

УДК 535.39 : 539.238

ВЛИЯНИЕ НЕРОВНОСТИ ПОВЕРХНОСТИ НА СПЕКТРЫ ПРОПУСКАНИЯ И ОТРАЖЕНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ПЛЕНОК

Л. Г. Скорняков и Г. А. Китаев

Получены расчетные формулы, позволяющие по интерференционным спектрам неровного слоя исследуемого вещества на прозрачной подложке вычислить его оптические постоянные.

Рассмотрим поверхность пленки, на которую нормально падает монохроматическое излучение. Вообще говоря, эта поверхность не является идеально плоской, и, таким образом, локальная толщина пленки оказывается функцией координат. Физически ясно, что неоднородность толщины должна привести к «неодновременному» выполнению условия экстремума интерференции разных точек пленки и вытекающему отсюда явлению сглаживания интерференции. Очевидно, что к такому же эффекту должна привести неоднородность показателя преломления по толщине, что возможно в пленках, представляющих собой механическую смесь двух и более компонент.

При химическом осаждении из водных растворов в некоторых условиях образуются слои с развитой поверхностью, величина неровности которой превышает длину волны видимого света, что дает возможность при нахождении пропускания и отражения рассматривать не напряженности электромагнитного поля, а интенсивности потока энергии.

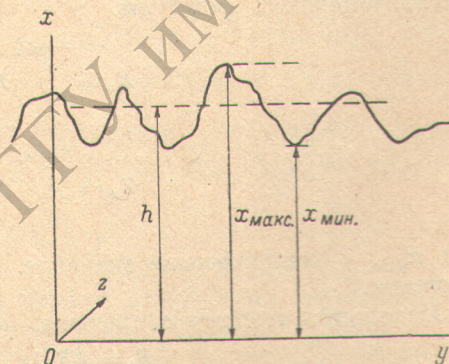
Будем характеризовать рельеф пленки функцией $\Psi(x)$ (см. рисунок)

$$\Psi(x) = \frac{d\sigma}{dx}, \quad (1)$$

$d\sigma$ — проекция площади пленки между сечениями x и $x+dx$ на плоскость yOz . Запишем $\Psi(x)$ в виде суммы

$$\Psi_\lambda(x) = \psi_\lambda(x) + \varphi_\lambda(x), \quad (2)$$

где $\psi_\lambda(x)$ отвечает за зеркально отразившуюся часть светового потока и световой поток, прошедший пленку на подложке без изменения направления, $\varphi_\lambda(x)$ — за диффузное отражение и пропускание для данной длины волны. Для единичной площади проекции поверхности пленки на плоскость yOz очевидно нормировочное условие



Распределение площади пленки по толщине, x_{\max} — максимальное значение локальной толщины пленки на рассматриваемом участке; x_{\min} — минимальное значение локальной толщины; h — толщина, удовлетворяющая теореме о среднем значении.

$$\int_0^{x_{\text{макс.}}} \Psi_{\lambda}(x) dx = \int_0^{x_{\text{макс.}}} [\psi_{\lambda}(x) + \varphi_{\lambda}(x)] dx = 1. \quad (3)$$

Для удобства введем обозначения

$$\int_0^{x_{\text{макс.}}} \psi_{\lambda}(x) dx = A(\lambda), \quad \int_0^{x_{\text{макс.}}} \varphi_{\lambda}(x) dx = B(\lambda), \quad (4)$$

тогда

$$A(\lambda) + B(\lambda) = 1. \quad (5)$$

Как известно [3], интенсивности отраженного и пропущенного света через систему непоглощающая пленка—непоглощающая полубесконечная подложка для нормального падения равны

$$T(x) = \frac{16n_f^2 n_g}{(n_f + n_g)^2 (1 + n_f)^2 + (n_f - n_g)^2 (1 - n_f)^2 + 2(n_f^2 - n_g^2)(1 - n_f^2) \cos 2k_f x}, \quad (6a)$$

$$R(x) = \frac{(n_g + n_f)^2 (1 - n_f)^2 + (n_f - n_g)^2 (1 + n_f)^2 + 2(n_f^2 - n_g^2)(1 - n_f^2) \cos 2k_f x}{(n_f + n_g)^2 (1 + n_f)^2 + (n_f - n_g)^2 (1 - n_f)^2 + 2(n_f^2 - n_g^2)(1 - n_f^2) \cos 2k_f x}, \quad (6b)$$

где n_f — показатель преломления пленки; n_g — показатель преломления подложки; $R(x)$ — отражение системы; $T(x)$ — пропускание; x — толщина пленки; k_f — волновой вектор света в пленке.

