СЕКЦИЯ 1. ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ И АНАЛИЗА

Н.А. Алёшин
Беларусь, Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

СТРУКТУРА И ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ЭЛЕМЕНТЫ СПЕЦИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

В классе кусочно-непрерывных функций рассмотрим задачу:

$$\max_{t\in T}\left|d'x(t)\right| \to \min$$

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad Hx\left(t^*\right) = g, \quad \left|u(t)\right| \le 1, \quad t \in T = \left[0, t^*\right]. \qquad (1)$$

Здесь $x = x(t) \in R^n, \quad u = u(t) \in R, \quad A-$ постоянная $n \times n$ - матрица, $H \in R^{m\times n}$; $rankH = m < n,\ b, d \in R^n$.

Исходная задача (1) эквивалентна задаче оптимального управления с фазовыми ограничениями

$$J(\alpha, u) = -\alpha \to \max_{\alpha, u}, \qquad (2)$$

$$\dot{x} = Ax + bu, \quad x(0) = x_0, \quad Hx\left(t^*\right) = g,$$

$$\left|d'x(t)\right| \le \alpha, \quad \left|u(t)\right| \le 1, \quad t \in T = \left[0, t^*\right].$$

Понятия допустимой, оптимальной и субоптимальной пары $(\alpha, u(\cdot))$, где $u = \left(u(t), t \in T\right)$, и соответствующих траекторий вводится стандартно.

Пусть $\left(\alpha^0, u^0(\cdot)\right),\ x^0(\cdot)$ – регулярная оптимальная пара и соответствующая ей траектория. Обозначим через T^0, $T_i^0 = \left[\tau_i^0, \tau^{0i}\right],\ i \in N^0,\ N_*^0,\ N_0^0$ множества и моменты.

Введём обозначения:

$$L_* = N_0^*, \quad L_0 = \left\{i \in N_0^0 : u^0\left(\tau_i^0 - 0\right) = u^0\left(\tau_i^0 + 0\right)\right\}, L = L_* \cup L_0;$$

$$L_R = \left\{i \in L_* :\ u^0\left(\tau_i^0 - 0\right) \ne u^0\left(\tau_i^0 + 0\right)\right\};$$

$$L^R = \left\{i \in L_* :\ u^0\left(\tau^{0i} - 0\right) \ne u^0\left(\tau^{0i} + 0\right)\right\},\ p = |L|;$$

(без ограничения общности будем считать, что $\tau_i^0 \le \tau^{0i} < \tau_{i+1}^0,\ i = \overline{1, p-1}; \quad \tau^{00} = 0,\ \tau_{p+1}^0 = t^*$);

$$l_0 = 0, \ \text{если} \ \tau^{0p} < \tau_{p+1}^0, \ l_0 = 1, \ \text{если} \ \tau^{0p} = \tau_{p+1}^0;$$

$$k_i = u^0\left(\tau^{0i} + 0\right),\ i = \overline{0, p - l_0}; \ \mu_i = sign\, d'x^0\left(\tau_i^0\right),\ i = \overline{1, p};$$

$$\left\{t_{ij}^0,\ j = \overline{1, p_i}\right\} = \left\{t \in \left]\tau^{0i}, \tau_{i+1}^0\right[: u^0(t - 0) \ne u^0(t + 0)\right\},$$

$$t_{ij}^0 < t_{ij+1}^0, \quad j = \overline{1, p_i - 1}; \ i = \overline{0, p - l_0}.$$

Совокупность

$$S=\left\{p,\ l_0,\ L,\ L_*,\ L_0,\ L_R,\ L^R,\ p_i,\ k_i,\ i=\overline{0,p-l_0};\ \mu_i,\ i=\overline{1,p}\right\} \qquad (3)$$

назовём структурой решения задачи (2).

Введём совокупность параметров

$$\theta^0=\left\{\alpha^0;\ t_{ij}^0\ j=\overline{1,p_i};\ i=\overline{0,p-l_0};\ \tau_i^0,\ i\in L;\ \tau^{0i},\ i\in L_*;\ \bar{v}_i^0,\ i\in L;\ y^0\right\}, \qquad (4)$$

которую назовём определяющими элементами решения задачи (2).

Совокупность S, θ^0 (3), (4) – конечномерная, полная информация о решении задачи (2). Решение задачи (2) однозначно строится (восстанавливается) по заданным параметрам S и θ^0. Таким образом, проблема поиска решения задачи (2) сводится к проблеме построения конечного набора параметров S и θ^0.

Элементами структуры (3) являются целые числа, и для их идентификации не обязательно знать оптимальное управление. Достаточно знать хорошее приближение $\tilde{u}(\cdot)$ к $u^0(\cdot)$.

Кроме структуры (3), для построения оптимального управления надо знать точные значения определяющих элементов. Имея приближенное решение задачи, можно построить только приближенные значения θ^* определяющих элементов θ^0.

Основываясь на этих рассуждениях, предложим следующую схему построения конструктивного алгоритма решения задачи (2).

Алгоритм состоит из двух процедур.

С помощью первой процедуры – процедуры формирования и анализа решения опорных задач (ФАРОЗ) – построим приближенное решение задачи (2) и по этому решению идентифицируем структуру S и вычислим приближенное значение θ^* определяющих элементов θ^0.

Далее, используя вторую процедуру, называемую доводкой, найдем точные (со сколь угодно высокой точностью) значения θ^0 определяющих элементов (4) и по известным параметрам S, θ^0 восстановим решение задачи (2). Построение параметров θ^0 осуществляется путем решения специальной системы уравнений методом Ньютона. В качестве начального приближения к решению системы уравнений используется вектор θ^*.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алёшин, Н. А. Задача оптимального управления с негладким критерием качества как задача ЛП / Н. А. Алёшин, Г. Л. Карасёва // Наука молодых : сб. науч. ст. по материалам X Всерос. науч.-практ. конф., Арзамас, 30–31 марта 2017 г. / Нижегород. гос. техн. ун-т им. Р. Е. Алексеева. – Н. Новгород, 2017. – С. 518–522.