Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
УО «ГГУ им. Ф. Скорины» профессор
____________________ И.В. Семченко
«____»_______________2010 г.
Регистрационный № УД-_______/р.

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

(название дисциплины)

Учебная программа для специальности

1-31 03 01 - 02 Математика (научно-педагогическая деятельность)
(код специальности) (наименование специальности)

Факультет ___________ математический _________________________
(название факультета)

Кафедра ________математического анализа_____________________
(название кафедры)

Курс (курсы) _2 - 3________________________________
Семестр (семестры) _4 - 6________________________

Лекции __102__________ часов.
(количество часов)

Экзамен __5, 6 – _________
(семестр)

Практические (семинарские занятия _______нет_______ часов
(количество часов)

Зачет _4_______________
(семестр)

Лабораторные занятия _102__________часа.
(количество часов)

Курсовой проект, работа ____нет – __________
(семестр)

Самостоятельная управляемая работа студентов 26 часов

Всего аудиторных часов по дисциплине 204 часа.
(количество часов)

Всего часов по дисциплине 394 часа.
(количество часов

Форма получения высшего образования _дневная

Составил А. Р. Миротин, д.ф.-м. н., профессор

Гомель 2010

Учебная программа составлена на основе типовой учебной программы, утвержденной «04» 08 2009 г., регистрационный № ТД – G. 217/тип.

Рассмотрена и рекомендована к утверждению в качестве рабочего варианта на заседании кафедры математического анализа

_______________200__г., протокол №_____
(дата, номер протокола)

Заведующий кафедрой
профессор _______________А.Р. Миротин
(подпись) (И.О. Фамилия)

Одобрена и рекомендована к утверждению методическим советом математического факультета

__________________200__г., протокол №____
(дата, номер протокола)

Председатель методического совета математического факультета

доцент _____________В. М. Селькин
(подпись) (И.О. Фамилия)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Необходимость и актуальность дисциплины обязательного компонента «Функциональный анализ и интегральные уравнения» обусловлена как ее ролью в современном естествознании и математике в целом, так и тем, что на ней базируются другие дисциплины учебного плана.

Целью дисциплины является овладение студентами основными принципами функционального анализа и теории интегральных уравнений.

Задачами дисциплины являются:

– ознакомление студентов с математическим аппаратом функционального анализа;

– усвоение студентами основных понятий, теорем, методов и приложений функционального анализа и интегральных уравнений;

– формирование умений и навыков применения полученных знаний в практической деятельности;

– формирование умений и навыков использования методов функционального анализа при решении задач.

В результате изучения дисциплины студент должен:

знать:

- основы теории меры и интеграла Лебега;
- основные функциональные пространства и операторы в них;
- основные принципы функционального анализа и примеры их приложений;

уметь:

- исследовать на разрешимость и корректную разрешимость уравнения $Ax=y$ с линейным непрерывным оператором A;
- использовать основные понятия функционального анализа при изучении других математических дисциплин.

Материал дисциплины «Функциональный анализ и интегральные уравнения» основывается на ранее полученных студентами знаниях по таким дисциплинам, как «Математический анализ» и «Алгебра и теория чисел».

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Раздел 1 Теория меры

Тема 1.1 Элементы теории множеств

Работы Фреше, Вольтерра, Гильберта, Ф. Рисса, Фредгольма, Банаха, приведшие к возникновению функционального анализа. Основные понятия теории множеств. Операции над множествами. Отношения и функции. Равномощные множества. Счетные и несчетные множества. Сравнение мощностей. Теорема Кантора.

Тема 1.2 Общее понятие аддитивной меры

Системы множеств: алгебры, полуалгебры, сигма-алгебры. Алгебра, порожденная полуалгеброй. Конечно аддитивные и сигма-аддитивные меры. Важнейшие примеры мер. Свойства мер. Продолжение меры с полуалгебры на порожденную ею алгебру. Абсолютно непрерывные меры. Сингулярные меры.

Тема 1.3 Лебеговское продолжение меры, мера Лебега на прямой

Внешняя мера. Свойства внешней меры. Измеримые множества. Теорема о продолжении. Пространства с мерой. Меры Лебега-Стилтьеса и мера Лебега на прямой. Множество Кантора. Пример неизмеримого множества.

