

Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования
«Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

С. М. ГОРСКИЙ, И. В. ПАРУКЕВИЧ

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Практическое руководство к лабораторным работам
для студентов специальности 1-31 03 01-02
«Математика (научно-педагогическая деятельность)»

Гомель
ГГУ им. Ф. Скорины
2015

УДК 37.091.3:51(076)
ББК 74.262.21я73
Г704

Рецензенты:

кандидат физико-математических наук А. И. Рябченко;
кандидат физико-математических наук В. В. Подгорная

Рекомендовано к изданию научно-методическим советом
учреждения образования «Гомельский государственный университет
имени Франциска Скорины»

Горский, С. М.

Г704 Методика преподавания математики: текстовые задачи :
практическое руководство / С. М. Горский, И. В. Парукевич ;
М-во образования РБ, Гом. гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель:
ГГУ им. Ф. Скорины, 2015. – 46 с.
ISBN 978-985-577-075-7

Предлагаемое практическое руководство предназначено для проведе-
ния лабораторных занятий по методике преподавания математики, его
можно использовать также для самоконтроля. Содержит основные методы
решения задач и типовые примеры.

Адресовано студентам специальности 1-31 03 01 02 – «Математика
(научно-педагогическая деятельность)».

УДК 37.091.3:51(076)
ББК 74.262.21я73

ISBN 978-985-577-075-7

© Горский С. М., Парукевич И. В., 2015
© Учреждение образования «Гомельский
государственный университет
имени Франциска Скорины», 2015

Оглавление

Предисловие	4
1 Текстовая задача и её роль в школьном курсе математики	5
2 Этапы обучения решению текстовых задач	6
3 Основные методы решения задач	13
3.1 Арифметический метод.....	14
3.2 Алгебраический метод	16
3.3 Геометрический метод	18
4 Примеры моделирования при решении текстовых задач	24
5 Задания к лабораторным работам	37
Литература	46

Предисловие

Данное практическое руководство к лабораторным работам предназначено для студентов специальности 1-31 03 01 02 — «Математика (научно-педагогическая деятельность)» для организации учебного процесса при изучении дисциплины «Методика преподавания математики». Излагается методика обучения решению текстовых задач; на конкретных примерах описываются основные методы их решения и содержится набор задач, которые могут быть использованы при выполнении лабораторных и контрольных работ по дисциплине «Методика преподавания математики» как на дневной, так и на заочной формах обучения.

Как обучать учащихся нахождению способа решения текстовой задачи? Этот вопрос — центральный в методике обучения решения задач. Для ответа на него в литературе предлагается немало практических приемов, облегчающих поиск способа решения задачи. Однако теоретические положения относительно нахождения пути решения задачи остаются мало разработанными. Особенности текста задачи могут определить ход мыслительного процесса при ее решении. Как сориентировать учащихся на эти особенности? Знание ответов на эти вопросы помогут будущему преподавателю подобрать конкретную методику обучения решения текстовых задач. Предлагаемый перечень заданий для проведения лабораторных занятий поможет освоить и закрепить основные способы решения текстовых задач, а также будет способствовать развитию творческого мышления студентов.

Авторы выражают искреннюю благодарность учителю математики высшей категории ГУО «Гимназии № 56 г. Гомеля» В. Н. Бобковой за многочисленные полезные советы и замечания, способствующие улучшению качества излагаемого материала.

1 Текстовая задача и её роль в школьном курсе математики

Текстовые задачи — традиционно трудный школьный материал, имеющий большое значение, так как является важным средством обучения математике. Решая текстовые задачи, учащиеся приобретают опыт работы с величинами, постигают взаимосвязь между ними, вырабатывают правильные математические понятия, глубже выясняют различные стороны взаимосвязей в окружающей жизни, развивают логическое мышление, речь и другие качества. Работа над текстовыми задачами приучает учащихся к первым абстракциям, позволяет воспитывать логическую культуру, способствует формированию эстетического чувства применительно к решению задачи («красивое решение») и изучению математики, вызывая интерес сначала к процессу поиска решения задачи, а потом и к изучаемому предмету. Использование арифметических способов решения задач развивает смекалку и сообразительность, умение ставить вопросы, отвечать на них, то есть развивает естественный язык, готовит учащихся к дальнейшему обучению. Текстовые задачи вырабатывают умение анализировать, строить план решения с учетом взаимосвязей между известными и неизвестными величинами, трактовать результат каждого действия в рамках условия задачи, проверять правильность решения с помощью составления и решения обратной задачи.

Роль задач в обучении математике невозможно переоценить. Применять математические знания в жизненных ситуациях учат соответствующие практические задачи. Использование в задачах разнообразных исторических, краеведческих и энциклопедических фактов позволяет учащимся осваивать культурно-историческое наследие человечества, а преподавателям реализовывать межпредметные связи на уроках математики. Через задачу естественно ввести проблемную ситуацию. Учащийся знакомится с существенными элементами новых алгоритмов, овладевает новыми технологиями, решая систему специально подобранных задач. Умение решать текстовые задачи является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины усвоения учебного материала. Итак, задача является основным звеном внутри процесса обучения, а тем более таких, как проблемное и развивающее.

2 Этапы обучения решению текстовых задач

Обучению учащихся решению текстовых задач происходит на всех ступенях общего и среднего образования. В начальной школе реализуют следующие этапы обучения решению текстовых задач: пропедевтика и решение базовых задач. Следующий этап обучения решению задач связан с введением новых типов задач и новых методов решения задач.

В пропедевтике решения текстовых задач выделяют два основных этапа. На первом этапе задача учителя состоит в том, чтобы систематически и целенаправленно формировать у учащихся некоторые важные математические навыки. На втором этапе основное внимание уделяют выявлению зависимостей между величинами, входящими в текст задачи, и обучению переводу этих зависимостей на математический язык. Остановимся на каждом этапе подробнее.

На первом этапе пропедевтики необходимо сформировать у учащихся умение внимательно читать текст задачи; умение проводить первичный анализ текста задачи — выделять условие и вопрос задачи; умение оформлять краткую запись текста задачи; умение выполнять рисунки по тексту задачи.

Сущность второго этапа пропедевтики состоит в обучении учащихся пониманию всевозможных зависимостей между величинами в данных задачах. В начальной школе это связи и зависимости, на основании которых выбираются арифметические действия, знание объектов, о которых идет речь в задаче. На первой ступени обучения при решении задач важно научить устанавливать связи между операциями над множествами и арифметическими действиями, отношениями «больше» и «меньше» с арифметическими действиями, компонентами и результатами арифметических действий, величинами в задачах со связками «цена — количество — стоимость», «скорость — время — расстояние» и так далее. На второй ступени обучения при решении задач учащиеся должны уметь выделять не одну связь между величинами, а систему этих связей, которая помогает ответить на вопрос задачи.