Для того чтобы получить зеркальное отражение и прямое пропускание, необходимо проинтегрировать эти выражения по толщине пленки с весом $\psi(x)$.

Здесь и далее зависимость функций от длины волны опускается, чтобы не загромождать формулы.

$$R_s = \int_0^{x_{\text{макс.}}} R(x) \psi(x) dx, \quad (7a)$$

$$T_{\Pi} = \int_0^{x_{\text{макс.}}} T(x) \psi(x) dx, \quad (7b)$$

где $x_{\text{макс.}}$ — максимальное значение локальной толщины на выбранной площади.

Используя теорему о среднем, можно написать

$$R_s = AR(h), \quad T_{\Pi} = AT(h), \quad (8)$$

где A определяется по формуле (4), $R(h)$ и $T(h)$ — значения отражения и пропускания пленки с некоторой эффективной толщиной, удовлетворяющей теореме о среднем значении. Из закона сохранения энергии очевидно, что в случае непоглощающей пленки с шероховатой поверхностью будет справедливо соотношение

$$R_s + T_{\Pi} = A, \quad (9)$$

что эквивалентно появлению энергетического коэффициента поглощения $B = 1 - A$. Параметр A удобнее всего находить в экстремальных точках пропускания или отражения. Для минимума пропускания и максимума отражения, например, справедливы соотношения

$$T_{\min} = A \frac{4n_f^2 n_g}{(n_f^2 + n_g)^2}, \quad R_{\max} = A \frac{(n_f^2 - n_g)^2}{(n_f^2 + n_g)^2}. \quad (10)$$

Отметим, что наличие поглощения самим материалом пленки не сказалось бы на виде формул (8), но привело бы к изменению толкования коэффициента B , который теперь отвечал бы и за действительное поглощение.

Так как шероховатость пленки приводит только к появлению численного множителя перед выражениями для пропускания и отражения, то некоторую среднюю толщину пленки по-прежнему можно определять из хорошо известного выражения: $x = n_f \Delta k / 2$, где Δk — расстояние между какими-либо экстремальными точками на интерференционной картине пропускания или отражения в волновых числах.

Для нахождения связи между коэффициентом зеркальности A и эквивалентным поглощением рассмотрим выражение для пропускания поглощающей пленки на непоглощающей полубесконечной подложке [4]

$$T = \frac{8n_g(n_f^2 + x_f^2)}{E \operatorname{ch} 4\pi x_f t + F \operatorname{sh} 4\pi x_f t - G \cos 4\pi n_f t + H \sin 4\pi n_f t}, \quad (11)$$

где

$$E = (n_f^2 + x_f^2 + 1)(n_f^2 + x_f^2 + n_g^2) + 4n_f^2 n_g, \quad (12)$$

$$F = 2n_f [n_g(n_f^2 + x_f^2 + 1) + (n_f^2 + x_f^2 + n_g^2)], \quad (13)$$

$$G = (n_f^2 + x_f^2 - 1)(n_f^2 + x_f^2 - n_g^2) - 4x_f^2 n_g, \quad (14)$$

$$H = 2x_f [n_g(n_f^2 + x_f^2 - 1) + (n_f^2 + x_f^2 - n_g)], \quad (15)$$

$t = x/\lambda$ — отношение толщины пленки к длине волны в вакууме, x_f — показатель поглощения пленки.

Предположим, что выполняется условие: $4\pi x_f t \ll 1$ и $x_f \ll n$. Тогда, разлагая функции $\operatorname{ch} 4\pi x_f t$ и $\operatorname{sh} 4\pi x_f t$ в ряд по степеням x_f и оставляя в конечном выражении для пропускания только линейные по x_f члены, получим

$$T \approx \frac{8n_g n_f^2}{C + D x_f}, \quad (16)$$

где

$$C = \frac{1}{2} [(n_f + n_g)^2 (1 + n_f)^2 + (n_f - n_g)^2 (1 - n_f)^2 - 2(n_f^2 - n_g^2)(n_f^2 - 1) \cos 4\pi n_f t], \quad (17)$$

$$D = 2 \{ [n_g(n_f^2 - 1) + (n_f^2 - n_g^2)] \sin 4\pi n_f t + 4\pi n_f t [n_g(n_f^2 + 1) + (n_f^2 + n_g^2)] \}. \quad (18)$$

Если выполняется условие $x_f \ll C/D$, что при $n_g = 1.5$ и $n_f = 2.5$ дает по порядку величины $x_f \ll 1/3m$, где m — целая часть $2n_f t$, то можно записать

$$T \approx T_0 \left(1 - \frac{D}{C} x_f \right), \quad (19)$$

где T_0 — пропускание непоглощающей пленки с такой же толщиной и таким же показателем преломления, что и у поглощающей пленки.