Раздел 2 Интеграл Лебега

Тема 2.1 Измеримые функции и их свойства

Равносильность различных определений измеримой функции. Устойчивость измеримости относительно арифметических операций. Устойчивость измеримости относительно предельного перехода. Простые функции. Свойства простых функций. Каноническое представление простой функции. Аппроксимация измеримых функций простыми. Теорема Егорова.

Тема 2.2 Определение интеграла Лебега

Интеграл от простой функции и его свойства. Интеграл от неотрицательной функции и его свойства. Теорема Б. Леви для неотрицательных функций. Лемма Фату. Класс суммируемых функций. Свойства интеграла Лебега.

Тема 2.3 Предельный переход под знаком интеграла

Теоремы Б. Леви. Теорема Лебега. Следствия для рядов. Неравенство Чебышева. Абсолютная непрерывность интеграла. Замена переменной в интеграле Лебега. Сравнение интеграла Лебега с интегралом Римана. Критерий Лебега интегрируемости по Риману.

Тема 2.4 Интеграл Стилтьеса

Функции ограниченной вариации и их свойства. Интеграл Лебега-Стилтьеса и его вычисление. Интеграл Римана-Стилтьеса, его связь с интегралом Лебега-Стилтьеса. Абсолютно непрерывные функции. Восстановление функции по ее производной. Дифференцирование интеграла Лебега с переменным верхним пределом.

Тема 2.5 Прямое произведение мер и теорема Фубини

Прямое произведение полуалгебр. Определение прямого произведения мер. Теоремы Тонелли и Фубини. Пространства L_p, $1 \le p \le \infty$. Неравенства Гельдера и Минковского. Полнота пространств L_p. Заряды, интегральное представление заряда. Теорема Радона-Никодима. Различные виды сходимости измеримых функций и связь между ними.

Раздел 3 Метрические пространства

Тема 3.1 Полные метрические пространства

Определения и примеры метрических пространств. Топология метрических пространств. Сходящиеся последовательности. Непрерывные, равномерно непрерывные и липшицевы отображения. Полные метрические пространства. Свойства полных подмножеств. Теорема о пополнении. Теорема Бэра. Теорема о продолжении отображений. Принцип сжимающих отображений и его обобщение. Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям Фредгольма. Применение обобщенного принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям Вольтерра.

Тема 3.2 Компактные метрические пространства

Определения и примеры компактных метрических пространств. Свойство Больцано-Вейерштрасса. Ограниченные и вполне ограниченные множества и их свойства. Критерий Хаусдорфа. Непрерывные отображения компактных метрических пространств. Предкомпактность, критерии предкомпактности в конкретных пространствах. Теорема Арцела-Асколи. Критерий компактности в пространствах l_p.

Раздел 4 Банаховы пространства и операторы в них

Тема 4.1 Нормированные пространства

Основные понятия теории векторных пространств. Полунормы и нормы. Важнейшие примеры нормированных пространств. Эквивалентные нормы. Подпространство и факторпространство. Прямое произведение нормированных пространств. Банаховы пространства. Пополнение нормированных пространств. Полнота факторпространства. Эквивалентные нормы. Эквивалентность норм в конечномерных пространствах. Ряды в нормированных пространствах. Абсолютная и условная сходимость. Критерий полноты нормированного пространства. Банаховость пространств L^p. Критерий конечномерности банахова пространства (теорема Рисса).

Тема 4.2 Линейные операторы в нормированных пространствах

Линейные операторы, примеры. Непрерывность и ограниченность. Норма оператора и ее свойства. Примеры линейных ограниченных операторов. Формулы для нормы. Полнота пространства LB(X,Y). Обратный оператор и односторонняя обратимость. Существование обратного оператора. Теорема Банаха об открытом операторе. Теорема Банаха об обратном операторе. Линейные неограниченные операторы. Замкнутые операторы, примеры. График оператора. Теорема о замкнутом графике. Различные виды сходимости операторов и связь между ними. Теорема Банаха-Штейнгауза и ее следствия. Линейные непрерывные функционалы. Примеры линейных непрерывных функционалов. Общий вид линейных ограниченных функционалов в конкретных пространствах. Линейные ограниченные функционалы в пространствах интегрируемых функций и пространствах непрерывных функций на отрезке. Теорема Хана-Банаха в векторных пространствах. Теорема Хана-Банаха в нормированных пространствах. Следствия теоремы Хана-Банаха. Сопряженное пространство. Слабая сходимость. Спектр оператора, тонкая структура спектра. Компактность спектра. Непустота спектра. Компактные операторы и их свойства. Примеры компактных операторов. Теорема о спектре компактного оператора. Компактность интегральных операторов.

