

Вопросы по курсу «ТВ и М С»

для студентов 3-го курса специальности 1-31 03 01-02 – математика
2010-2011 учебный год

1. Пространство элементарных исходов. События и операции над ними. Относительная частота.
2. Вероятность в дискретном пространстве элементарных исходов. Аксиоматическое и конструктивно-аксиоматическое определения. Классическое определение вероятности.
3. Основное правило комбинаторики. Вывод числа упорядоченных выборок с возвращением и без возвращения.
4. Вывод числа неупорядоченных выборок без возвращения. Свойства сочетаний.
5. Бином Ньютона. Треугольник Паскаля. Теорема о числе способов разбиения множества на группы.
6. Геометрическая вероятность. Аксиоматика теории вероятностей.
7. Свойства вероятности.
8. Условная вероятность как вероятностная мера. Интерпретация условной вероятности в классическом случае. Теорема умножения для нескольких событий.
9. Независимые события и их свойства. Независимость в совокупности.
10. Формулы полной вероятности и Байеса.
11. Схема Бернулли. Формула Бернулли.
12. Полиномиальная схема. Полиномиальная формула.
13. Пределная теорема Пуассона.
14. Формулировка локальной предельной теоремы Муавра-Лапласа. Интегральная теорема Муавра-Лапласа (с доказательством). Следствия.
15. Борелевские множества. Лемма о структуре борелевских множеств на числовой прямой. Борелевские функции. Борелевость непрерывной функции.
16. Случайная величина. Эквивалентность двух определений измеримости. Распределение вероятностей как вероятностная мера.
17. Функция распределения и ее свойства.
18. Формулировка теоремы о существовании случайной величины с заданной функцией распределения. Распределение как закон распределения. Его определение с помощью функции распределения. Утверждение о функции от случайной величины.
19. Дискретные случайные величины. Формулировка теоремы о существовании дискретной случайной величины с заданным рядом распределения. Биномиальное, геометрическое распределения, распределение Пуассона.
20. Абсолютно непрерывные случайные величины. Плотность вероятности и ее свойства. Формулировка теоремы о существовании абсолютно непрерывной случайной величины с заданной плотностью вероятности. Формула для вероятности попадания в борелевское множество. Элемент вероятности.
21. Теорема о плотности вероятности функции от абсолютно непрерывной величины. Равномерное распределение. Показательное распределение. Лемма об отсутствии памяти и ее физический смысл.

22. Нормальное распределение. Лемма о нормальном распределении. Функция стандартного нормального распределения и функция Лапласа. Сингулярные случайные величины.
23. Многомерные случайные величины. Дискретные случайные вектора.
24. Абсолютно непрерывные случайные вектора.
25. Независимость случайных величин. Независимость борелевских функций от случайных величин. Критерии независимости.
26. Преобразование случайных величин. Формула свертки.
27. Частные и общее определения математического ожидания. Выражение через интеграл Стильеса. Теоремы о математическом ожидании функции от одной и нескольких случайных величин.
28. Свойства математического ожидания. Неравенство Чебышева для математических ожиданий.
29. Ковариация между случайными величинами. Некоррелированность. Дисперсия. Неравенство Чебышева для дисперсии.
30. Свойства дисперсии.
31. Примеры вычисления числовых характеристик (биномиальное, равномерное и нормальное распределения).
32. Моменты случайных величин. Коэффициент корреляции и его свойства.
33. Виды сходимости случайных величин: по вероятности, почти наверное и в среднем порядка p . Связь между ними.
34. Слабая сходимость. Связь с другими видами сходимости. Лемма о слабой сходимости к константе.
35. Законы больших чисел в форме Бернулли и Чебышева.
36. Вероятностное доказательство теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывной на отрезке функции многочленами.
37. Производящие функции и их свойства.
38. Характеристические функции. Формулы для вычисления. Вычисление характеристической функции для нормального распределения.
39. Свойства характеристических функций.
40. Формулировка теоремы обращения для характеристических функций. Следствие. Применение к характеризации сумм независимых нормальных и пуассоновских величин.
41. Формулировки теорем непрерывности для характеристических функций. Закон больших чисел в форме Хинчина.
42. Центральная предельная теорема для одинаково распределенных независимых случайных величин. Применение к приближенному вычислению интегралов.
43. Абстрактная и конкретная выборки. Эмпирическая функция распределения. Формулировка теоремы Гливенко-Кантелли. Выборочные моменты. Гистограмма.
44. Точечные оценки неизвестных параметров. Несмещенност, состоятельность и эффективность.
45. Выборочное среднее, выборочная дисперсия и исправленная выборочная дисперсия. Их свойства.
46. Метод моментов.

47. Функция правдоподобия, примеры ее вычисления. Метод максимального правдоподобия.
48. Информация в выборке и наблюдении. Связь между ними.
49. Неравенство Рао-Крамера.
50. Применение неравенства Рао-Крамера к доказательству эффективности оценок (случаи нормального и пуассоновского распределений).
51. Распределение χ^2 и Стьюдента. Процентные точки.
52. Двусторонние доверительные пределы. Лемма о построении двусторонних пределов по односторонним. Лемма о равномерном распределении. Основная теорема интервального оценивания.
53. Интервальная оценка a при известной σ^2 по выборке из нормального распределения.
54. Интервальная оценка a при неизвестной σ^2 по выборке из нормального распределения.