В результате проведенной учителем пропедевтической работы учащийся должен усвоить приведенную ниже схему решения задачи. Для этого необходимо на каждом этапе ставить перед учащимся следующие вопросы:

На 1-м этапе (анализ условия задачи):

— Что известно?

— Что надо найти?

- Нельзя ли сформулировать задачу иначе, проще?
- Нельзя ли задачу свести к уже решённой?
- На 2-м этапе (поиск способа решения задачи):
- Что является неизвестным в задаче?
- Что необходимо знать, чтобы найти неизвестное?
- На 3-м этапе (решение задачи):
- Что можно найти, зная известное?
- Все ли данные задачи были уже использованы?
- На 4-м этапе (проверка решения):
- Правдоподобен ли результат?
- Нельзя ли сделать проверку?
- На 5-м этапе (анализ решения):
- Нельзя ли упростить решение?
- Есть ли другой способ решения задачи?

Отметим, что данная схема формируется к пятому классу. Большинство учителей игнорирует четвёртый и пятый этапы. Это говорит о том, что многие учителя не до конца понимают, что означает понятие «проверка задачи». А между тем проверить решение задачи — это значит установить, правильно оно или ошибочно. Анализ решения позволяет не только убедиться в правильности решения задачи, но и способствует более глубокому, осмысленному пониманию её математического содержания, осознанию связей между величинами, представленными в ней.

Остановимся подробнее на методах организации проверки решения задачи. *Прикидка ответа* или *установление его границ* предполагает на основе предварительного анализа текста до начала решения либо в процессе решения задачи определение границ искомого числа, что позволяет с некоторой степенью точности оценить правильность решения задачи.

Пример 2.1. В санатории было построено 10 одноэтажных и двухэтажных домиков, причем в каждом домике было комнат поровну. В двухэтажных домиках всего было 24 комнаты, а в одноэтажных — 16 комнат. Сколько построено одноэтажных и двухэтажных домиков отдельно?

При анализе содержания задачи можно отметить, с одной стороны, что двухэтажных домиков должно быть больше, чем одноэтажных, а с другой — следующее:

1) число, выражающее количество двухэтажных домиков должно быть таким, чтобы число 24 делилось на него без остатка и было меньше 10. В качестве предположения количества двухэтажных домиков можно брать числа 8, 6, 4, 3, 2;

2) число, выражающее количество одноэтажных домиков должно быть таким, чтобы число 16 делилось на него без остатка. В качестве предположения количества двухэтажных домиков можно брать числа 8, 4, 2.

Предположим, что двухэтажных домиков было 8, тогда одноэтажных домиков — 2. Тогда количество комнат в двухэтажных домиках было по 3 в каждом (

4. Решить составленную задачу:

1)

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

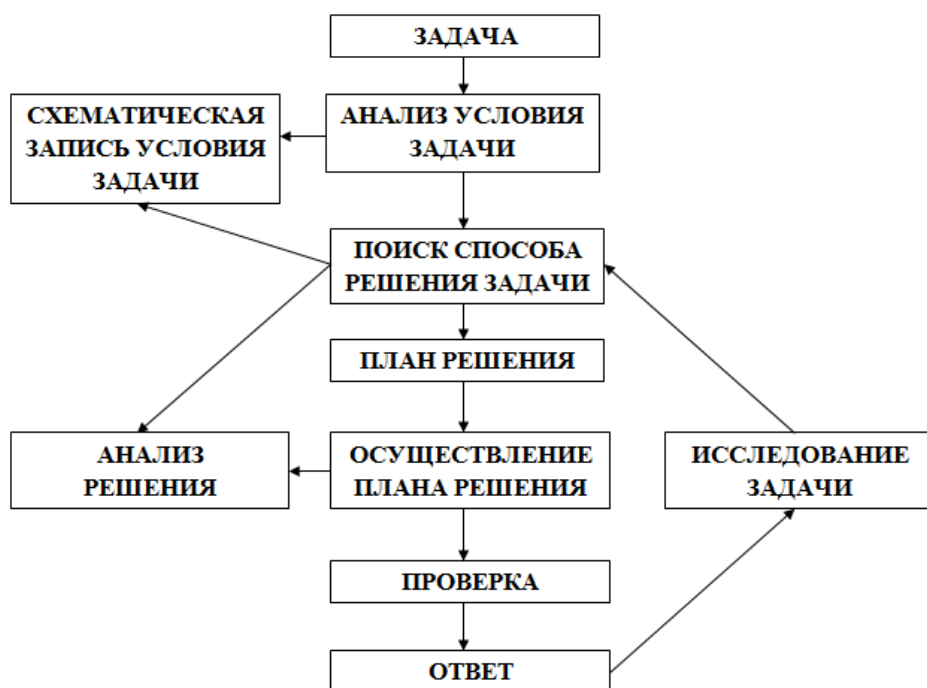


Рисунок 2.1 — Обобщенная схема решения задачи

Приведем пример полного цикла работы над задачей.

Пример 2.3. По плану бригада должна была выполнить заказ за 10 дней. Но фактически она перевыполняла норму на 27 деталей в день и за 7 дней работы не только выполнила предусмотренное планом задание, но и изготовила сверх плана 54 детали. Сколько деталей в день должна была изготовить бригада по плану?

Анализ условия задачи. После прочтения текста задачи анализ может быть проведен посредством рассмотрения следующих вопросов (самими учащимися или с помощью учителя):

- 1) За сколько дней бригада должна выполнить заказ по плану?
- 2) За сколько дней бригада фактически выполнила заказ?
- 3) Почему бригада выполнила заказ раньше намеченного срока?
- 4) Сколько деталей изготовила бригада сверх плана?
- 5) Какие величины содержатся в задаче?
- 6) Как связаны между собой производительность труда, время и объем выполненной работы? (Учитель может конкретизировать этот вопрос, исходя из возможностей учащихся.)
- 7) Сколько различных ситуаций можно выделить в задаче?
- 8) Какие величины неизвестны?
- 9) Какая величина в задаче является искомой?
- 10) Решалась ли раньше задача, похожая на эту?