Раздел 5 Гильбертовы пространства и операторы в них

Тема 5.1 Гильбертовы пространства

Предгильбертовы и гильбертовы пространства. Важнейшие примеры гильбертовых пространств. Элементарные свойства гильбертовых пространств. Теорема о пополнении для гильбертовых пространств. Ортонормированные системы. Равенство Пифагора. Ряды Фурье по ортонормированным системам. Неравенство Бесселя. Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. Существование ортонормированных базисов. Полнота, максимальность и равенство Парсеваля. Теорема о базисе. Полные ортонормированные системы в конкретных пространствах. Гильбертова размерность. Теоремы об изоморфизме гильбертовых пространств. Общий вид линейного функционала в гильбертовых пространствах. Проекция на подпространство. Теорема о проекции. Ортогональное дополнение. Теорема о разложении гильбертовых пространств.

Тема 5.2 Линейные операторы в гильбертовых пространствах

Сопряженный оператор и его существование. Свойства операции сопряжения. Примеры сопряженных операторов. Фредгольмовы (нетеровы) операторы, примеры. Свойства фредгольмовых операторов. Понятие об индексе. Теория Рисса-Шаудера. Важнейшие типы операторов в гильбертовых пространствах. Преобразование Фурье в пространстве $L^1(\mathbf{R})$ и его свойства. Преобразование Фурье в пространстве $L^2(\mathbf{R})$. Теорема Планшереля. Самосопряженные операторы, примеры. Инвариантные подпространства. Свойства собственных векторов и собственных значений самосопряженного оператора. Теорема о спектре самосопряженного оператора. Квадратичная форма. Теорема о норме самосопряженного оператора. Теорема Гильберта. Понятие о спектральной теореме. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Применение основных принципов функционального анализа к интегральным уравнениям. Теоремы Фредгольма. Интегральные уравнения второго рода с симметричным ядром. Уравнения первого рода. Корректные и некорректные задачи. Корректность уравнений второго рода. Некорректность уравнений первого рода. Понятие о регуляризации.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА

Номер раздела, темы, занятия	Название раздела, темы, занятия; перечень изучаемых вопросов	Количество аудиторных часов						
		лекции	практичес-кие занятия	лабораторные занятия	Контролируемая самостоятельная работа студентов	материальное обеспечение занятия	литература	формы контроля знаний
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	**Теория меры**	**4**	**-**	**8**	**2**			
1.1	***Элементы теории множеств*** 1 Операции над множествами. 2 Отношения и функции. 3 Счетные и несчетные множества. 4 Теорема Кантора.	-	-	2	2	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
1.2	***Общее понятие аддитивной меры*** 1 Системы множеств: алгебры, полуалгебры, сигма-алгебры. 2 Конечно аддитивные и сигма-аддитивные меры. 3 Свойства мер. 4 Продолжение меры с полуалгебры на порожденную ею алгебру.	2	-	4	-	УМК	[1], [2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе

1.3	***Лебеговское продолжение меры, мера Лебега на прямой*** 1 Внешняя мера. 3 Измеримые множества. 3 Теорема о продолжении. 4 Меры Лебега-Стилтьеса и мера Лебега на прямой.	2	-	2	-	УМК	[1], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
2	**Интеграл Лебега**	**10**	**-**	**10**	**2**			
2.1	***Измеримые функции и их свойства*** 1 Равносильность различных определений измеримой функции. 2 Устойчивость измеримости относительно арифметических операций. 3 Устойчивость измеримости относительно предельного перехода. 4 Аппроксимация измеримых функций простыми.	2	-	2	-	УМК	[1], [2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
2.2	***Определение интеграла Лебега*** 1 Интеграл от простой функции и его свойства. 2 Интеграл от неотрицательной функции и его свойства. 3 Теорема Б. Леви для неотрицательных функций. 4 Класс суммируемых функций.	2	-	2	-	УМК	[1], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
2.3	***Предельный переход под знаком интеграла*** 1 Теоремы Б. Леви и лемма Фату. 2 Теорема Лебега. 3 Следствия для рядов. 4 Замена переменной в интеграле Лебега.	2	-	2	-	УМК	[1], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
2.4	***Интеграл Стилтьеса*** 1 Функции ограниченной вариации и их свойства. 2 Интеграл Лебега-Стилтьеса и его вычисление. 3 Интеграл Римана-Стилтьеса, его связь с интегралом Лебега-Стилтьеса. 4 Абсолютно непрерывные функции.	-	-	2	2	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе

