

Авторы выражают глубокую благодарность Н. П. Пенкину за постоянный интерес к работе и полезное обсуждение результатов.

### Литература

- [1] В. А. Комаровский, Н. П. Пенкин, Г. П. Никифорова. Опт. и спектр., 29, 220, 1970.  
[2] J. Blaise, C. Morillon, M.-G. Schweighofer, J. Verges. Spectrochim. Acta, B24, 405, 1969.  
[3] A. S. King. Astrophys. J., 89, 377, 1939.  
[4] W. Albertson. Phys. Rev., 47, 370, 1935.

Поступило в Редакцию 5 февраля 1976 г.

УДК 535.39+539.238

## СУЖЕНИЕ ОБЛАСТИ ЗНАЧЕНИЙ КОЭФФИЦИЕНТОВ ОТРАЖЕНИЯ И ПРОПУСКАНИЯ ДЛЯ ОЧЕНЬ ТОНКИХ ОДНОРОДНЫХ ПЛЕНОК

А. И. Усоскин и И. Н. Шкляревский

Получение однослойного покрытия с заданными коэффициентами пропускания  $T$  и отражения  $R$  требует подбора материала с определенными показателями преломления  $n$  и поглощения  $k$ , а также толщины слоя  $t$ . При произвольно большой толщине достижимы любые значения фотометрических параметров, лишь бы они удовлетворяли условию энергетического баланса и были неотрицательными

$$R + T \leq 1. \quad (1)$$

В этом нетрудно убедиться, исследуя формулы Мурмана [1, 2], которые задают аналитические зависимости  $R=f_1(n, k, \gamma)$  и  $T=f_2(n, k, \gamma)$ , где  $\gamma=4\pi t/\lambda$ , а  $\lambda$  — длина световой волны.

Однако на практике толщина пленки не всегда может быть выбрана произвольно. Так, например, в случае металлических слоев, широко используемых для изготовления делительных зеркал, отличное от нуля  $T$  для видимой части спектра можно получить лишь при  $t < 100$  нм [2]; для некоторых материалов пленки с ростом толщины начинают терять свои зеркальные свойства либо механическую прочность [2-4]. В этих случаях, когда толщину пленки необходимо выбрать малой, часто значительно меньше длины волны видимого света, мы заметили, что возникает дополнительное ограничение, благодаря которому реализуется лишь часть от множества значений  $R$  и  $T$ , определяемых условием (1). Иначе говоря, при достаточно малой толщине пленки появляются такие наборы значений  $R$  и  $T$ , которые невозможно получить ни при каких разумных  $n$  и  $k$ . Назовем область этих значений «нереализуемой областью» (НРО), а область значений  $R$  и  $T$ , соответствующих всем возможным  $n$  и  $k$  (т. е. действительным и неотрицательным), — «реализуемой областью» (РО).

В настоящей работе рассчитано положение границы РО для пленок очень малой толщины при нормальном падении света.

Для удобства при нахождении границы РО желательно иметь в виду графическую интерпретацию условия (1): на координатной плоскости  $R, T$  область, определяемая условием (1), имеет вид треугольника с вершинами в точках  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$  и  $(1, 0)$ , РО составляет, согласно определению, часть этого треугольника, которая ограничивается некоторой кривой  $T_1=f(R_1)$ . В рассматриваемом случае, когда  $t \ll \lambda$ , зависимость  $T_1=f(R_1)$ , задающую границу РО, можно выразить аналитически. Соответствующие формулы были получены непосредственно из анализа выражения для действительной части диэлектрической постоянной очень тонкой пленки  $\epsilon_1$  [5, 6]

$$\epsilon_1 \equiv n^2 - k^2 = \frac{n_0^2 + n_s^2}{2} \pm \frac{1}{\gamma} \sqrt{W}, \quad (2)$$

