Е.В. Вакулина [1], Н.В. Максименко [2]
[1] Брянский государственный университета им. академика
И.Г. Петровского, Новозыбков, Россия
[2]УО «Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины»,
Гомель, Беларусь

ЧАСТИЦА С ПОЛЯРИЗУЕМОСТЯМИ В ПОЛЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ

Введение

Свойства элементарных частиц проявляются в их взаимодействиях. Так у адронов при взаимодействии с электромагнитным полем проявляются дипольные магнитные и квадрупольные моменты. В процессах рассеяния фотонов важную роль играют такие структурные константы, как поляризуемости адронов, интерпретация которых была получена на основе общих принципов релятивистской квантовой теории поля [1-3].

В работах [4-6] в рамках релятивистской квантовой теории поля построены эффективные лагранжианы двухфотонного взаимодействия с адронами с учетом поляризуемостей, которые согласуются с амплитудами в низкоэнергетическом представлении [1-3].

На основе этих лагранжианов получены релятивистские квантово-полевые уравнения движения частиц с поляризуемостями в электромагнитном поле [7, 8].

В процессах взаимодействия адронов с электромагнитным полем проявляются свойства как самих адронов, так и свойства электромагнитного поля. Использование эффективных лагранжианов представляет непосредственный интерес, поскольку с их помощью можно реализовать изучение различных процессов адронной электродинамики. Особый интерес вызывают исследования влияния интенсивного электромагнитного поля на проявления важных квантовых и релятивистских процессов взаимодействия элементарных частиц [9].

Нахождение точных решений релятивистских волновых уравнений для адронов в электромагнитном поле является основой в выполнении исследований процессов взаимодействия адронов во внешних электромагнитных полях. Настоящая работа посвящена точному решению релятивистских волновых уравнений для адронов со спинами ноль и половина с учетом их дипольных поляризуемостей во внешнем электромагнитном поле.

Точные решения уравнений взаимодействия адронов спина ноль и половина с учетом дипольных поляризуемостей с линейно поляризованным электромагнитным полем выполнены на основе релятивистских волновых уравнений первого порядка и представлены в работах [10-12].

1. Частица спина $^1/_2$ в поле плоской электромагнитной волны с учетом поляризуемостей

Обычно решение уравнения движения частицы спина $^1/_2$ в поле плоской электромагнитной волны получают приведением дифференциального уравнения первого порядка к дифференциальному уравнению второго порядка [13].

Метод решения уравнения движения частицы в плоской электромагнитной волне, предложенный в работе [10], позволяет решать дифференциальные уравнения первого порядка в ковариантной форме.

Следуя работам [10, 11] получим решение дифференциального уравнения первого порядка движения частицы спина $^1/_2$ в поле плоской электромагнитной волны в ковариантной форме с учетом поляризуемостей.

В работе [7] получен эффективный лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с частицей спина $^1/_2$ с учетом дипольных поляризуемостей:

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\bar{\psi}\overleftrightarrow{\partial}_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi + K_{\sigma\nu}\theta_{\sigma\nu}, \tag{1}$$

где $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$, ψ – биспиноры, $\overleftrightarrow{\partial}_\mu = \vec{\partial}_\mu - \overleftarrow{\partial}_\mu$, четырехмерный вектор определяется компонентами $a_\mu\{\vec{a}, ia_0\}$.

Тензоры в последнем слагаемом имеют вид:

$$K_{\sigma\nu} = \frac{\pi}{2m}\left[\alpha_E F_{\sigma\mu}F_{\mu\nu} + \beta_M \tilde{F}_{\sigma\mu}\tilde{F}_{\mu\nu}\right],$$

$$\theta_{\sigma\nu} = \frac{1}{2}\bar{\psi}\gamma_\sigma\overleftrightarrow{\partial}_\nu\psi,$$

где α_E и β_M – электрическая и магнитная дипольная поляризуемости частицы спина $^1/_2$, $\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{i}{2}\varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma}F_{\rho\sigma}$.