2.5	***Прямое произведение мер и теорема Фубини***							
2.5.1	1 Прямое произведение полуалгебр. 2 Определение прямого произведения мер. 3 Теоремы Тонелли и Фубини. 4 Пространства L_p, $1 \le p \le \infty$.	2	-	2	-	УМК	[1], [2], [3]	Защита отчетов по лабораторной работе
2.5.2	1 Неравенства Гельдера и Минковского. 2 Полнота пространств L_p. 3 Заряды, интегральное представление заряда. 4 Теорема Радона-Никодима.	2	-	-	-	УМК	[2], [3], [4]	
	Текущий контроль успеваемости студентов по разделу № 2		-	-				Письменное тестирование
								зачет
	Всего часов за 4 семестр	**14**	**-**	**18**	**4**			
3	**Метрические пространства**	**4**	**-**	**20**	**6**			
3.1	***Полные метрические пространства***	**2**	**-**	**14**	**4**			
3.1.1	1 Определения и примеры метрических пространств. 2 Топология метрических пространств. 3 Сходящиеся последовательности. 4 Непрерывные отображения.	-	-	4	2	УМК	[2], [3],[4]	Защита отчетов по лабораторной работе
3.1.2	1 Полные метрические пространства. 2 Свойства полных подмножеств. 3 Теорема о пополнении. 4 Теорема Бэра.	2	-	4	-	УМК	[2], [3],[4]	Защита отчетов по лабораторной работе

3.1.3	1 Теорема о продолжении непрерывной функции. 2 Принцип сжимающих отображений и его обобщение. 3 Применение принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям Фредгольма. 4 Применение обобщенного принципа сжимающих отображений к интегральным уравнениям Вольтерра.	-	-	4	2	УМК	[2], [3],[4]	Защита отчетов по лабораторной работе
3.2	***Компактные метрические пространства***	**2**	**-**	**8**	**2**			
3.2.1	1 Определения и примеры компактных метрических пространств. 2 Свойство Больцано-Вейерштрасса. 3 Ограниченные и вполне ограниченные множества и их свойства. 3 Критерий Хаусдорфа.	2	-	4	-	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
3.2.2	1 Непрерывные отображения компактных метрических пространств. 2 Предкомпактность, критерии предкомпактности в конкретных пространствах. 3 Теорема Арцела-Асколи. 4 Критерий компактности в пространствах l_p.	-	-	4	2	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
4	**Банаховы пространства и операторы в них**	**22**	**-**	**30**	**8**			
4.1	***Нормированные пространства***	**8**	**-**	**6**	**4**			
4.1.1	1 Основные понятия теории векторных пространств. 2 Полунормы и нормы. 3 Важнейшие примеры нормированных пространств. 3 Эквивалентные нормы.	-	-	2	2	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе

4.1.2	1 Подпространство и факторпространство. 2 Прямое произведение нормированных пространств. 3 Банаховы пространства. 4 Пополнение нормированных пространств.	2	-	2	2	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
4.1.3	1 Полнота факторпространства. 2 Эквивалентные нормы. 3 Эквивалентность норм в конечномерных пространствах. 4 Ряды в нормированных пространствах.	2	-	2	-	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
4.1.4	1 Абсолютная и условная сходимость. 2 Критерий полноты нормированного пространства. 3 Банаховость пространств L^p. 4 Критерий конечномерности банахова пространства (теорема Рисса).	2		2		УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
4.2	***Линейные операторы в нормированных пространствах***	**16**	**-**	**24**	**4**			
4.2.1	1 Линейные операторы, примеры. 2 Непрерывность и ограниченность. 3 Норма оператора и ее свойства. 4 Примеры линейных ограниченных операторов.	2	-	2	2	УМК	[2], [3],[4]	Защита отчетов по лабораторной работе
4.2.2	1 Формулы для нормы. 2 Полнота пространства LB(X,Y). 3 Обратный оператор и односторонняя обратимость. 4 Существование обратного оператора.	2	-	2	-	УМК	[2], [3],[4]	Защита отчетов по лабораторной работе
4.2.3	1 Теорема Банаха об открытом операторе. 2 Теорема Банаха об обратном операторе. 3 Линейные неограниченные операторы. 4 Замкнутые операторы, примеры	2		2		УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе

4.2.4	1 График оператора. 2 Теорема о замкнутом графике. 3 Различные виды сходимости операторов и связь между ними. 4 Теорема Банаха-Штейнгауза и ее следствия.	2	-	2	2	УМК	[2], [3],[4]	Защита отчетов по лабораторной работе
4.2.5	1 Линейные непрерывные функционалы. 2 Примеры линейных непрерывных функционалов. 3 Общий вид линейных ограниченных функционалов в конкретных пространствах. 4 Линейные ограниченные функционалы в пространствах интегрируемых функций и пространствах непрерывных функций на отрезке.	2	-	2		УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
4.2.6	1 Теорема Хана-Банаха в векторных пространствах. 2 Теорема Хана-Банаха в нормированных пространствах. 3 Следствия теоремы Хана-Банаха. 4 Сопряженное пространство.	2	-	4		УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
4.2.7	1 Слабая сходимость. 2 Спектр оператора, тонкая структура спектра. 3 Компактность спектра. 4 Непустота спектра.	2	-	4		УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
4.2.8	1 Компактные операторы и их свойства. 2 Примеры компактных операторов. 3 Теорема о спектре компактного оператора. 4 Компактность интегральных операторов.	2	-	4		УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе

	Текущий контроль успеваемости студентов по разделу № 4							Письменное тестирование
								экзамен
	Всего часов за 5 семестр	**34**	**-**	**50**	**14**			
5	**Гильбертовы пространства и операторы в них**	**24**	**-**	**34**	**8**			
5.1	***Гильбертовы пространства***	**10**	**-**	**10**	**6**			
5.1.1	1 Предгильбертовы и гильбертовы пространства. 2 Важнейшие примеры гильбертовых пространств. 3 Элементарные свойства гильбертовых пространств. 4 Теорема о пополнении для гильбертовых пространств.	2	-	2	2	УМК	[2], [3]	Защита отчетов по лабораторной работе
5.1.2	1 Ортонормированные системы. 2 Равенство Пифагора. 3 Ряды Фурье по ортонормированным системам. 4 Неравенство Бесселя.	2	-	2	2	УМК	[2], [3]	Защита отчетов по лабораторной работе
5.1.3	1 Процесс ортогонализации Грамма-Шмидта. 2 Существование ортонормированных базисов. 3 Полнота, максимальность и равенство Парсеваля. 4 Теорема о базисе.	2	-	2	-	УМК	[2], [3]	Защита отчетов по лабораторной работе
5.1.4	1 Полные ортонормированные системы в конкретных пространствах. 2 Гильбертова размерность. 3 Теоремы об изоморфизме гильбертовых пространств. 4 Общий вид линейного функционала в гильбертовых пространствах.	2	-	2	2	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе

5.1.5	1 Проекция на подпространство. 2 Теорема о проекции. 3 Ортогональное дополнение. 4 Теорема о разложении гильбертовых пространств.	2	-	2	-	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
5.2	***Линейные операторы в гильбертовых пространствах***	**14**	**-**	**24**	**2**			
5.2.1	1 Сопряженный оператор и его существование. 2 Свойства операции сопряжения. 3 Примеры сопряженных операторов. 4 Фредгольмовы (нетеровы) операторы, примеры.	2	-	2	2	УМК	[2], [3],[4]	Защита отчетов по лабораторной работе
5.2.2	1 Свойства фредгольмовых операторов. 2 Понятие об индексе. 3 Теория Рисса-Шаудера. 4 Важнейшие типы операторов в гильбертовых пространствах.	2	-	2	-	УМК	[2], [3],[4]	Защита отчетов по лабораторной работе
5.2.3	1 Преобразование Фурье в пространстве $L^1(\mathbf{R})$ и его свойства. 2 Преобразование Фурье в пространстве $L^2(\mathbf{R})$. 3 Теорема Планшереля. 4 Самосопряженные операторы, примеры.	2	-	4	-	УМК	[2], [3],[4]	Защита отчетов по лабораторной работе
5.2.4	1 Инвариантные подпространства. 2 Свойства собственных векторов и собственных значений самосопряженного оператора. 3 Теорема о спектре самосопряженного оператора. 4 Квадратичная форма.	2	-	4	-	УМК	[2], [3],[4]	Защита отчетов по лабораторной работе
5.2.5	1 Теорема о норме самосопряженного оператора. 2 Теорема Гильберта. 3 Понятие о спектральной теореме. 4 Интегральные уравнения с вырожденным ядром.	2	-	4	-	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе

5.2.6	1 Применение основных принципов функционального анализа к интегральным уравнениям. 2 Теоремы Фредгольма. 3 Интегральные уравнения второго рода с симметричным ядром. 4 Уравнения первого рода.	2	-	4	-	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
5.2.7	1 Корректные и некорректные задачи. 2 Корректность уравнений второго рода. 3 Некорректность уравнений первого рода. 4 Понятие о регуляризации.	2	-	4	-	УМК	[2], [3], [4]	Защита отчетов по лабораторной работе
	Текущий контроль успеваемости студентов по разделу № 5							Письменное тестирование
								экзамен
	Всего часов за 6 семестр	**24**	**-**	**34**	**8**			
	Итого часов	**76**	**-**	**102**	**26**			

Д.ф.-м.н., профессор А. Р. Миротин

ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЛАБОРАТОРНЫХ ЗАНЯТИЙ

1 Основные понятия теории множеств. Системы множеств: алгебры, полуалгебры, сигма-алгебры.
2 Конечно аддитивные и сигма-аддитивные меры.
3 Меры Лебега-Стилтьеса и мера Лебега на прямой.
4 Измеримые функции и их свойства.
5 Определение интеграла Лебега.
6 Предельный переход под знаком интеграла.
7 Интеграл Стилтьеса.
8 Прямое произведение мер и теорема Фубини.
9 Сходящиеся последовательности.
10 Топология метрических пространств.
11 Непрерывные отображения.
12 Полные метрические пространства.
13 Принцип сжимающих отображений.
14 Компактные метрические пространства.
15 Нормированные пространства.
16 Банаховы пространства.
17 Норма оператора и ее свойства.
18 Обратный оператор и односторонняя обратимость.
19 Различные виды сходимости операторов и связь между ними.
20 Линейные непрерывные функционалы.
21 Сопряженное пространство.
22 Спектр оператора, тонкая структура спектра.
23 Компактные операторы и их свойства.
24 Предгильбертовы и гильбертовы пространства.
25 Полные ортонормированные системы в конкретных пространствах.
26 Ортогональное дополнение.
27 Сопряженный оператор и его существование.
28 Самосопряженные операторы.
29 Теорема о спектре самосопряженного оператора.
30 Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
31 Теоремы Фредгольма.

ФОРМЫ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

1 Письменное тестирование

Примерная тематика тестов

1. Интеграл Лебега
2. Линейные операторы в нормированных пространствах
3. Гильбертовы пространства

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1 Партасарати, К. Введение в теорию вероятностей и теорию меры / К. Партасарати. − М. : Мир, 1983. − 343 с.

2 Антоневич, А. Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения / А. Б. Антоневич, Я. В. Радыно. − Мн : БГУ, 2003. − 430 с.

3 Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. − М. : Наука, 1972. – 496 с.

4 Антоневич, А. Б. Функциональный анализ и интегральные уравнения: Лабораторный практикум / А. Б. Антоневич [и др.] − Мн : БГУ, 2003. − 179 с.

Дополнительная

5 Кириллов, А. А. Теоремы и задачи функционального анализа / А. А. Кириллов, А. Д. Гвишиани. − М. : Наука, 1979. – 381 с.

6 Толстов, Г.П. Мера и интеграл / Г.П. Толстов. − М. : Наука, 1976.–392 с.

7 Ульянов, П. Л. Действительный анализ в задачах / П. Л. Ульянов [и др.] − М. : Физматлит, 2005. − 416 с.

8. Антоневич, А.Б. Задачи и упражнения по функциональному анализу / А. Б. Антоневич, П. Н. Князев, Я. В. Радыно. – Минск : Вышэйшая школа, 1978. – 204 с.