где

$$W = 8n_0 n_s \frac{R + R'}{T} - \left( 2n_s \frac{1 - R - T}{T} \right)^2 - 4(n_0 - n_s)^2 + \frac{\gamma^2}{4} (n_0^2 - n_s^2)^2,$$

$n_0$  и  $n_s$  — показатели преломления диэлектрических сред, граничащих с пленкой (обычно воздуха и прозрачной подложки), а  $R$  и  $R'$  — коэффициенты отражения при падении света со стороны среды с  $n_0$  и  $n_s$  соответственно. Нетрудно видеть, что условием

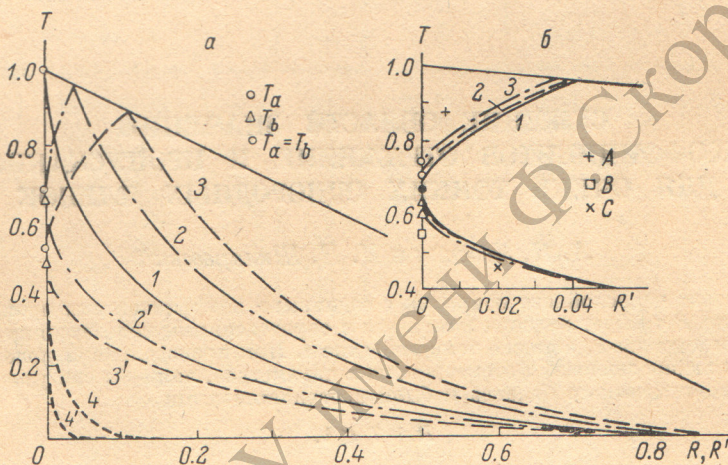
действительности  $\varepsilon_1$  (комплексные значения  $\varepsilon_1$  лишены физического смысла) является неотрицательность подкоренного выражения  $W$ . Поэтому неравенство  $W \geq 0$  определяет РО, а граница РО находится из условия  $W=0$ , которое после преобразований, проводимых с использованием тождества Вольтера [7] —  $n_0(1-R-T)=n_s(1-R-T)$ , можно свести к следующей зависимости в координатах  $R, T$ , предварительно положив  $n_0=1$

$$T_1 = n_s \frac{1 + R_1 \pm \sqrt{4R_1 + \alpha(1-R_1)^2}}{1 - \alpha}, \quad (3)$$

где  $\alpha = (\gamma^2/16)(n_s^2 - 1)^2$ . В координатах  $R', T$  аналогичная зависимость имеет вид

$$T_1 = \frac{1 + R'_1 \pm \sqrt{4R'_1 + \beta(1-R'_1)^2}}{n_s(1-\beta)}, \quad (4)$$

где  $\beta = (\gamma^2/16n_s^2)(n_s^2 - 1)^2$ .



Границы РО для очень тонких пленок.

*a* —  $T_1=f(R_1)$  (кривые 1–3) и  $T_1=f(R'_1)$  (кривые 2' и 3').  $n_0=1, \gamma=0.1$ . Кривая 1 соответствует  $n_s=1$ , кривые 2 и 2' —  $n_s=1.5$ , а 3 и 3' —  $n_s=2$ . Кривые 4 и 4' соответствуют  $T_1=f(R_1)$  и  $T_1=f(R'_1)$  при  $n_0=1, n_s=1.5$  и  $\gamma=8$ . *б* —  $T_1=f(R'_1)$ ;  $n_0=1, n_s=1.5$ . Кривые 1–3 соответствуют случаям  $\gamma \rightarrow 0, \gamma=0.25$  и  $\gamma=0.5$ .  $T_a$  и  $T_b$  — точки пересечения кривых с осью  $T$ , соответствующие знакам «+» и «-» в (4). Точки А–С, рассчитанные для двухслойника, соответствуют  $n_2=0.15, k_2=4; n_2=1.4, k_2=4.3$  и  $n_2=1.8, k_2=4.7. n_1=5, k_1=0.1, n_0=1, n_s=1.5, \gamma_1=\gamma_2=0.125$ .