Из лагранжиана (1) следует ковариантное уравнение движения частицы спина $^1/_2$ в электромагнитном поле [7]

$$\left[\hat{D} + m + \frac{1}{2}D_\mu\left(K_{\sigma\mu}\gamma_\sigma\right) + K_{\sigma\mu}\gamma_\sigma D_\mu\right]\psi = 0, \tag{2}$$

где $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$, $\widehat{D} = D_\mu \gamma_\mu$, матрицы γ_μ удовлетворяют перестановочным соотношениям $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 2\delta_{\mu\nu}$.

На основании лагранжиана (1) и уравнения (2) в работе [7] показано согласование с низкоэнергетическим представлением амплитуды комптоновского рассеяния на нуклоне [1, 2]. Для решения уравнения (2), когда частица взаимодействует с полем плоской электромагнитной волны, будем использовать подход работы [12].

В случае плосковолнового поля вектор-потенциал зависит от $\varphi = kx = k_\mu x_\mu$,

$$A_\mu = A_\mu(\varphi). \tag{3}$$

При нахождении решения уравнения (2) будем считать, что

$$k^2 = k_\mu^2 = 0$$

и потенциал A_μ удовлетворяет условию Лоренца:

$$\partial_\mu A_\mu = A'_\mu k_\mu = 0,$$

где $A'_\mu = \frac{\partial A_\mu(\varphi)}{\partial \varphi}$. В этом случае тензор электромагнитного поля выражается используя A'_μ в следующем виде:

$$F_{\mu\nu} = k_\mu A'_\nu - k_\nu A'_\mu.$$

Если воспользоваться соотношением

$$\tilde{F}_{\sigma\nu}\tilde{F}_{\nu\mu} = F_{\sigma\nu}F_{\nu\mu} + \frac{1}{2}\delta_{\mu\sigma}F_{\nu\rho}F_{\nu\rho},$$

то тензор $K_{\sigma\mu}$ можно представить в виде:

$$K_{\sigma\mu} = \frac{2\pi}{m}\left[(\alpha_E + \beta_M)F_{\sigma\nu}F_{\nu\mu} + \frac{\beta_M}{2}\delta_{\mu\sigma}F_{\nu\rho}F_{\nu\rho}\right]. \tag{4}$$

Поскольку потенциалы $A'_\mu(\varphi)$ удовлетворяют условию Лоренца, то из (4) следует:

$$K_{\sigma\mu} = \frac{2\pi}{m}(\alpha_E + \beta_M)k_\sigma k_\mu (A')^2. \tag{5}$$

Удлиненная производная $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$ от этого тензора равна нулю:

$$D_\mu K_{\sigma\mu} = \frac{2\pi}{m}(\alpha_E + \beta_M)\hat{k}_\sigma k^2[(A')^2]' = 0$$

Таким образом, уравнение (2) можно записать в следующем виде:

$$[\widehat{D} + m + K_{\sigma\mu}\gamma_\sigma D_\mu]\psi = 0. \tag{6}$$

Следуя работам [10-12] решение уравнения (6) представим в виде:

$$\psi = \chi(\varphi)e^{i(px - \varepsilon(\varphi))}, \tag{7}$$

где $\varepsilon(\varphi) = \int_0^\varphi \frac{b^2 + m^2}{2kp} d\varphi'$, $b_\mu = p_\mu - eA_\mu$.

В этом случае $\chi(\varphi)$ функция удовлетворяет уравнению:

$$\hat{k}\chi' + \left[(m + i\hat{c}) + i\Omega\hat{k}\right]\chi = 0. \qquad (8)$$

В этом уравнении введены обозначения:

$$c_\mu = b_\mu - k_\mu \frac{b^2 + m^2}{2kp}, \quad c^2 = -m^2, \quad \Omega = \frac{2\pi}{m}(\alpha_E + \beta_M)(pk)(A')^2.$$

Умножим уравнение (8) на матрицу $\hat{k}$. В результате получим:

$$\hat{k}(m + i\hat{c})\chi = 0.$$

В таком случае, согласно [10], функцию χ можно представить в виде

$$\chi(\varphi) = (m - i\hat{c})\hat{k}\chi_1(\varphi). \qquad (9)$$

Подставляя (9) в (8), получим

$$\hat{k}\chi_1' + i\Omega\hat{k}\chi_1 = 0. \qquad (10)$$

Решение уравнения (10) представляется следующим образом:

$$\hat{k}\chi_1(\varphi) = e^{-i\int_0^\varphi \Omega(\varphi')d\varphi'}\hat{k}\chi_0, \qquad (11)$$

где χ_0 – биспинор, независящий от φ, и удовлетворяет уравнению Дирака для свободно движущейся частицы.