Сравним теперь выражения (8) и (19). Очевидно, что непоглощающей пленке с коэффициентом зеркальности A соответствует слабопоглощающая пленка с показателем поглощения x_f , определяемым из равенства

$$A = \left(1 - \frac{D x_f}{C} \right). \quad (20)$$

Величина A определяется экспериментально, как это было показано выше, следовательно, мы имеем простой метод нахождения малых показателей поглощения пленок на прозрачной подложке по измерениям одного, например, пропускания.

Приведем явные формулы для показателя поглощения в точках, где определение коэффициента зеркальности наиболее просто:

а) максимум пропускания, $4\pi n_f t = 2\pi m$, $m = 0, 1, 2, \dots$

$$x_f = \frac{(1 - A) n_f^2 (1 + n_g)^2}{2\pi m [n_g(n_f^2 + 1) + (n_f^2 + n_g^2)]}; \quad (21)$$

б) минимум пропускания, $4\pi n_f t = \pi + 2\pi m$, $m = 0, 1, 2, \dots$

$$x_f = \frac{(1 - A) (n_f^2 + n_g)^2}{2\pi \left(m + \frac{1}{2} \right) [n_g(n_f^2 + 1) + (n_f^2 + n_g^2)]}; \quad (22)$$

в) точка перегиба

$$x_f = \frac{(1-A)[(n_f^2 + n_g)^2(1+n_f)^2 + (n_f - n_g)^2(1-n_f)^2]}{8\pi\left(m + \frac{1}{4}\right)[n_g(n_f^2 + 1) + (n_f^2 + n_g^2)] + 4n_g(n_f^2 - 1) + (n_f^2 - n_g^2)}; \quad (23)$$

$$x_f = \frac{(1-A)[(n_f^2 + n_g)^2(1+n_f)^2 + (n_f - n_g)^2(1-n_f)^2]}{8\pi\left(m + \frac{3}{4}\right)[n_g(n_f^2 + 1) + (n_f^2 + n_g^2)] - [4n_g(n_f^2 - 1) + (n_f^2 - n_g^2)]}. \quad (24)$$

Знак плюс и множитель $\left(m + \frac{1}{4}\right)$ соответствуют переходу на графике пропускания от максимума к минимуму, знак минус и множитель $\left(m + \frac{3}{4}\right)$ соответствуют переходу от минимума к максимуму в сторону увеличения волновых чисел.

Порядок максимума интерференции легко найти, зная толщину и показатель преломления пленки по известной формуле $2n_f d = m\lambda_m$.

Очевидно, что наибольшая точность определения показателя поглощения достигается при хорошем выполнении условий, требуемых для разложения функций по степеням x_f , что достигается при больших длинах волн, меньших толщинах пленки и, что то же самое, при меньшем порядке интерференции m .

Для проверки точности определения показателя поглощения на ЭВМ по формуле (11) было рассчитано пропускание пленки с параметрами $x_f = 0.005$ и $n_f = 2.2$ на стеклянной полубесконечной подложке с показателем преломления $n_g = 1.5$. В таблице приводятся результаты по определению x_f в разных точках интерференционной синусоиды.

Экстремум	Порядок интерференции				
	0	1	2	6	8
Максимум	—	0.00504	0.00501	0.00504	0.00480
Минимум	0.00484	0.00492	0.00498	0.00492	0.00475

Вплоть до шестого порядка интерференции точность выведенных выше формул при данном показателе поглощения оказывается вполне удовлетворительной. По сравнению с методикой, предложенной Валеевым [5], приведенный способ позволяет определять показатель поглощения не только в минимуме пропускания, но также в максимуме и в точках перегиба без сложных расчетов.

Если же имеются рассчитанные на ЭВМ графики пропускания пленок с $x_f = 0$ и заданным значением n_f , то определение показателя поглощения станет возможным практически в любой точке.

Литература

- [1] Н. Е. Bennet. J. Opt. Soc. Am., 53, 1389, 1963.
- [2] J. O. Porteus. J. Opt. Soc. Am., 53, 1394, 1963.
- [3] R. L. Mooney. J. Opt. Soc. Am., 35, 574, 1945.
- [4] L. N. Hadley, D. M. Dennison. J. Opt. Soc. Am., 37, 451, 1947.
- [5] А. С. Валеев. Опт. и спектр., 15, 500, 1963.

Поступило в Редакцию 25 июня 1975 г.