В итоге первого этапа работы над задачей с учетом основного отношения выполняется запись текста задачи. Табличная форма записи

на первых этапах обучения решению текстовых задач наиболее эффективна, потому что умение учащегося оформить соответствующую таблицу говорит о том, принял он задачу или нет.

Для выяснения связи между значениями одной и той же величины перед учащимися ставятся соответствующие вопросы, например: в каком случае производительность труда бригады была выше? На сколько деталей в день бригада перевыполняла норму?

Таблица 2.1 — Первоначальный анализ условия задачи.

Величины	Ситуация	
	по плану	фактически
Производительность бригады, дет. в день	?	?
Время работы, дн.	10	7
Объем выполненных работ, дет.	?	?

Правильный ответ на первый вопрос позволяет поставить в таблице 2.1 соответствующий знак неравенства между неизвестными значениями одноименной величины. Ответ на второй вопрос позволяет записать: «На 27» (в указанном в таблице месте). Полученная запись позволяет учащимся актуализировать часть условия задачи: производительность бригады, предусмотренная планом, на 27 деталей в день меньше фактической. Аналогично поступают при выяснении связи между неизвестными значениями другой величины. В данном случае сравнивается плановый и фактический объем выполненной работы.

Поиск способа решения задачи. На этом этапе обсуждается стратегия решения задачи. Затем вводится обозначение искомой или другой неизвестной величины в зависимости от выбранной учителем совместно с учащимися стратегии. Далее, пользуясь установленными зависимостями между значениями одноименных величин и основным отношением, реализованным в задаче (т. е. зависимостью между величинами), на основе табличной записи текста задачи заполняется таблица 2.2 поиска решения задачи:

Таблица 2.2 — Поиск решения задачи

Величины	Ситуация	
	по плану	фактически
Производительность бригады, дет. в день	$x < x+27$	
Время работы, дн.	$10 7$	
Объем выполненных работ, дет.	$10x < (x + 27) \cdot 7$	

Исходя из модели поиска решения, выписывается неравенство

10

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

3 Основные методы решения задач

В курсе математики IV–IX классов рассматривают два основных способа решения текстовых задач: арифметический и алгебраический. Арифметический способ состоит в нахождении значений неизвестной величины посредством составления числового выражения и подсчета результата. Алгебраический способ основан на использовании уравнений или систем уравнений (неравенств), составляемых при решении задач.

С точки зрения педагога, арифметический метод хорош тем, что он одновременно активизирует и наглядно-образное мышление учащегося, и его логику. Алгебраический метод обычно быстрее ведет к цели, но в значительно меньшей степени нацелен на развитие мышления в широком смысле этого слова.

Решая задачу арифметическим способом, учащийся младших классов, как правило, оперирует именованными числами, что соответствует наиболее развитому у него типу мышления — наглядно-образному.

В то же время решение задач алгебраическим способом минимизирует нагрузку на наглядно-образное мышление учащегося, решение текстовой задачи в основном сводится к оперированию символами. Научить ребенка такому оперированию, безусловно, важно. Однако, здесь имеются «подводные камни». Дело в том, что при решении некоторых задач у детей происходит утрата понимания смысла производимых ими математических действий, и задача перестает выполнять свою развивающую функцию, превращается в рутинный «пример». Рассмотрим в этой связи задачу.

Пример 3.1. Десять мышек и птичек съели 56 зерен. Каждая мышка съела 5 зерен, а каждая птичка — 6 зерен. Сколько было мышек и сколько птичек?

Решение (алгебраическое). Пусть

3.1 Арифметический метод

Первый этап решения задач арифметическим методом состоит в разборе условия задачи и составление плана её решения. Этот этап решения задачи предполагает максимальную мыслительную деятельность.

Второй этап — это решение задачи по составленному плану. Этот этап проходит без особых затруднений для учащихся и в большинстве случаев носит тренировочный характер.

Третий важный этап решения задачи — проверка решения задачи по её условию. Пренебрежение проверкой при решении задачи, замена её проверкой ответов снижает роль решения задачи в процессе развития логического мышления учащихся.

При решении текстовых задач арифметическим методом учащиеся вырабатывают определённые умения и навыки, которые в процессе дальнейшего обучения совершенствуют и закрепляют.

При арифметическом методе решения задач формируют 56 основных умений и навыков. Из них 38 умений и навыков приобретают при решении задач как арифметическим, так и алгебраическим методами, а именно:

- 1) краткая запись условия задачи;
- 2) изображение условия задачи с помощью рисунка;
- 3) логические приёмы мышления: наблюдение и сравнение, анализ и синтез, абстрагирование и конкретизация, обобщение и ограничение, умозаключения индуктивного и дедуктивного характера и умозаключения по аналогии;
- 4) выполнение арифметических действий над величинами;
- 5) изменение величины в несколько раз;
- 6) нахождение разностного сравнения величин;
- 7) нахождение кратного сравнения величин;
- 8) использование свойств изменения результатов действий в зависимости от изменения компонентов;
- 9) изменение величины на несколько единиц величины;
- 10) нахождение дроби от величины;
- 11) нахождение величины по данной её дроби;
- 12) нахождение процентов данной величины;
- 13) нахождение величины по её проценту;
- 14) нахождение процентного отношения двух величин;
- 15) составление пропорций;
- 16) понятие прямой и обратной пропорциональной зависимости величин;
- 17) понятие производительности труда;

- 18) понятие производительности труда при совместной работе;
- 19) определение части работы, выполненной в течение некоторого промежутка времени;
- 20) определение скорости движения;
- 21) определение пути, пройденного телом;
- 22) определение времени движения тела;
- 23) понятие о собственной скорости движения тела по воде;
- 24) нахождение пути, пройденного двумя телами при встречном движении;
- 25) нахождение скорости движения тела по течению и против течения реки;
- 26) нахождение времени прохождения телом единицы пути при заданной скорости движения;
- 27) нахождение скорости сближения тел, движущихся в одном направлении, и скорости удаления;
- 28) нахождение скорости сближения или скорости удаления тел, движущихся в противоположных направлениях или при встречном движении;
- 29) нахождение части пути, пройденного телом за определённое время, когда известно время прохождения всего пути;
- 30) нахождение количества вещества, содержащегося в растворе, смеси, сплаве;
- 31) нахождение концентрации, процентного содержания;
- 32) нахождение стоимости товара, акции;
- 33) нахождение цены товара, акции;
- 34) нахождение прибыли;
- 35) нахождение количества вредных веществ в воде, воздухе;
- 36) нахождение себестоимости продукции;
- 37) расчёт начислений банка на вклады;
- 38) проверка решения задачи по условию.