Учитывая соотношения (9), (11) в определении функции (7), получим выражение общего решения уравнения (2) взаимодействия частицы с поляризуемостями с полем плоской электромагнитной волны:

$$\psi(x) = (m - i\hat{c})\hat{k}\chi_0 e^{i\left(px - \varepsilon(\varphi) - \int_0^\varphi \Omega(\varphi')d\varphi'\right)}. \qquad (12)$$

Если у частицы поляризуемости отсутствуют, то есть $\alpha_E + \beta_M = 0$, то волновая функция переходит в известное решение Волкова [14].

2. Мезон спина ноль в поле плоской электромагнитной волны

Для получения точного решения ковариантного дифференциального уравнения первого порядка взаимодействия с учетом поляризуемостей теоретическим методом работ [10] воспользуемся формализмом ДКП. В этом формализме лагранжиан взаимодействия электромагнитного поля с мезоном спина ноль имеет вид [8]:

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\bar{\psi}\overleftrightarrow{\partial}_\mu\beta_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi + ie\bar{\psi}\hat{A}\psi + K_{\sigma\nu}\theta_{\sigma\nu}. \qquad (13)$$

В уравнении (13) $\psi(x)$ и $\bar{\psi}(x)$ – пятимерные волновые функции скалярных частиц, а четырёхмерный импульс определяется компонентами $a_\mu\{\vec{a}, a_4 = ia_0\}$. Пятимерные матрицы $\beta_\mu = \beta_\mu^{(5)}$ являются матрицами Даффина–Кеммера и удовлетворяют перестановочным соотношениям:

$$\beta_\mu\beta_\nu\beta_\rho + \beta_\rho\beta_\nu\beta_\mu = \delta_{\mu\nu}\beta_\rho + \delta_{\rho\nu}\beta_\mu.$$

Тензоры в (13) определены следующим образом:

$$K_{\sigma\nu} = \frac{2\pi}{m}\left[\alpha_E F_{\sigma\mu}F_{\mu\nu} + \beta_M \tilde{F}_{\sigma\mu}\tilde{F}_{\mu\nu}\right],$$

$$\theta_{\sigma\nu} = \frac{1}{2}\bar{\psi}\beta_\sigma \overleftrightarrow{\partial}_\nu \psi,$$

где стрелки над производными указывают их действие на волновые функции частицы в пятимерном пространстве, а α_E и β_M – электрическая и магнитная поляризуемости пиона.

Уравнение взаимодействия пиона с электромагнитным полем с учетом заряда и поляризуемостей, как следует из (13), можно представить следующим образом:

$$\left[\widehat{D} + m + \frac{1}{2}D_\mu K_{\sigma\mu}\beta_\sigma + K_{\sigma\mu}\beta_\sigma D_\mu\right]\psi = 0, \qquad (14)$$

где $D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$, $\widehat{D} = D_\mu \beta_\mu$.

Используя метод функции Грина в работе [8] установлено, что амплитуда комптоновского рассеяния, которая следует из лагранжиана (13) в низкоэнергетическом пределе имеет вид [12]:

$$M = \left(\frac{e^2}{m} + 4\pi\omega^2\alpha_E\right)\left(\vec{e}^{(\lambda_2)*}\vec{e}^{(\lambda_1)}\right) + 4\pi\omega^2\beta_M\left[\vec{n}_2\vec{e}^{(\lambda_2)*}\right]\left[\vec{n}_1\vec{e}^{(\lambda_1)}\right],$$

где $\vec{n}_1$ и $\vec{n}_2$ – единичные вектора, направленные по импульсам падающего и рассеянного фотонов $\vec{k}_1$ и $\vec{k}_2$, $\vec{e}^{(\lambda_1)}$ и $\vec{e}^{(\lambda_2)}$ соответственно векторы поляризации, ω – энергия фотонов.

Поскольку установлено, что α_E и β_M являются поляризуемостями комптоновского рассеяния, рассмотрим решение уравнения (14) в случае взаимодействия пиона с полем плоской электромагнитной волны с учетом поляризуемостей.

