

УДК 539.186.3.01

СТОЛКНОВЕНИЯ С ПЕРЕДАЧЕЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ  
ПРИ МАЛОМ ДЕФЕКТЕ РЕЗОНАНСА  
ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

*Д. С. Бакаев и Ю. А. Вдовин*

Вычисляется сечение передачи возбуждения при столкновении возбужденного и невозбужденного атомов, обладающих малым дефектом резонанса, в газовой системе, помещенной во внешнее магнитное поле. Предполагается, что возбужденное и основное состояние каждого из атомов связаны разрешенным дипольным переходом. Показывается, что при малом дефекте резонанса сечение передачи возбуждения превышает соответствующее резонансное сечение.

Важной характеристикой различных физических процессов, протекающих в газовой системе с участием возбужденных атомов, является эффективное сечение передачи возбуждения при столкновении возбужденного и невозбужденного атомов. Знание такого рода эффективных сечений, в частности, требуется при исследовании различных селективных химических реакций, протекающих в газовых системах.

Мы будем рассматривать столкновения с передачей возбуждения в газовой системе, помещенной во внешнее магнитное поле. Роль внешнего магнитного поля сводится к снятию вырождения рассматриваемых уровней. Поле будет предполагаться достаточно сильным, так что расстояние между соседними зеемановскими подуровнями можно считать большим по сравнению с взаимодействием атомов на эффективном расстоянии, радиусе Вайскопфа  $r_0$ , или, что то же самое, большим по сравнению с обратным временем столкновения. Тогда при рассмотрении задачи столкновения эти подуровни можно считать совершенно независимыми. Действительно, в этом случае эффективное сечение передачи возбуждения с переходом с одного подуровня на другой при столкновении много меньше эффективного сечения для резонансных столкновений, происходящих без изменения энергии. Такие резонансные столкновения в системе, помещенной во внешнее однородное магнитное поле, были рассмотрены в работе [1].

В настоящей работе рассматриваются столкновения с передачей возбуждения при наличии малого дефекта резонанса  $\Delta$ , т. е. при наличии малого сдвига уровня энергии возбужденного атома по отношению к соответствующему уровню энергии другого атома. В частности, такая ситуация может иметь место при столкновении атомов разных изотопов одного и того же элемента.

При расчете будет предполагаться, что дефект резонанса мал по сравнению с энергией взаимодействия атомов на эффективных расстояниях. Мы будем предполагать также, что хотя магнитное поле и является сильным, расстояние между зеемановскими подуровнями мало по сравнению с интервалами тонкой структуры рассматриваемых уровней. Поэтому каждый из рассматриваемых подуровней характеризуется полным моментом  $j$  и его проекцией на направление поля  $t$ . Будем считать, что основное и возбужденное состояние каждого из сталкивающихся атомов связаны между собой разрешенным дипольным переходом. Тогда взаимо-

действие атомов описывается оператором диполь-дипольного взаимодействия

$$\hat{V} = \frac{R^2 (\mathbf{d}_1 \mathbf{d}_2) - 3 (\mathbf{d}_1 \mathbf{R}) (\mathbf{d}_2 \mathbf{R})}{R^5}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{d}_1$  и  $\mathbf{d}_2$  — операторы дипольных моментов атомов.

Для резонансных столкновений возбужденного и невозбужденного атомов характерны расстояния порядка радиуса Вайскопфа [2]  $r_0$ ,  $r_0 \sim d/\sqrt{v}$ , где  $v$  — относительная скорость атомов (в атомных единицах,  $\hbar = m = e = 1$ ). В приближении прицельного параметра [1] получаем уравнения для амплитуд  $\psi_1$ ,  $\psi_2$ , описывающих возможные состояния системы из двух сталкивающихся атомов. Амплитуда  $\psi_1$  описывает состояние, когда первый атом находится в возбужденном состоянии  $\alpha(j_\alpha, m_\alpha)$ , а второй — в основном состоянии  $\beta_0(j_\beta, m_\beta)$ .

Амплитуда  $\psi_2$  — когда, наоборот, первый атом находится в основном состоянии  $\alpha_0(j_{\alpha_0}, m_{\alpha_0})$ , а второй — в возбужденном состоянии  $\beta(j_\beta, m_\beta)$

$$\left. \begin{aligned} i \frac{\partial \psi_1}{\partial t} &= \langle \alpha \beta_0 | \hat{V} | \alpha_0 \beta \rangle e^{i\Delta t} \psi_2, \\ i \frac{\partial \psi_2}{\partial t} &= \langle \alpha_0 \beta | \hat{V} | \alpha \beta_0 \rangle e^{-i\Delta t} \psi_1, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где через  $\Delta$  обозначен дефект резонанса  $\Delta = E_\alpha + E_{\beta_0} - E_{\alpha_0} - E_\beta$ .

