf{r}_2 \hat{A}_0\,(\mathbf{r}_{12})\,\mathbf{P}\,(\mathbf{r}_2), \tag{2}$$

где $\mathbf{E}_0\,(r_1) = \mathbf{E}_0 \exp\,(i\mathbf{k}_0\mathbf{r}_1)$ — решение (1) с нулевой правой частью, т. е. решение однородного уравнения (вакуумное поле), $\hat{A}_0\,(\mathbf{r}_{12})$ — функция Грина уравнения (1): $\hat{A}_0\,(\mathbf{r}_{12}) = \nabla\times\nabla\times r_{12}^{-1}\exp\,(ik_0 r_{12})$. По определению, микроскопический вектор поляризации

$$\mathbf{P}\,(\mathbf{r}) = \sum_{k=1}^{N} \mathbf{p}\,(\mathbf{r}_k)\,\delta\,(\mathbf{r} - \mathbf{r}_k), \tag{3}$$

где $\mathbf{p}(\mathbf{r}_k)$ — дипольный момент, $\mathbf{r}_k$ — координата k-той молекулы. С учетом (3) уравнение (2) запишем в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_0) + 4\pi \mathbf{P}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0) + \sum_{k=1}^{N} \hat{A}_0(\mathbf{r}_{0k})\, \mathbf{p}(\mathbf{r}_k). \tag{4}$$

Если еще определить эффективное поле $\mathbf{E}_{eff.}$ как поле, действующее на молекулу со стороны всех остальных, то оно подчиняется уравнению

$$\mathbf{E}_{\mathrm{eff.}}(\mathbf{r}_j) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_j) - 4\pi \sum_{k \neq j} \mathbf{p}(\mathbf{r}_k)\, \delta(\mathbf{r}_j - \mathbf{r}_k) + \sum_{k \neq j} \hat{A}_0(\mathbf{r}_{jk})\, \mathbf{p}(\mathbf{r}_k) =$$

$$= \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_j) + \sum_{k \neq j} \hat{A}_0(\mathbf{r}_{jk})\, \mathbf{p}(\mathbf{r}_k) \tag{5}$$

(член с δ-функцией исчезает, так как координаты молекул никогда не совпадают: $\mathbf{r}_k \neq \mathbf{r}_j$).

В работе [1] была проведена процедура статистико-механического усреднения правой части уравнения (4) с учетом (5). С точки зрения макроскопической электродинамики усредненная левая часть $\overline{\mathbf{E}(\mathbf{r})} + 4\pi\overline{\mathbf{P}(\mathbf{r})}$ есть вектор электрической индукции, поэтому в дальнейшем будем обозначать эту величину $\mathbf{D}(\mathbf{r})$.[1] Положим $\mathbf{p}(\mathbf{r}) = \hat{\alpha}\mathbf{E}(\mathbf{r})$, или в декартовых координатах (по повторяющимся индексам подразумевается суммирование)

$$p_j(r) = \alpha_{ji} E_i(r), \quad j = 1,\ 2,\ 3, \tag{6}$$

где $\hat{\alpha} = \{\alpha_{ij}\}$ — тензор молекулярной поляризуемости. Имеем

$$\hat{\alpha} = \alpha_1 \mathbf{e}_1 \otimes \mathbf{e}_1 + \alpha_2 \mathbf{e}_2 \otimes \mathbf{e}_2 + \alpha_3 \mathbf{e}_3 \otimes \mathbf{e}_3, \tag{7}$$

где α_i и $\mathbf{e}_i$ — поляризуемости и орты вдоль главных осей молекулы. Будем задавать ориентацию углами Эйлера θ, φ, ψ

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= (\cos\varphi\cos\psi - \sin\varphi\sin\psi\cos\theta,\ \ \cos\varphi\sin\psi + \sin\varphi\cos\psi\cos\theta,\ \ \sin\varphi\sin\theta), \\ \mathbf{e}_2 &= (-\sin\varphi\cos\psi - \cos\varphi\sin\psi\cos\theta,\ \ -\sin\varphi\sin\psi + \cos\varphi\cos\psi\cos\theta,\ \ \cos\varphi\sin\theta), \\ \mathbf{e}_3 &= (\sin\theta\sin\psi,\ \ -\sin\theta\cos\psi,\ \ \cos\theta). \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Рассмотрим задачу о распространении света. Тензорный характер $\hat{\alpha}$ не мешает применить к уравнению (4) метод пересуммирования работы [1], так что, согласно [1], после усреднения (4) можно записать в виде