Умения и навыки, сформированные в процессе решения задач только арифметическим методом, можно разбить на две группы. В первую группу входят умения и навыки, которые необходимы для дальнейшего изучения математики:

- 1) перевод календарного времени в арифметическое число;
- 2) перевод арифметического числа в календарное время;
- 3) нахождение времени предыдущего события;
- 4) нахождение времени последующего события;
- 5) нахождение промежутка времени между двумя событиями.

Все умения и навыки этой группы формируют в процессе решения задач на вычисление времени, то есть тех задач, которые нет смысла решать алгебраически.

Вторая группа — это те умения и навыки, без знания которых можно решить все текстовые задачи алгебраическим методом, и в дальнейшем их незнание не будет пробелом в математическом образовании учащихся:

- 1) введение понятия «часть»;
- 2) выполнение действий сложения и вычитания частей;
- 3) выполнение умножения и деления части на число;
- 4) приём уравнивания большего числа с меньшим и меньшего с большим;
- 5) приём уравнивания прибавлением к меньшему числу и вычитанием из большего числа их полуразности;
- 6) определение числа частей, составляющих данное число;
- 7) введение понятий условной единицы;
- 8) нахождение дроби условной единицы и её частей;
- 9) сравнение частей величин;
- 10) сложение и вычитание частей единицы;
- 11) метод исключения неизвестного посредством замены одной величины другой;
- 12) решение задач методом предположения;
- 13) составление плана решения задачи.

Эти умения и навыки, несомненно, представляют интерес. Но почти все из них относят к числу умений и навыков для решения нестандартных задач. Решение таких задач следует проводить систематически наряду с решением стандартных текстовых задач.

3.2 Алгебраический метод

Под алгебраическим методом решения задач понимают такой метод решения, когда неизвестные величины находят в результате решения уравнения или системы уравнений, решения неравенства или системы неравенств, составленных по условию задачи.

При решении задач алгебраическим методом основная мыслительная деятельность сосредоточена на первом этапе решения задачи: на разборе условия задачи и составлении уравнений или неравенств по условию задачи.

Второй этап состоит в решении составленного уравнения или системы уравнений, неравенства или системы неравенств.

Третий важный этап решения задач — проверка решения задачи по её условию.

При алгебраическом методе решения формируют 55 основных умений и навыков. К тем, которые формируют при арифметическом решении, добавляются следующие:

- 1) введение неизвестного;
- 2) введение двух неизвестных;
- 3) введение трёх и более неизвестных;
- 4) выполнение действий сложения и вычитания неизвестных;
- 5) выполнение действий умножения и деления неизвестных;
- 6) запись зависимости между величинами;
- 7) решение линейных уравнений;
- 8) решение линейных неравенств;
- 9) решение квадратных уравнений и неравенств;
- 10) решение дробно-рациональных уравнений и неравенств;
- 11) решение систем уравнений и систем неравенств;
- 12) составление одного уравнения (неравенства) с двумя неизвестными;
- 13) решение уравнения (неравенства) с двумя неизвестными;
- 14) выбор значений неизвестных по условию задачи;
- 15) составление уравнений с параметром по условию задачи;
- 16) решение уравнений с параметром;
- 17) исследовательская работа.

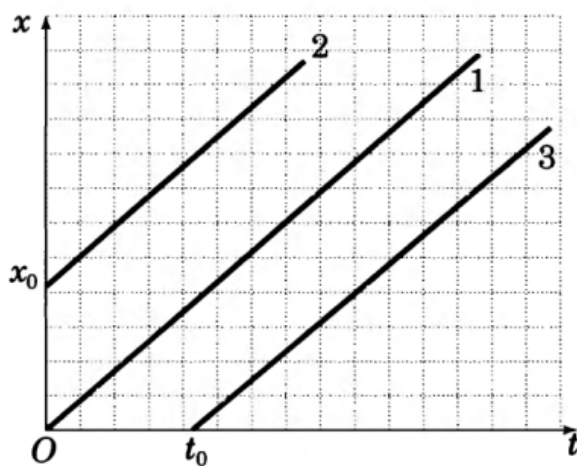
Приведем пример решения задачи алгебраическим методом.

Пример 3.2. Из пункта A в пункт B отправились одновременно пешеход и велосипедист. Велосипедист, доехав до пункта B , повернул обратно и встретил пешехода через 20 мин после отправления из A . Доехав до A , он опять повернул и догнал пешехода через 10 мин после встречи. Через какое время пешеход придет в B ?

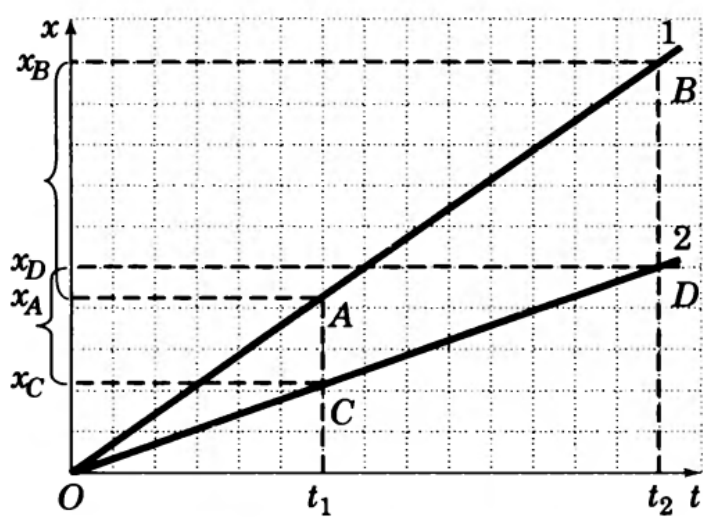
Решение. Пусть v_1 и v_2 — скорости (в км/ч) велосипедиста и пешехода соответственно, S — путь от пункта A в пункт B (в км).