Ось  $\zeta$  направлена по вектору  $\mathbf{v}$  относительной скорости сталкивающихся атомов,  $\zeta = vt$ ;  $R^2 = \rho^2 + v^2 t^2$ , где  $\rho$  — прицельный параметр, а  $R$  — расстояние между атомами. Границные условия к уравнениям (2) возьмем в виде

$$\psi_1(t, \rho) |_{t \rightarrow -\infty} = 1, \quad \psi_2(t, \rho) |_{t \rightarrow -\infty} = 0. \quad (3)$$

Столкновения с передачей возбуждения, как это следует из (3), описывается амплитудой  $\psi_2$ .

Амплитуды  $\psi_1$ ,  $\psi_2$  выразим через матрицу  $S$

$$\begin{pmatrix} \psi_1(t, \rho) \\ \psi_2(t, \rho) \end{pmatrix} = S(t, \rho) \begin{pmatrix} \psi_1(-\infty, \rho) \\ \psi_2(-\infty, \rho) \end{pmatrix} = S(t, \rho) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

удовлетворяющую (см. [1]) уравнению

$$\left. \begin{aligned} i \frac{\partial S(t, \rho)}{\partial t} &= H(\sigma_x \cos \Delta t - \sigma_y \sin \Delta t) S(t, \rho), \\ S(-\infty, \rho) &= 1, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  — матрицы Паули, действующие в пространстве функций  $(\psi_1, \psi_2)$ ,

$$H = \langle \beta_0 | \hat{V} | \alpha_0 \beta \rangle = \langle \alpha_0 \beta | \hat{V} | \alpha \beta_0 \rangle = g^2 \frac{R^2 - 3R_z^2}{R^5}. \quad (6)$$

Причем

$$g^2 = \langle \alpha | d_{1z} | \alpha_0 \rangle \langle \beta_0 | d_{2z} | \beta \rangle - \langle \alpha | d_{1x} | \alpha_0 \rangle \langle \beta_0 | d_{2x} | \beta \rangle, \quad (7)$$

а ось  $z$  направлена по вектору внешнего магнитного поля  $\mathcal{H}$ .

Сечение передачи возбуждения определяется, согласно (4),  $S_{21}(\infty, \rho)$  элементом матрицы  $S$

$$s = \int \frac{1}{|S_{21}(\infty, \rho)|^2} d^2 \rho = \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\infty |S_{21}(\infty, \rho)|^2 \rho d\rho, \quad (8)$$

где черта означает усреднение по всем направлениям вектора относительной скорости  $\mathbf{v}$ . Через  $\phi$  обозначен азимутальный угол, отсчитываемый от плоскости  $(\mathbf{n}\mathbf{v})$ , а через  $\theta$  — угол между векторами  $\mathbf{n}$  и  $\mathbf{v}$ . Через  $\mathbf{n}$  обозначен единичный вектор, направленный по внешнему магнитному полю  $\mathcal{H}$ . Матрицу  $S$  будем искать в виде

$$S = S_0 S_1, \quad (9)$$

где оператор  $S_0(t, \rho)$  удовлетворяет уравнению (5) при  $\Delta = 0$

$$S_0(t, \rho) = e^{-i \int_{-\infty}^t H \sigma_x dt}. \quad (10)$$

Матрица  $S_0(t, \rho)$  описывает столкновение с резонансной передачей возбуждения ( $\Delta = 0$ ) [1]. Матрица  $S_1(t, \rho)$ , как это следует из (5), (9) и (10), удовлетворяет уравнению

$$i \frac{\partial S_1(t, \rho)}{\partial t} = U S_1(t, \rho), \quad (11)$$

$$S_1(-\infty, \rho) = 1,$$

а матрица  $U$  имеет вид

$$U = S_0^{-1} \{H [\sigma_x (\cos \Delta t - 1) - \sigma_y \sin \Delta t]\} S_0. \quad (12)$$

Уравнение (11) решаем методами теории возмущений, считая малым дефект резонанса  $\Delta$  с точностью до членов, квадратичных по  $\Delta$ . Фактически безразмерным параметром малости является отношение  $\Delta$  к взаимодействию на эффективных расстояниях  $\rho = \rho_0$ . Матрица  $U(t, \rho)$ , как это следует из (12) и (10), имеет вид

$$U(t, \rho) = H \{\sigma_x (\cos \Delta t - 1) - \sigma_y \sin \Delta t \cos 2\varphi(t) + \sigma_z \sin \Delta t \sin 2\varphi(t)\}, \quad (13)$$

$$\text{где } \varphi(t) = \int_{-\infty}^t H dt, \text{ а } H \text{ определено выражением (6).}$$