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}_0) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}_0) + \int d1\, \hat{A}_0(\mathbf{r}_{01})\, \hat{K}(1,\ 2)\, \mathbf{D}(\mathbf{r}_2), \tag{9}$$

$$\hat{K}(1,\ 2) = \delta(1,\ 2)\, \rho(1)\, \hat{\alpha}(\Omega_1) + G(1,\ 2)\, \hat{\alpha}(\Omega_1)\, \hat{A}(\mathbf{r}_{12})\, \hat{\alpha}(\Omega_2) + \ \ldots, \tag{10}$$

где цифровой аргумент i включает в себя координаты центра инерции r_i и ориентации $\Omega_i = (\theta_i,\ \varphi_i,\ \psi_i)$ i-той молекулы, $\rho(1)$ — одночастичная функция распределения, $G(1,\ 2)$ — двухчастичная корреляционная функция (КФ), $\hat{A}(\mathbf{r}_{12})$ определяется из уравнения

$$\hat{A}(\mathbf{r}_{12}) = \hat{A}_0(\mathbf{r}_{12}) + \int d3d4\, \hat{A}_0(\mathbf{r}_{13})\, \hat{K}(3,\ 4)\, \hat{A}(\mathbf{r}_{42}). \tag{11}$$

Ядро $\hat{K}(1,\ 2)$ описывает вклад компактного блока, по терминологии [1], невыписанные в (10) члены содержат n-частичные КФ.

Будем считать, что неизотропность среды можно задать одним (единичным) вектором F. Тогда

$$\int d\Omega_1 \rho(1)\, \alpha_{ij}(\Omega_1) = \omega_1 \delta_{ij} + \omega_2 F_i F_j; \tag{12}$$

---

[1] Уравнение (4) часто записывают с опущенным членом $4\pi\mathbf{P}(\mathbf{r}_0)$, который действительно отсутствует, если $\mathbf{r}_0 \neq \mathbf{r}_k$ [см. (3)], однако, как видно из сказанного, необходим для правильной интерпретации усредненного уравнения.

действительно, других тензоров второго ранга, кроме δ_{ij} и F_iF_j, после интегрирования по Ω_1, нельзя составить; ω_1 и ω_2 — некоторые скаляры. Для частного случая зависимости ρ (1) от ориентаций в виде [2]

$$\Omega\rho(1) = \rho_0 + \rho_1 (\mathbf{F},\ \mathbf{e}_3)^2 \tag{13}$$

$\left(\Omega = \int d\Omega = 2(2\pi)^2 - \text{фазовый объем}\right)$ с помощью равенств [см. (7), (8)]

$$\Omega^{-1} \int d\Omega_1 \alpha_{ij}(\Omega_1) = 3^{-1}(\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3)\,\delta_{ij} \equiv \alpha\delta_{ij}, \tag{14}$$

$$\Omega^{-1} \int d\Omega_1 (\mathbf{e}_3,\ \mathbf{F})^2 \alpha_{ij}(\Omega_1) = \frac{1}{15}(6\alpha - \alpha_3)\,\delta_{ij} + \frac{2\alpha_3 - \alpha_1 - \alpha_2}{15} F_iF_j \tag{15}$$

получим

$$\omega_1 = \alpha\rho_0 + \frac{6\alpha - \alpha_3}{15}\rho_1, \quad \omega_2 = \frac{2\alpha_3 - \alpha_1 - \alpha_2}{15}\rho_1. \tag{16}$$

Естественно, что $\omega_2 = 0$ как для изотропной среды ($\rho_1 = 0$), так и для изотропной молекулы ($2\alpha_3 - \alpha_1 - \alpha_2 = 0$).

С учетом (12) вклад первого члена $\hat{K}$ (1, 2) в (9) дает

$$\int d\mathbf{r}_1 \hat{A}^0(\mathbf{r}_{01})\,[\omega_1 \mathbf{D}(\mathbf{r}_1) + \omega_2 \mathbf{F}(\mathbf{F},\ \mathbf{D}(\mathbf{r}_1))]. \tag{17}$$

Пусть среда занимает полпространства. Направим ось z ($\mathbf{r} = (x,\ y,\ z)$) внутрь среды перпендикулярно границе раздела. Попробуем найти решение (9) в виде $\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \mathbf{D}\exp(i\mathbf{kr})$.