Так как пешеход и велосипедист встретились через

Вычтем из первого уравнения этой системы второе. Получим



ДВИЖЕНИЕ В ТОЧКЕ



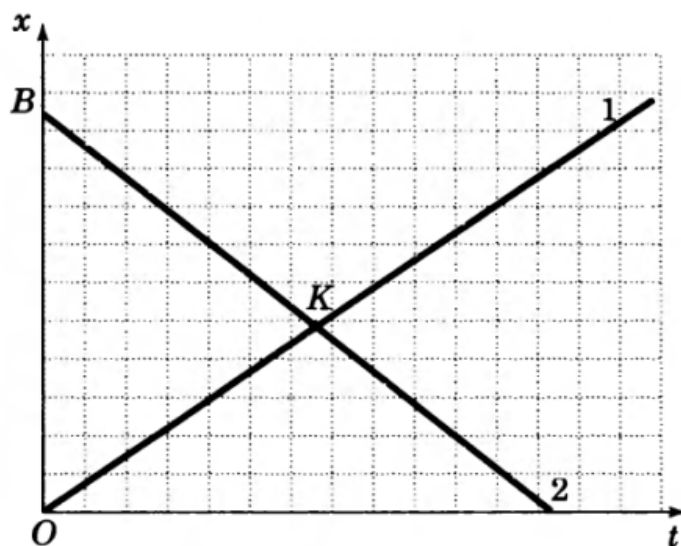
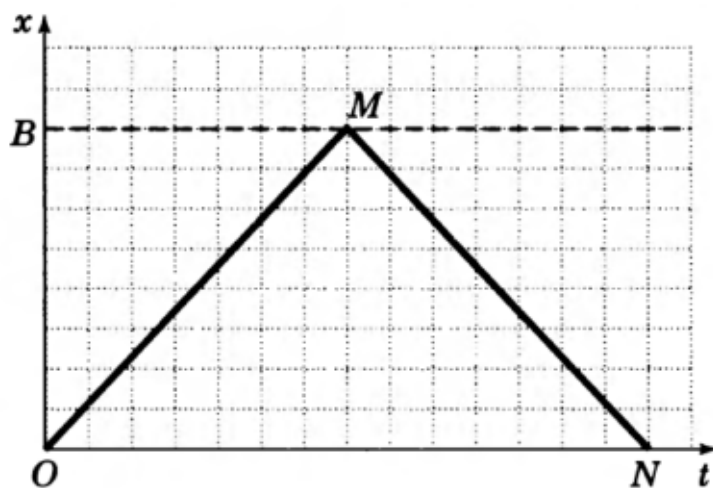


Рисунок 3.3 — Графики движения тел в противоположных направлениях

4. На рисунке 3.4 изображен график движения тела, которое, достигнув пункта



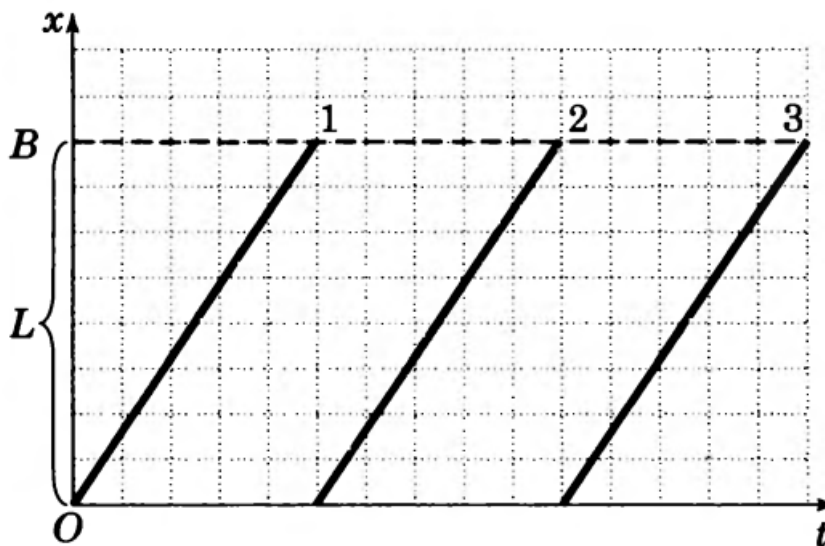


Рисунок 3.5 — График движения тела по окружности

Для двух тел изображение графиков движения по окружности в противоположных направлениях сводится к изображению графиков движения по прямой в случае встречного движения (при этом пункт

