Н.А. Ахраменко
УО «Белорусский государственный университет транспорта»,
Гомель, Беларусь

ГРАВИТАЦИОННЫЙ ДЕФЕКТ МАССИВНОГО ШАРА

Введение

В теории тяготения Ньютона гравитационная масса является источником гравитационного поля. Напряженность гравитационного поля, представляет собой его силовую характеристику. Как известно [1–5] в теории тяготения Ньютона напряженность статического поля тяготения определяется величиной силы, действующей на покоящееся пробное тело единичной массы.

Многие небесные тела, в числе которых звезды, планеты и спутники планет, имеют форму близкую к шаровидной. С течением времени эти тела могут изменять как размеры, так и плотность. Например, звезда по мере уплотнения вещества может превратиться в белый карлик с плотностью, достигающей порядка ~10^{12} кг/м^3 или нейтронную звезду с плотностью порядка ~10^{18} кг/м^3.

В классической механике считается, что масса системы равна сумме масс составляющих ее тел [1–5]. В релятивистской механике масса может быть определена через полную энергию тела E и импульс p [6]

$$\frac{E^2}{c^2} = p^2 + m^2c^2, \tag{1}$$

где c – скорость света в вакууме.

Полная энергия включает и энергию взаимодействия частей системы друг с другом. Поэтому масса при изменении конфигурации системы, и соответственно энергии взаимодействия, может изменяться. В частности масса массивной сферической пылевидной оболочки может зависеть от радиуса, что рассмотрено в [7, 8].

В данной работе определяется масса массивного тела шаровидной формы в зависимости от радиуса и плотности. Будем считать, что шар представляет собой пылевидную систему частиц, которые взаимодействуют друг с другом только посредством гравитационного поля.

1. Изменение массы шарового слоя при увеличении его радиуса

Пусть имеется однородный массивный шар радиусом R и массой M, представляющий собой пылевидную систему частиц, взаимодействующих между собой только посредством гравитационного поля. Выделим тонкий поверхностный шаровой слой. Подействуем внешними силами на этот слой в радиальном направлении и распределим его на бесконечность без придания ему кинетической энергии. В этом случае будет совершена некоторая работа против сил тяготения. Принимая во внимание связь массы с энергией можно положить, что масса шарового слоя возрастет соответственно затраченной работе при перемещении его с поверхности шара на бесконечность. После этого выделим следующий шаровой слой и опять, совершая работу внешними силами против сил тяготения, переместим его на бесконечность аналогично предыдущему слою. И так слой за слоем можно весь шар, перемещая его составляющие в радиальном направлении, распределить по бесконечности. Масса каждого шарового слоя при распределении его по бесконечности будет возрастать соответственно затраченной работе. В итоге масса всего шара возрастет до значения M_0.

Величина

$$\Delta M = M_0 - M \tag{2}$$

и будет представлять собой гравитационный дефект массы.

Теперь определим количественно ΔM. Для этого выделим промежуточный тонкий шаровой слой массой Δm (рисунок 1).

Внутри этого слоя сосредоточена масса m, определяемая радиусом r. При перемещении частиц этого слоя в радиальном направлении на dr будет совершена работа против сил тяготения. При этом будем учитывать взаимодействие только частиц шарового слоя Δm с массой m. Взаимодействием частиц самого слоя между собой пренебрежем ввиду малости величины. В этом случае элементарная работа против сил тяготения

$$\delta A = \frac{Gm\Delta m}{r^2} dr, \tag{3}$$

где G – гравитационная постоянная.

Совершаемая работа приводит к росту массы шарового слоя:

$$\delta A = c^2 d(\Delta m), \tag{4}$$

где c – скорость света в вакууме. Тогда:

$$\frac{Gm\Delta m}{r^2} dr = c^2 d(\Delta m). \tag{5}$$

Интегрируя это выражение, получаем:

$$\Delta m(\infty) = \Delta m(r) \exp\left(\frac{Gm}{c^2 r}\right), \tag{6}$$

где Δm(∞) и Δm(r) – масса шарового слоя распределенного по бесконечности и в исходном положении.