Интегрируя (17) по $\mathbf{r}_1$ (подобный интеграл вычислен в работе [4]), получим

$$-\frac{2\pi}{k_{03}}\left[\frac{2k_{03}e^{i\mathbf{kr}_0}}{k_3^2 - k_{03}^2}\mathbf{k}\times\mathbf{k}\times - \frac{e^{i\mathbf{k}_0\mathbf{r}_0}}{k_3 - k_{03}}\mathbf{k}_0\times\mathbf{k}_0\times\right][\omega_1\mathbf{D} + \omega_2\mathbf{F}(\mathbf{F},\ \mathbf{D})],\quad z_0 > 0, \tag{18}$$

$$2\pi k_{03}^{-1}(k_3 + k_{03})^{-1}\exp(i\mathbf{k}_0'\mathbf{r}_0)\,\mathbf{k}_0'\times\mathbf{k}_0'\times[\omega_1\mathbf{D} + \omega_2\mathbf{F}(\mathbf{F},\ \mathbf{D})],\quad z_0 < 0, \tag{19}$$

где $\mathbf{k}_0' = (k_{01},\ k_{02},\ -k_{03})$, $k_{03} = k_0\cos\varphi_0$, φ_0 — угол падения. Обычная схема рассуждений [5] далее такова: приравнивая в (9) отдельно члены при $\exp(i\mathbf{kr})$ и $\exp(i\mathbf{k}_0\mathbf{r})$, получим два условия для определения $\mathbf{k}$ и $\mathbf{D}$; однако легко проверить, что эти условия существенно зависят от ориентации $\mathbf{F}$ и при произвольной ориентации $\mathbf{F}$ в правой части (18) возникает два ортогональных вектора. Поэтому с самого начала следует искать решение в виде

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \mathbf{D}_k(\mathbf{r}) + \mathbf{D}_p(\mathbf{r}),\quad \mathbf{D}_q(\mathbf{r}) = \mathbf{D}_q\exp(i\mathbf{qr}),\quad \mathbf{q} = \mathbf{k},\ \mathbf{p}, \tag{20}$$

$$(\mathbf{D}_k,\ \mathbf{F}) = 0,\quad (\mathbf{D}_p,\ \mathbf{D}_k) = 0. \tag{21}$$

$\mathbf{D}_p(\mathbf{r})$ и $\mathbf{D}_k(\mathbf{r})$ приводят к выражениям (18), (19) с заменой $\mathbf{k}\to\mathbf{q}$, $\mathbf{D}\to\mathbf{D}_q$, $q = p,\ k$.

Для рассмотрения вклада второго члена от $\hat{K}$ (1, 2) в (9) найдем $\hat{A}(\mathbf{r}_{12})$. Оставляя в компактном блоке $\hat{K}$ (3, 4) простейший член, уравнение (11) запишем в виде

$$\hat{A}(\mathbf{r}_{12}) \approx \hat{A}_0(\mathbf{r}_{12}) + \int d3\hat{A}_0(\mathbf{r}_{13})\,\rho(3)\,\hat{\alpha}(\Omega_3)\,A(\mathbf{r}_{32}); \tag{22}$$

после фурье-преобразования (22) получим

$$\hat{a}(\mathbf{k}) = \hat{a}_0(\mathbf{k}) + \hat{a}_0(\mathbf{k})\,\hat{\omega}\hat{a}(\mathbf{k}), \tag{23}$$

где

$$\left.\begin{aligned} \hat{a}(\mathbf{k}) &= (2\pi)^{-3}\int d\mathbf{r}\hat{A}(r)\exp(i\mathbf{kr}), \\ \hat{a}_0(\mathbf{k}) &= (2\pi)^{-3}\int d\mathbf{r}\hat{A}_0(\mathbf{r})\exp(i\mathbf{kr}) = -(2\pi^2)^{-1}[k^2 - (k_0 - i\eta)^2]^{-1}\mathbf{k}\times\mathbf{k}\times, \end{aligned}\right\} \tag{24}$$

$$\omega_{ij} = (2\pi)^3[\omega_1\delta_{ij} + \omega_2F_iF_j]. \tag{25}$$

[2] В случае, когда анизотропия вызвана внешним электрическим полем, параметр ρ_1 легко выразить через константу Керра [8].