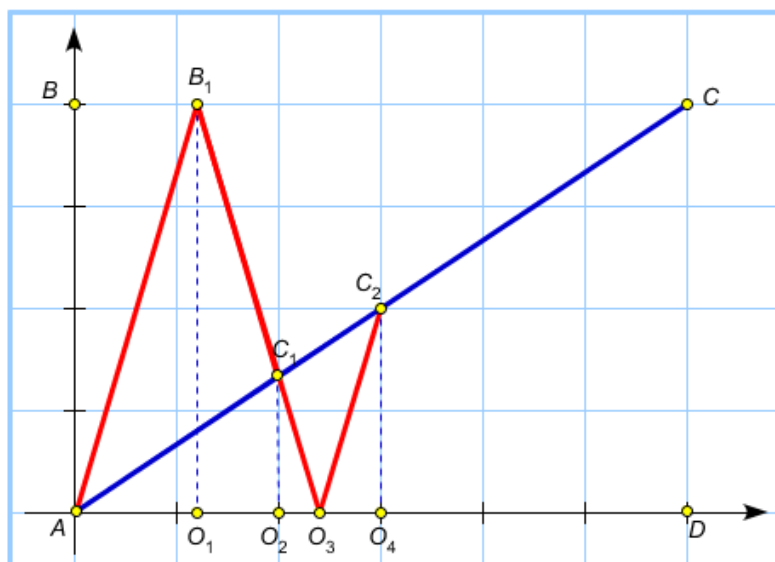


Рисунок 3.6 — Геометрическая модель задачи 3.2

Этап 1 (см. рисунок 3.7). Рассмотрим треугольники

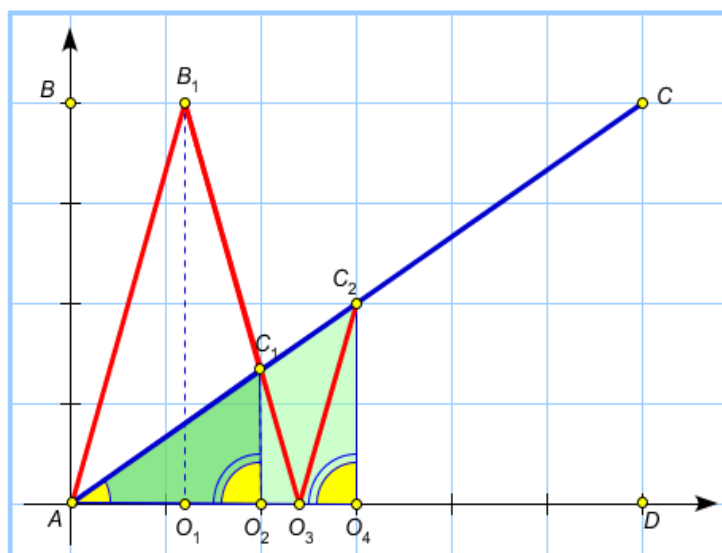


Рисунок 3.7 — Этап 1

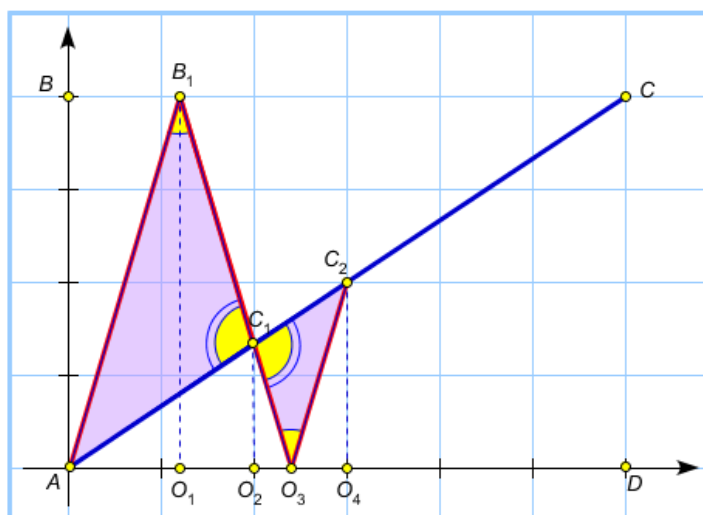


Рисунок 3.8 — Этап 2

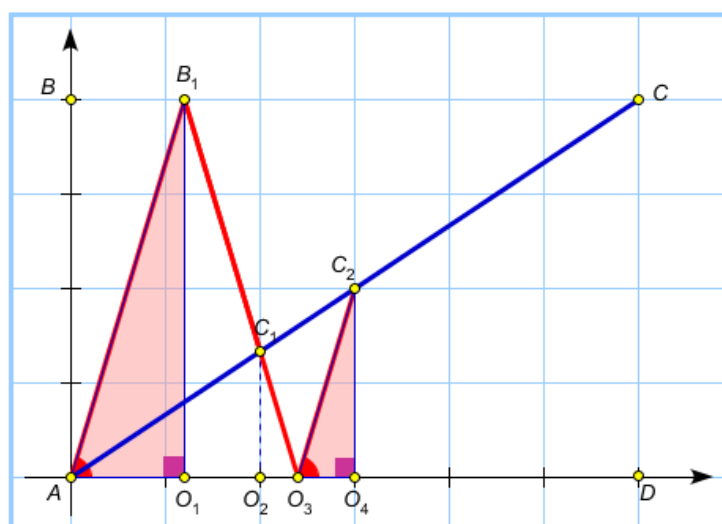


Рисунок 3.9 — Этап 3

4 Примеры моделирования при решении текстовых задач

Под моделированием текстовой задачи в широком смысле слова понимают замену действий с реальными предметами, действиями с их уменьшенными образцами, моделями, муляжами, макетами, а также их графическими заменителями: рисунками, чертежами, схемами. В роли моделей выступают не конкретные предметы, о которых идёт речь в задаче, а их обобщённые заменители: круги, квадраты, отрезки, точки. Модель помогает увидеть задачу в целом, уточнить содержание отношений между данными и искомым.

На одной и той же модели через её преобразование рассматривают одновременно прямые и обратные задачи, что позволяет более глубоко и осознанно выявить связи между данными и искомым.

Модели ясно показывают отношения, скрытые в реальной ситуации многими частными несущественными признаками. Это позволяет сформировать у учащихся общий способ решения целого класса частных задач. Именно поэтому моделирование может стать основой для решения текстовых задач, особенно в поисках учащимися разных способов решения.

Рассмотрим конкретные примеры решения задач.

Пример 4.1. Построили три одинаковых шестнадцатизэтажных дома, на каждом этаже по 20 квартир. В трех домах 180 однокомнатных квартир, 270 двухкомнатных. Сколько в трех домах трехкомнатных квартир?

Рассмотрим поэтапно методику работы над данной задачей.

Этап 1. Построение модели. Как помочь ученику самостоятельно найти путь решения? Этому может способствовать создание модели (она показана на рис. 4.1), например, в процессе беседы с учащимися.



Рисунок 4.1 — Модель задачи

Приведем перечень вопросов для беседы:

- О чем говорится в задаче?
- Сколько новых домов построено?
- Какие это дома?

(Дома изображаются на доске в виде прямоугольников.)

- Сколько этажей в каждом доме?
- Сколько квартир на каждом этаже?

(На рисунке делаются соответствующие записи.)

- Что еще известно?
- Какие квартиры есть в этих домах?

(Множества квартир разного типа изображаются в виде квадратов, указываются типы квартир.)

- Сколько в домах однокомнатных квартир?
- Где отметить это число?
- Сколько в домах двухкомнатных квартир?
- Где отметить это число?

(Делаются записи в двух первых квадратах.)

- Что надо найти?

(Записывается «?» в третьем квадрате.)

Построение модели позволяет выявить и зафиксировать характеристики задачи как целостного объекта. Таким образом, ученик видит задачу в целом.

Этап 2–4. Решение задачи. Как лучше поступить дальше? Как провести разбор задачи? Даем возможность высказаться детям, выслушиваем их предложения. Дети, как правило, предлагают вести разбор «от данных к вопросу», сопровождая его рассуждениями вида «Зная... и зная..., можно узнать...». Выясняется, что для ответа на вопрос задачи сначала нужно определить общее число квартир в трех домах. Сделать это можно тремя способами (дети находят их самостоятельно):

1) зная количество квартир на этаже и количество этажей в доме, можно определить количество квартир в доме, а затем, зная, что дома одинаковые и что их три, определить количество квартир в трех домах:

домах, а затем, зная, что в каждом доме одинаковое число этажей, узнать, сколько всего квартир в трех домах:

30

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

5-й способ

1)

8-й способ

1)

6-й способ

1)

9-й способ

1)

7-й способ

1)

Далее предлагаем детям записать решение задачи самостоятельно. После этого, если дети не предложили другие варианты решения (помимо тех, что были рассмотрены выше), учитель может спросить: обязательно ли определять общее число квартир в трех домах, чтобы ответить на вопрос задачи? Возможно, этого вопроса будет вполне достаточно, чтобы хотя бы один ученик догадался о существовании другого подхода к решению, а именно: сначала можно узнать, сколько трехкомнатных квартир в каждом доме, а затем, сколько их в трех домах. Если наводящего вопроса окажется недостаточно, учителю стоит подробно остановиться на понятии «одинаковые дома». Что оно означает? Не только то, что это дома с одинаковым числом квартир на каждом этаже, но и то, что в каждом доме одинаковое число и одно-, и двух-, и трехкомнатных квартир. А выяснить это поможет модель (рисунок 4.2), которая создается в ходе беседы с учениками.