Потенциал A_μ поля плоской электромагнитной волны зависит от координат через инвариантную фазу $\varphi = kx$

$$A_\mu = A_\mu(\varphi) \qquad (15)$$

и удовлетворяет условию Лоренца

$$\partial_\mu A_\mu = 0 \qquad (16)$$

Согласно (15) условие (16) принимает вид:

$$\partial_\mu A_\mu = k_\mu A'_\mu = 0,$$

где $k\left\{\vec{k}, k_4 = i\omega\right\}$, $k^2 = 0$, $\quad A'_\mu = \frac{\partial A_\mu}{\partial\varphi}$.

В случае, когда внешнее поле является плоской электромагнитной волной, решение уравнения (14) определим следуя работе [10]

$$\psi(x) = f(\varphi)e^{i(px)}. \qquad (17)$$

Подставляя (17) в (14) и учитывая, что

$$k_{\sigma\mu} = \left(\frac{2\pi}{m}\right)(\alpha_E + \beta_M)k_\sigma k_\mu \, (A')^2,$$

а производная от тензора $k_{\sigma\mu}$ равна нулю, приходим к выводу, что:

$$D_\mu k_{\sigma\mu}\beta_\sigma = 0,$$

и тогда получим уравнение

$$\hat{k}f' + \{i\hat{b} + m + \Omega\hat{k}\}f = 0, \qquad (18)$$

где $b_\mu = p_\mu - qA_\mu$, $\Omega = \left(\frac{2\pi}{m}\right)(\alpha_E + \beta_M)(px)(A')^2$.

Согласно работе [10] решение уравнения (18) можно представить в виде:

$$f(\varphi) = \chi(\varphi)e^{-i\varepsilon(\varphi)},$$

где $\varepsilon(\varphi) = \int_0^\varphi \frac{b^2+m^2}{2kp}d\varphi'$.

В результате из (18) получаем

$$\hat{k}\chi' + [(m + i\hat{c}) + i\Omega\hat{k}]\chi = 0. \qquad (19)$$

В уравнении (19)

$$c_\mu = b_\mu - k_\mu \frac{b^2 + m^2}{2kp}, \quad c^2 = -m^2.$$

Следуя работе [10] представим χ в виде пятимерного столбца

$$\chi = \begin{pmatrix} mu_0 \\ u_\mu \end{pmatrix},$$

где $\mu = 1,2,3,4$.

Поскольку $\hat{k} = k_\mu\beta_\mu$, то, используя явный вид пятимерных матриц, можно показать, что

$$\hat{k} = \begin{pmatrix} 0 & k_1 & k_2 & k_3 & k_4 \\ k_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ k_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

В таком случае свертки $\hat{k}\chi$ и $\hat{c}\chi$ имеют вид

$$\hat{k}\chi = \begin{pmatrix} k_\mu u_\mu \\ mu_0 k_\mu \end{pmatrix}, \qquad \hat{c}\chi = \begin{pmatrix} c_\mu u_\mu \\ mu_0 c_\mu \end{pmatrix}.$$

В результате уравнение (18) распадается на два уравнения

$$\begin{cases} (ku') + m^2u_0 + i(cu) + i\Omega(ku) = 0, \\ (k_\mu u_0') + u_\mu + iu_0c_\mu + i\Omega u_0k_\mu = 0. \end{cases} \qquad (20)$$

Из второго уравнения системы (20) следует, что

$$u_\mu = -\left(k_\mu u_0'\right) - iu_0 c_\mu - i\Omega u_0 k_\mu.$$

Если умножим это уравнение на вектор k_μ, то получим

$$(ku) = -iu_0(ck),$$

а производная $(ku)'$ принимает вид:

$$(ku)' = -i(u_0 c)' k. \tag{21}$$

Подставляя (21) в первое уравнение системы (20), приходим к выводу, что

$$(u_0' + i\Omega u_0)\hat{c}k = 0. \tag{22}$$

Решением уравнения (22) является:

$$u_0(\varphi) = \exp\left[-i\int \Omega d\varphi\right].$$

Из второго уравнения системы (20) получим:

$$u_\mu = -iu_0 c_\mu .$$

Таким образом, общее решение имеет вид:

$$\psi(x) = e^{ipx}\begin{pmatrix} m \\ -ic_\mu \end{pmatrix} e^{-i\int \Omega d\varphi} = \begin{pmatrix} m \\ -i\left(b_\mu - k_\mu \dfrac{b^2 + m^2}{2kp}\right) \end{pmatrix} e^{i(px - \int \Omega d\varphi)},$$

$$\psi(x) = N\begin{pmatrix} im \\ c_\mu \end{pmatrix} e^{i(px - \varepsilon(\varphi) - \int_0^\varphi \Omega d\varphi')},$$