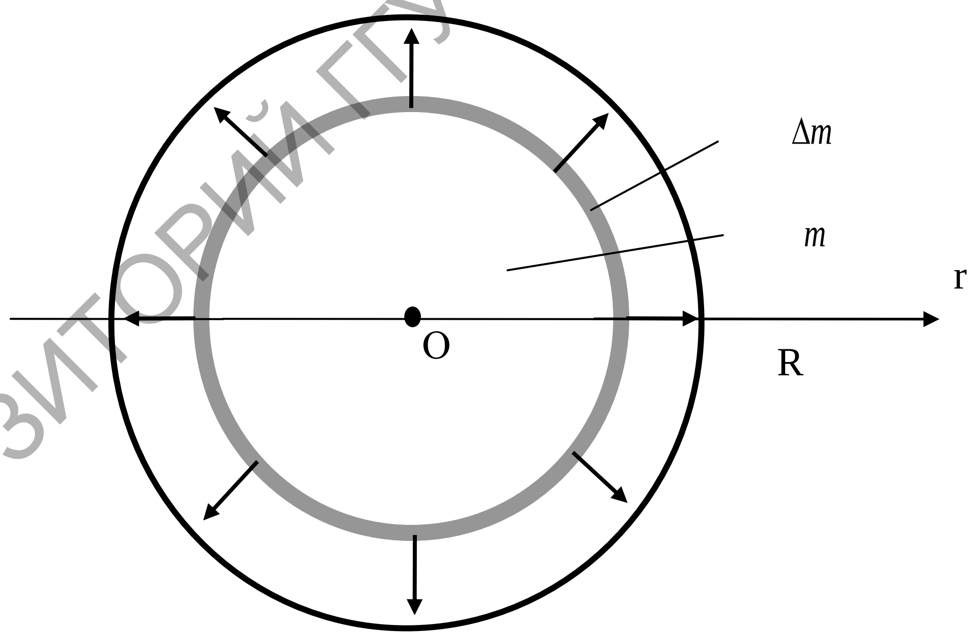

Рисунок 1 – Шаровой слой массы Δm

2. Изменение массы всего шара

Масса всего шара при распределении его по бесконечности (свободная масса) будет определяться суммой масс всех шаровых слоев его составляющих. Это можно, учитывая выражение (6), выразить через интеграл вида

$$M_0 = \int_0^R 4\pi r^2 \rho \exp\left(\frac{4\pi G\rho r^2}{3\tilde{n}^2}\right) dr, \tag{7}$$

где принято, что масса шарового слоя:

$$dm = 4\pi\rho r^2 dr \ ,$$

масса внутри шарового слоя:

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho r^3 \ ,$$

dr – толщина шарового слоя.

Следовательно, гравитационный дефект массы можно определить выражением

$$\Delta M = \int_0^R 4\pi r^2 \rho \exp\left(\frac{4\pi G\rho r^2}{3\tilde{n}^2}\right) dr - M \ . \tag{8}$$

Преобразуя последнее выражение путем разложения экспоненты в ряд, получим:

$$\Delta M = M\left(\frac{3}{5}\frac{GM}{\tilde{n}^2 R} + \frac{3}{14}\left(\frac{GM}{\tilde{n}^2 R}\right)^2 + \ldots\right), \tag{9}$$

где масса всего шара выражена через плотность и объем:

$$M = V\rho = \frac{4}{3}\pi\rho R^3 \ .$$

Тогда первое приближение для гравитационного дефекта массы составит:

$$\Delta M = \frac{3}{5}\frac{GM^2}{Rc^2}, \tag{10}$$

что представляет собой отношение модуля потенциальной энергии шара в ньютоновской механике к величине c^2.

Заключение

Таким образом, определен гравитационный дефект массы массивного шара. Из полученного выражения в первом приближении следует выражение для дефекта массы через величину потенциальной энергии шара в классической механике.

Литература

1. Сивухин, Д.В. Общий курс физики в 5-ти т. Т. 1. Механика / Д.В. Сивухин. – М. : Физматлит, 2005. – 560 с.

2. Савельев, И.В. Курс физики в 3 т. Т 1. Механика. Молекулярная физика / И.В. Савельев. – М. : Наука, 1989. – 352 с.

3. Матвеев, А.Н. Механика и теория относительности / А.Н. Матвеев. – М.: ОНИКС 21 век, 2003. – 432 с.

4. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М. : Высш. шк., 1989. – 608 с.

5. Яворский, Б.М. Справочник по физике / Б.М. Яворский, А.А. Детлаф. – М. : Наука, 1990. – 624 с.

6. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика. Т. 2. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц – М. Наука, 1988. – 512 с.

7. Сердюков, А.Н. Калибровочная теория скалярного гравитационного поля / А.Н. Сердюков. – Гомель, изд-во Гомельского гос. ун-та, 2005. – 257 с.

8. Ахраменко, Н.А. Масса массивной сферической оболочки с учетом гравитационного дефекта. / Н.А. Ахраменко, Л.М. Булавко // Проблемы физики, математики и техники. – 2014. – № 3(20). – С. 13–15.