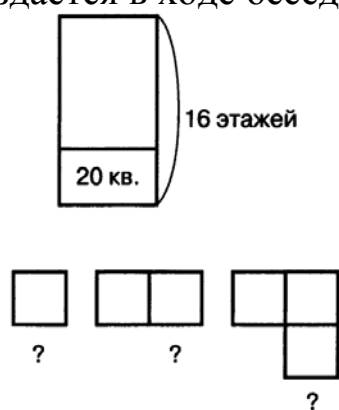


Рисунок 4.2 — Модель 2

Домов — 3

Всего однокомнатных квартир — 180 кв.

Всего двухкомнатных квартир — 270 кв.

Всего трехкомнатных квартир — ?

Рассматривая эту модель, получим еще несколько способов решения задачи.

10-й способ

1)

12-й способ

1)

11-й способ

1)

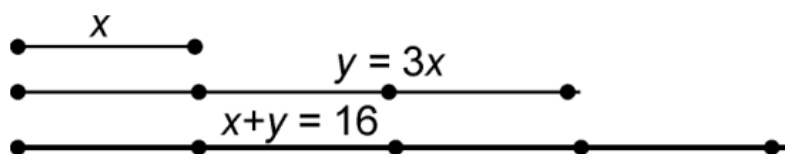
13-й способ

1)

В зависимости от выбора неизвестного, от точки отсчета, хода рассуждений можно составить различные уравнения по одной и той же задаче. В этом случае можно говорить о различных моделях алгебраического решения этой задачи. Следующие два примера иллюстрируют этот факт.

Пример 4.2. Поезд идет по расписанию из города

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

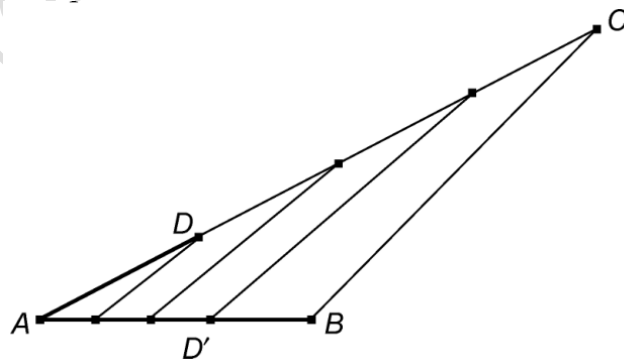


РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Модель задачи служит не только для получения решения, но и способствует осознанию полученных результатов. Проиллюстрируем это на следующем примере.

Пример 4.6. В магазин привезли 100 килограммов ягод, влажность которых составляла 99 %. Через некоторое время ягоды немного подсыхли, и их влажность стала равна 97 %. Сколько стали весить ягоды, привезенные в магазин?

Решение. Обозначим через



РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Вот — кружочек — молоко. Кружочек разделен на четыре «дольки» — рисунок 4.5. Одна такая «долька» — это то, что выпила Катя.

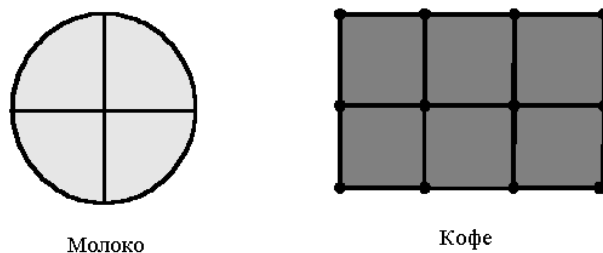


Рисунок 4.5 — Модель к задаче 4.7

А кофе? Катя выпила шестую часть всего кофе...

Вот — прямоугольник — кофе. Он разделен на шесть «квадратиков». Один такой «квадратик» — это то, что выпила Катя.

Значит, в итоге — что выпила Катя?

Одну «дольку» молока и один «квадратик» кофе. И это — полная чашка.

Объединим каждую «дольку» молока с «квадратиком» кофе. Что получим?

Четыре чашки, и еще два «квадратика» кофе.

Можем ли мы утверждать, что эти два «квадратика» составляют целое число чашек?

Да, потому что семья выпила целое число чашек.

Возможно ли, что эти два квадратика составляют две чашки?

Нет, потому что это означало бы, что Катя выпила больше чашки — ведь в ее чашке было еще и молоко.

Возможно ли, что эти два квадратика составляют больше двух чашек?

Тем более, нет.

Что же остается?

Что два «квадратика» составляют ровно одну чашку. В этом случае Катина чашка наполовину состояла из молока и наполовину — из кофе.

Сколько же всего чашек мы насчитали?

Пять.

Сколько всего членов семьи?

Тоже пять.

В чем преимущество этого решения? В том, что оно доступно любому ребенку, практически — ничего не знающему из математики. Все, что необходимо — понимание того, что такое целое и что такое дробь. И еще нужна решимость: основываясь на этом понимании, делать практические шаги, то есть, работать с конструкцией, делать выводы, идти к результату.

Пример 4.8. На реке расположены пункты

«

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

2-й способ

Пусть

1. — *ссылка на файл*

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

5 Задания к лабораторным работам

1 Решить задачу арифметическим методом (различными способами) и составить обратные задачи

1.1 В двузначном числе сумма цифр равна 6. Цифра десятков в два раза больше цифры единиц. Найдите это число.

1.2 Найдите два последовательных натуральных числа, произведение которых равно 132.

1.3 В трех классах школы 90 учеников. В первом классе учеников на 10 % больше, чем во втором, а в третьем — на 6 человек меньше, чем в первом. Сколько учеников в каждом классе?

1.4 Моторная лодка шла 7 ч по течению реки и 6 ч — против течения. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки в стоячей воде 10 км/ч и за все путешествие лодка прошла 132 км.

1.5 Сумма двух чисел равна 120. Найдите эти числа, если 40 % одного равны 60 % другого.

1.6 Два экскаватора различной мощности могут вырыть котлован. Работая отдельно, первый может вырыть за 10 дней, второй — за 15 дней. За сколько дней они выкопают котлован, работая совместно?