Каждая из формул (3), (4) задает две ветви зависимостей  $T_1(R_1)$  и  $T_1(R'_1)$ , соответствующие знакам плюс и минус перед корнем. Анализ зависимости (3) показывает, что ветвь кривой, соответствующая знаку плюс, всегда лежит при  $T > 1$ , т. е. вне треугольника, определяемого условием (1). Поэтому при расчетах по (3) следует использовать только знак минус. Иначе обстоит дело с подобной неоднозначностью выбора знака в (4). Здесь точки обеих ветвей могут удовлетворять условию (1), однако точка, где ветви соединяются, лежит при  $R' < 0$ , т. е. вне треугольника. Следовательно, в данном случае границу РО составляют части двух ветвей, попадающие в пределы треугольника.

Формулы (3) и (4) позволяют вычислить положение границы РО в зависимости от  $n_s$  и  $\gamma$ . На рисунке, *a* представлены граничные кривые, рассчитанные для трех значений  $n_s$  при  $n_0=1$  и  $\gamma=0.1$ . «Реализуемые области» лежат справа от соответствующих граничных кривых и доходят до гипотенузы треугольника. При  $n_s=1$  (в случае свободной пленки) кривые для координат  $R, T$  и  $R', T$  совпадают. В координатах  $R, T$  при росте  $n_s$  РО значительно уменьшается, особенно за счет смещения границы при больших  $T$  и малых  $R$ . Для переменных  $R', T$  граница РО обладает уже упомянутой особенностью: граничная кривая состоит из двух ветвей. Как следует из рисунка, *a*, эти ветви выделяют две не связанные между собой части НРО, причем площадь верхней части с увеличением  $n_s$  растет, а нижней — убывает, в то время как в целом для рассмотренного интервала изменения  $n_s$  наблюдается уменьшение площади НРО. Между двумя ветвями граничной кривой  $T_1(R'_1)$  лежит область «нулевого отражения» — отрезок оси  $T$ , ограниченный точками  $T_a$  и  $T_b$ . Напомним, что эффект «нулевого отражения» неоднократно наблюдался экспериментально на тонких поглощающих пленках с  $t \leq 10$  нм [2, 8–10]. Из рисунка, *a* видно, что при уменьшении  $n_s$  этот отрезок смещается вверх по оси  $T$ , одновременно уменьшаясь, а при  $n_s=1$  его длина становится равной нулю, так как  $T_a=T_b=1$ .

Формулы (3) и (4), позволяя рассчитать точки пересечения граничных кривых с осью  $T$ , дают возможность определить границы области нулевого отражения, т. е.  $T_a$  и  $T_b$ .

$$T_{a, b} = \frac{16n_s \pm 4\gamma(n_s^2 - 1)}{16n_s - \gamma^2(n_s^2 - 1)^2}. \quad (5)$$

На рисунке,  $b$  построены рассчитанные по (4) граничные кривые в районе области нулевого отражения. Из рисунка следует, что изменение  $\gamma$  влияет преимущественно на длину отрезка между  $T_a$  и  $T_b$  и слабее на его положение. При уменьшении  $\gamma$  длина отрезка также уменьшается, а в предельном случае  $\gamma \rightarrow 0$  отрезок вырождается в точку с координатами  $R'_1=0$ ,  $T_1=0.667$ . Из рисунка  $b$  видно, что изменение  $\gamma$  от 0.5 до 0.25 сравнительно слабо влияет на положение границы РО. Кривые же для  $\gamma=0.25$  и  $\gamma \rightarrow 0$ , за исключением участков, близких к области нулевого отражения, почти неразличимы.