Из выражений (9)–(11) получаем

$$|S_{21}(\infty, \rho)|^2 = \sin^2 \alpha - (A_1 + A_2) \sin 2\alpha + B^2 \cos^2 \alpha + C^2 \sin^2 \alpha + BC \sin 2\alpha - 2D \sin^2 \alpha, \quad (14)$$

где

$$\alpha = \varphi(\infty) = \frac{2g^2}{v\rho^2} \left[ 1 - \frac{(nv)^2}{v^2} - 2 \frac{(n\rho)^2}{\rho^2} \right], \quad (15)$$

а через  $\mathbf{n}$  обозначен единичный вектор  $\mathbf{n} = \mathcal{H}/\mathcal{H}$ . Через  $A_1, B, D$  обозначены выражения

$$\begin{aligned} A_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} H (1 - \cos \Delta t) dt, \\ B &= \int_{-\infty}^{\infty} H \sin \Delta t \cos 2\varphi(t) dt, \\ D &= \int_{-\infty}^{\infty} dt_1 \int_{-\infty}^{t_1} dt_2 H(t_1) H(t_2) \sin \Delta t_1 \sin \Delta t_2 \cos 2[\varphi(t_2) - \varphi(t_1)]. \end{aligned} \quad (16)$$

Выражения для  $C$  и  $A_2$  получаются соответственно из  $B$  и  $D$  заменой последнего косинуса на синус. Гамильтониан  $H$  [см. (6)] представим в виде

$$H' = \frac{g^2}{\rho^3} h(\tau),$$

где

$$h(\tau) = \frac{1 - 3 \frac{(vn)^2}{v^2}}{(1 + \tau^2)^{3/2}} - \frac{3 \left[ \frac{(\rho n)^2}{\rho^2} - \frac{(vn)^2}{v^2} + 2\tau \frac{(\rho n)(vn)}{\rho v} \right]}{(1 + \tau^2)^{5/2}}$$

и  $\tau = vt/\rho$ . Отметим также, что

$$\frac{(\rho n)^2}{\rho^2} = \left[ 1 - \frac{(nv)^2}{v^2} \right] \cos^2 \psi,$$

где  $\psi$  — азимутальный угол (см. (8)).

Подставляя выражение (14) в (8) и выполняя, где возможно, интегрирование, аналитически получаем

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \frac{g^2}{v} \left[ 1 + a\lambda^2 \left( \ln \frac{1}{\lambda^2} + b + cQ \right) \right], \quad (17)$$

где  $Q = (1/2) \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi \int_{-\infty}^{\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\tau_1} d\tau_2 \tau_1 \tau_2 h(\tau_1) h(\tau_2) \ln \left| \left( \int_{-\infty}^{\tau_2} h(\tau) d\tau \right)^2 - \left( \int_{\tau_1}^{\infty} h(\tau) d\tau \right)^2 \right|$ ,  $\lambda = |g\Delta|/v^{3/2}$ ,  $\lambda$  — безразмерный параметр малости,  $a = 2/5$ ,  $b = -4.72$ ,  $c = -0.3$ . Численным интегрированием на ЭВМ было получено  $Q = 12\pi$ . Окончательно выражение для эффективного сечения передачи возбуждения имеет вид (в обычных единицах)

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \frac{g^2}{\hbar v} \left\{ 1 + \frac{2}{5} \lambda^2 \left[ \ln \frac{1}{\lambda^2} - 15.97 \right] \right\}. \quad (18)$$

При  $\Delta=0$  ( $\lambda=0$ ) полученное выражение переходит в сечение передачи возбуждения при точном резонансе, рассчитанное в работе [1]. Отметим, что при  $\lambda \rightarrow 0$  сечение (18) стремится к величине, отвечающей резонансу со стороны больших, а не меньших значений.

Впервые это явление было выявлено в работе [3]. Оно обусловлено тем, что числитель оператора взаимодействия (6) имеет знакопеременную составляющую. Взятие от такого выражения Фурье компоненты частоты  $\Delta$  (см. (16)) приводит при малых  $\Delta$  к добавочному положительному вкладу в сечение передачи возбуждения. Явление отсутствует при аппроксимации гамильтониана взаимодействия выражением вида  $CR^{-3}$ , не содержащим знакопеременной составляющей [4, 5].

### Литература

- [1] Ю. А. Вдовин, В. М. Галицкий. Вопросы теории атомных столкновений. Атомиздат, 65, 1970.
- [2] V. Weisskopf. Z. Phys., 34, 1, 1933.
- [3] Ю. А. Вдовин, В. М. Галицкий. ЖЭТФ, 69, 103, 1975.
- [4] Л. П. Кудрин, Ю. В. Михайлова. ЖЭТФ, 63, 63, 1972.
- [5] V. Ermatchenko. C. R. Acad. Sc. Paris, 277B, 475, 1973.

Поступило в Редакцию 10 февраля 1975 г.