Тензор $\hat{a}(\mathbf{k})$ может быть линейной комбинацией тензоров δ_{ij}, k_ik_j, F_iF_j, k_iF_j, F_ik_j. С учетом условия $k_ia_{ij}(\mathbf{k})=0$ функцию $\hat{a}(\mathbf{k})$ можно параметризовать в виде

$$a_{ij}(\mathbf{k})=b_1(\delta_{ij}-k^{-2}k_ik_j)+b_2(F_i-k^{-2}(\mathbf{k},\ \mathbf{F})\,k_i)\,F_j+b_3(F_i-k^{-2}(\mathbf{k},\ \mathbf{F})\,k_i)\,k_j, \qquad (26)$$

где b_i — функции скаляров k и $(\mathbf{k},\ \mathbf{F})$. Подставляя (24)—(26) в (23), с учетом $-(\mathbf{k}\times\mathbf{k}\times)_{ij}=k^2\delta_{ij}-k_ik_j$ получим

$$\begin{aligned}a_{ij}(\mathbf{k})&=(2\pi^2)^{-1}[k^2-(k_0+i\eta)^2]^{-1}k^2\{(1+(2\pi)^3\omega_1b_1)(\delta_{ij}-k^{-2}k_ik_j)+\\&+(2\pi)^3[\omega_1b_2+\omega_2b_1+\omega_2b_2(1-k^{-2}(\mathbf{k},\ \mathbf{F})^2)](F_i-k^{-2}(\mathbf{k},\ \mathbf{F})\,k_i)\,F_j+\\&+(2\pi)^3[\omega_1b_3-\omega_2b_1k^{-2}(\mathbf{k},\ \mathbf{F})+\omega_2b_3(1-k^{-2}(\mathbf{k},\ \mathbf{F}))](F_i-k^{-2}(\mathbf{k},\ \mathbf{F})\,k_i)\,k_j\},\end{aligned} \qquad (27)$$

откуда

$$b_1=(2\pi^2)^{-1}k^2[k^2(1-4\pi\omega_1)-(k_0+i\eta)^2]^{-1}, \qquad (28)$$

$$b_2=4\pi\omega_2k^2b_1[k^2(1-4\pi\omega_1-4\pi\omega_2(1-k^{-2}(\mathbf{k},\ \mathbf{F})^2)-(k_0+i\eta)^2]^{-1}, \qquad (29)$$

$$b_3=-k^{-2}(\mathbf{k},\ \mathbf{F})\,b_2. \qquad (30)$$

Поскольку $\omega_i\sim\alpha\rho$, то, как видно из сравнения (24) и (28)—(30), при нахождении $\mathbf{D}$ с точностью до $(\alpha\rho)^2$ нам достаточно положить $A(\mathbf{r}_{12})\approx A_0(\mathbf{r}_{12})$. В приближении $G(1,\ 2)=\rho(1)\,\rho(2)\,h(r_{12})$ и изотропности $h(r_{12})$ имеем [см. формулу (Б.3) из [1]]

$$\int d2G(1,\ 2)\,\hat{A}(\mathbf{r}_{12})\,\hat{a}(\Omega_2)\approx-(8\pi/3)\,\rho(1)\int d\Omega_2\hat{a}(\Omega_2)\,\rho(2); \qquad (31)$$

имеем далее

$$\int d\Omega_1\rho(1)\,a_{ik}(\Omega_1)\int d\Omega_2\rho(2)\,a_{kj}(\Omega_2)=\omega_1^2\delta_{ij}+(2\omega_1+\omega_2)\,\omega_2F_iF_j. \qquad (32)$$

Из формулы (32) видно, что вычисление вклада в (9) от члена с $G(1,\ 2)$ приведет к формулам (18), (19), в которых надо заменить ω_1 на $-(8\pi/3)\ \omega_1^2$ и ω_2 на $-(8\pi/3)\ (2\omega_1+\omega_2)\ \omega_2$. Приравнивая в уравнении (9) члены при $\exp(i\mathbf{kr})$ и $\exp(i\mathbf{pr}_0)$, соответственно получим

$$\mathbf{D}_k=\frac{4\pi n^2\tilde{\omega}_1}{n^2-1}\mathbf{D}_k+\ \ldots, \qquad (33)$$

$$\mathbf{D}_p=\frac{4\pi m^2}{m^2-1}[\tilde{\omega}_1\mathbf{D}_p+\tilde{\omega}_2(\mathbf{D}_p,\ \mathbf{F})\,(\mathbf{F}-p^{-2}\mathbf{p}\,(\mathbf{p},\ \mathbf{F}))]+\ \ldots, \qquad (34)$$