где N – нормированный множитель.

Заключение

Таким образом, в данной работе получены решения уравнений для частиц спина 0 и $^1/_2$ с учетом поляризуемостей в поле плоской электромагнитной волны.

Решения были получены путем использования матричного метода и формализма ДКП.

Литература

1. Петрунькин, В.А. Двухфотонные взаимодействия элементарных частиц при малых энергиях / В.А. Петрунькин // Труды ФИАН. – 1968. – Т. 41. – С. 165–223.

2. Максименко, Н.В. Низкоэнергетическое разложение амплитуды комптоновского рассеяния на адроне и одновременные коммутаторы токов / Н.В. Максименко, С.Г. Шульга // Ядерная физика. – 1990. – Т. 52. – Вып. 2 (8). – С. 524–534.

3. Raguza, S. Third–order spin polarizabilities of the nucleon: I / S. Raguza // Phys. Rev. D. – 1993. – Vol. 47, № 9. – P. 375 –3767.

4. Максименко, Н.В. Феноменологическое описание поляризуемостей элементарных частиц в полевой теории / Н.В. Максименко, Л.Г. Мороз // Международная школа молодых ученых по физике высоких энергий и релятивистской ядерной физике / ОИЯИ. – Дубна, 1979. – С. 53 –543.

5. Андреев, В. В. Поляризуемость элементарных частиц в теоретико-полевом подходе / В.В. Андреев, Н.В. Максименко // Проблемы физики, математики и техники. – 2011. – № 4(9). – С. 7–11.

6. Vakulina, E.V. Spin Polarizabilities and Characteristics of Spin–1 Hadrons Related to Parity Nonconservation in the Duffin-Kemmer-Petiau Formalism / E.V. Vakulina, N.V. Maksimenko // Physics of Particles and Nuclei Letters. – 2017. – Vol. 14, № 5. – P. 713–718.

7. Andreev, V.V. Covariant equations of motion of a spin $^1/_2$ particle in an electromagnetic field with allowance for polarizabilities / V.V. Andreev, O.M. Deryuzhkova, N.V. Maksimenko // Russ. Phys. Journ. – 2014. – Vol. 56, № 9. – P. 1069–1075.

8. Вакулина, Е. В. Поляризуемость пиона в формализме Даффина–Кеммера / Е.В. Вакулина, Н.В. Максименко // Проблемы физики, математики и техники. – 2013. – № 3. – С. 16–18.

9. Ritus, V.I. The quantum effects of the interaction of elementary particles with the intense electromagnetic field / V.I. Ritus // Trudy FIAN. – 1979. – № 5. – P. 111.

10. Федоров, Ф.И. Группа Лоренца / Ф.И. Федоров. – Минск: Наука и техника, 1979. – 384 с.

11. Радюк, А.Ф. Поляризующаяся частица со спином $^1/_2$ в поле плоской электромагнитной волны и в постоянном магнитном поле / А.Ф. Радюк // Сборник научных трудов «Ковариантные методы в теоретической физике» / Минск, 1986. – С. 93–101.

12. Крылов, В.Б. Спиновые частицы в поле плоской электромагнитной волны / В.Б. Крылов, А.Ф. Радюк, Ф.И. Федоров // Препринт №113 / Минск, 1976. – 59 с.

13. Берестецкий, В.Б. Квантовая электродинамика / В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. – М. Наука, 1980. – 704 с.

14. Волков, Д.М. Электрон в поле плоских неполяризованных электромагнитных волн с точки зрения уравнения Дирака / Д.М. Волков // ЖЭТФ. – 1937. – Т. 7. – С. 1286–1289.