Дополнительно проведенный на ЭВМ численный расчет по точным интерференционным формулам [1] показал, что формулы (3) и (4) при  $\gamma \leq 0.5$  обеспечивают достаточно высокую точность при вычислении границы РО. Для случая  $\gamma=0.1$ , представленного на рисунке,  $a$ , отклонения  $R_1$ ,  $R'_1$  и  $T_1$  от истинных значений не превышают 0.002.

Из проведенных расчетов вытекает, что область значений  $(R, T)$  или  $(R', T)$ , возможная с точки зрения энергетического баланса, на самом деле может быть реализована лишь частично. Для очень тонких пленок, которые рассматривались в настоящей работе, площадь РО при  $n_s=1.5$  составляет в координатах  $R, T$  примерно половину, а в координатах  $R', T$  — примерно одну треть от области, определяемой условием (1). Как показывает расчет по формулам (4) и (5), рост  $t/\lambda$  (или  $\gamma$ ) приводит к увеличению РО. При  $\gamma > 0.5$  приближение, в котором получена формула (2) (а следовательно, и формулы (3) и (4)), оказывается недостаточным [6]. В этом случае численный расчет по точным формулам показывает, что с ростом  $t/\lambda$  РО продолжает увеличиваться. Так, при  $\gamma=8$  НРО уже становится весьма незначительной (см. кривые 4 и 4' на рисунке,  $a$ ).

В заключение представляется необходимым подчеркнуть, что найденные в этой работе ограничения, определяющие область значений  $(R, T)$  и  $(R', T)$ , справедливы лишь в рамках модели однослойного однородного покрытия, для которого все время велось рассмотрение. У нас нет оснований обобщать полученные результаты на случаи неоднородных по толщине покрытий или же рассеивающих пленок. Более того расчеты, проведенные для наиболее простого случая — сверхтонкого двухслойного покрытия [11], показывают, что при определенном подборе оптических постоянных и толщин  $n_1, k_1$  и  $t_1$  первого слоя, а также  $n_2, k_2$  и  $t_2$  второго слоя (первый слой граничит со средой  $n_0$ ) пары значений  $(R, T)$  и  $(R', T)$  выпадают из РО, соответствующей суммарной толщине слоев. Три таких случая представлены на рисунке,  $b$  для переменных  $R', T$ .

Таким образом, для однородной пленки все возможные наборы значений  $(R, T)$  и  $(R', T)$  попадают в область, которая в случае малых толщин оказывается существенно меньше области, определяемой условием (1). С ростом  $t/\lambda$  первая область увеличивается, постепенно достигая размеров второй.

Найденные ограничения позволяют судить о возможности достижения тех или иных значений  $R, R'$  и  $T$  у очень тонких однородных пленок. С другой стороны, нарушение этих ограничений может служить критерием неоднородности тонкого слоя. Последние обстоятельства обуславливают практическую ценность полученных результатов.

#### Литература

- [1] Н. Мурманн. Zs. Physik, 80, 161, 1933.
- [2] Г. В. Розенберг. Оптика тонкослойных покрытий. ФМ, М., 1958.
- [3] Л. С. Палатник, М. Я. Фукс, В. М. Росевич. Механизм образования и субструктура конденсированных пленок. «Наука», 1972.
- [4] С. Е. Векшинский. Новый метод металлографического исследования сплавов. Гостехиздат, М., 1944.
- [5] Н. Schorffer. Zs. Physik, 130, 565, 1951.
- [6] И. Н. Шкляревский, О. И. Шкляревский. Опт. и спектр., 27, 654, 1969.
- [7] Н. Wolter. Zs. Physik, 105, 269, 1937.
- [8] R. C. Faust. Phyl. Mag., 41, 1238, 1950.
- [9] P. Rouard. Rev. d'optique, 28, 569, 1949.
- [10] G. Rassigni. Rev. d'optique, 41, 383, 1962.
- [11] А. И. Усоскин, И. Н. Шкляревский. Опт. и спектр., 36, 1025, 1974.

Поступило в Редакцию 18 февраля 1976 г.