где $n=k_0^{-1}k$, $m=k_0^{-1}p$, $\tilde{\omega}_1=\omega_1-8\pi\omega_1^2/3$, $\tilde{\omega}_2=\omega_2-8\pi\omega_2(2\omega_1+\omega_2)/3$. Легко видеть, что $\mathbf{F}-p^{-2}\mathbf{p}(\mathbf{p},\ \mathbf{F})=\sin\varphi D_p^{-1}\mathbf{D}_p$, где $\cos\varphi=p^{-1}(\mathbf{p},\ \mathbf{F})$, $(\mathbf{D}_p,\ \mathbf{F})=D_p\sin\varphi$. Формулы (33), (34) представляют аналог формул Лоренц—Лорентца для двупреломляющей среды. Запишем (33), (34) в виде

$$1=\frac{4\pi s^2}{s^2-1}(\tilde{\omega}_1+\delta_{sm}\tilde{\omega}_2\sin^2\varphi)+O\left(\frac{\omega_1^3}{s-1}\right),\quad s=n,\ m. \qquad (35)$$

Формулу (35) для $s=n$ можно записать в привычном виде

$$1=4\pi\omega_1(n^2+2)\,3^{-1}(n^2-1)^{-1}+O(\omega_1^3(n-1)^{-1}). \qquad (36)$$

Приравнивая в уравнении (9) (при $z_0>0$) члены при $\exp(ik_0r_0)$, получим теорему погашения

$$\mathbf{E}_0+\frac{2\pi\mathbf{k}_0\times\mathbf{k}_0\times}{k_{03}}\left[\frac{\tilde{\omega}_1}{k_3-k_{03}}\mathbf{D}_k+\frac{\tilde{\omega}_1\mathbf{D}_p+\tilde{\omega}_2(\mathbf{D}_p,\ \mathbf{F})\,\mathbf{F}}{p_3-k_{03}}\right]+\ \ldots=0. \qquad (37)$$

Формула (37) позволяет найти амплитуды D_k и D_p (т. е. преломленную волну), а после подстановки D_k и D_p в (19) — отраженную волну. Приведем решение (37) только для нормального падения

$$D_k=\frac{2n^2}{n+1}E_{0k},\quad D_p=\frac{2m^2}{m+1}E_{0p}, \qquad (38)$$

где $\mathbf{E}_{0k}+\mathbf{E}_{0p}=\mathbf{E}_0$, $(\mathbf{E}_{0k}, \mathbf{E}_{0p})=(\mathbf{E}_{0k}, \mathbf{F})=0$, $(\mathbf{E}_{0q}, \mathbf{k})=0$, т. е. $\mathbf{E}_{0p}$, так же как и $\mathbf{D}_p$, лежит в плоскости векторов $\mathbf{k}_0$, $\mathbf{F}$, а $\mathbf{E}_{0k} \parallel \mathbf{D}_k$ и ортогонален этой плоскости. Можно написать $\mathbf{E}_{0k}=|\mathbf{k}\times\mathbf{F}|^{-2}(\mathbf{k}\times\mathbf{F}, \mathbf{E}_0)\,\mathbf{k}_0\times\mathbf{F}$. Подставляя (38) в (19), с учетом (35) найдем амплитуду отраженной волны

$$E' = -\frac{n-1}{n+1}E_{0k} - \frac{m-1}{m+1}E_{0p}. \tag{39}$$

Формулы (38), (39) содержат только макроскопические параметры n и m и совпадают с хорошо известными формулами для анизотропных кристаллов [6, 7] (см. также [9]). Полученная нами формула (35) содержит микроскопическую характеристику молекулы — тензор поляризуемости, а также параметры ρ_0 и ρ_1, описывающие плотность и анизотропию среды.

Литература

[1] В. Л. Кузьмин. Опт. и спектр., *40*, 552, 1976.
[2] В. Л. Кузьмин. Опт. и спектр., *39*, 546, 1975.
[3] Ф. И. Федоров. Опт. анизотропных сред. Минск, 1958.
[4] Б. А. Сотский, Ф. И. Федоров. Опт. и спектр., *4*, 365, 1958.
[5] М. Борн, Э. Вольф. Основы оптики. «Наука», М., 1970.
[6] P. Ewald. Ann. de Phys., *49*, 117, 1916.
[7] G. Davwin. Trans. Cambr. Phil. Soc., *23*, 137, 1924.
[8] И. Л. Фабелинский. Молекулярное рассеяние света. «Наука», М., 1965.
[9] Б. А. Сотский. Опт. и спектр., *11*, 229, 1961.

Поступило в Редакцию 22 сентября 1975 г.