1.7 Сумма трех последовательных нечетных чисел равна 45. Найдите эти числа.

1.8 В двузначном числе цифра десятков в два раза больше цифры единиц. Если цифры числа переставить, то полученное число будет меньше данного на 36. Найдите это число.

1.9 Расстояние между двумя городами, равное 720 км, скорый поезд проходит за 9 часов, а пассажирский — за 12 ч. Когда пассажирский поезд прошел 0,1 пути, следом вышел скорый поезд. Через какое время скорый поезд догонит пассажирский.

1.10 Грибы при сушке теряют 90 % своей массы. Сколько нужно взять свежих грибов, чтобы получить 9 кг сухих?

2 Решить задачу алгебраическим методом, используя различные модели условия

2.1 Дано двузначное число. Если сумму квадратов его цифр разделить на сумму его цифр, то получится 4 и в остатке 1. Число, записанное теми же цифрами в обратном порядке, составляет 208 % данного числа. Найти данное число.

2.2 Известно, что сумма двух целых чисел равна 1244. Если к первому числу приписать справа цифру 3, а во втором числе отбросить последнюю цифру 2, то полученные числа будут равны. Найдите эти числа.

2.3 Турист, идущий из деревни на железнодорожную станцию, пройдя за первый час 3 км, рассчитал, что он опоздает к поезду на 40 мин., если будет двигаться с той же скоростью. Поэтому остальной путь он проходит со скоростью 4 км/ч и прибывает на станцию за 45 мин до отхода поезда. Каково расстояние от деревни до станции?

2.4 У Пети в бутылке было «Фанты» на 10 % больше, чем у Васи. Петя отпил из своей бутылки 11 % ее содержимого, а Вася из своей – 2 % содержимого. У кого после этого осталось больше «Фанты»?

2.5 Если Аня идёт в школу пешком, а обратно едет на автобусе, то всего на дорогу она тратит 1,5 ч. Если же она едет на автобусе в оба конца, то весь путь у неё занимает 30 мин. Сколько времени потратит Аня на дорогу, если и в школу и из школы она будет идти пешком?

2.6 Сумма квадратов цифр двузначного числа равна 13. Если от этого числа отнять 9, то получится число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Найти исходное число.

2.7 В 9 ч самоходная баржа вышла из пункта A вверх по реке и прибыла в пункт B . Спустя 2 часа после прибытия в пункт B эта баржа отправилась в обратный путь и прибыла в пункт A в 19 ч 20 мин того же дня. Учитывая, что скорость течения реки 3 км/ч, собственная скорость баржи все время постоянна и расстояние между пунктами A и B равно 60 км, определить, в котором часу баржа прибыла в пункт B .

2.8 В сосуде было 20 л чистого спирта. Часть этого спирта отлили, а сосуд долили водой. Затем снова отлили столько же литров, сколько в первый раз, и сосуд опять долили водой. После этого в сосуде оказалось чистого спирта втрое меньше, чем воды. Сколько спирта отлили в первый раз?

2.9 В банке на книжку было положено 1640 руб. и в конце года было взято обратно 882 руб. Еще через год на книжке снова оказалось 882 руб. Сколько процентов начисляет банк в год?

2.10 Самолет летел сначала со скоростью 220 км/ч. Когда ему осталось пролететь на 385 км меньше, чем он пролетел, он изменил скорость и стал двигаться со скоростью 330 км/ч. Средняя скорость самолета на всем пути оказалась равной 250 км/ч. Какое расстояние пролетел самолет?

3 Решить задачу алгебраическим и геометрическим методами

3.1 Из пункта O в N вышел пешеход. Одновременно с ним из пункта N в пункт O выехал велосипедист, который встретил пешехода через 50 мин после своего выезда из N . Сколько времени понадобится пешеходу для того, чтобы пройти весь путь, если известно, что велосипедист проделал бы весь путь на 4 ч быстрее пешехода.

3.2 Из пункта M в пункт N вышел пешеход. Вслед за ним через 2 ч из пункта M выехал велосипедист, а еще через 30 мин – мотоциклист. Пешеход, велосипедист и мотоциклист двигались равномерно и без остановок. Через некоторое время оказалось, что все трое преодолели одинаковую часть пути от M к N . На сколько минут раньше пешехода в пункт N прибыл велосипедист, если пешеход прибыл в пункт N на 1 ч позже мотоциклиста?

3.3 Два пешехода одновременно выходят навстречу друг другу из пунктов A и B и встречаются через полчаса. Продолжая движение, первый прибывает в B на 11 мин раньше, чем второй в A . За какое время преодолел расстояние AB каждый пешеход?

3.4 Из пункта A по шоссе в одном направлении выезжают одновременно два автомобиля. Через час вслед за ними выезжает третий автомобиль. Еще через час расстояние между третьим и первым автомобилями уменьшилось в полтора раза, а между третьим и вторым – в два раза. Во сколько раз скорость первого автомобиля больше скорости второго, если известно, что третий автомобиль не обгонял первых двух?

3.5 Из двух городов

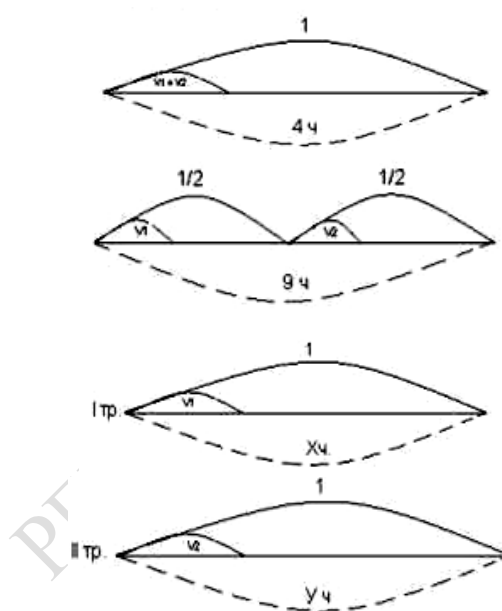
охотника, рыболов отставал от них на 180 м. Найдите расстояние (м) между охотником и рыболовом в тот момент, когда грибник и рыболов находились в одной точке.

3.8 Из пункта

Уч. 10.10.2022

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Из равенства



проходит на 4 м больше, чем в предыдущую. Через сколько секунд два тела встретятся?

Решение. Обозначим через

с помощью сайта по учебным задачам можно скачать материалы

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

820

4.5 В первый год разработки месторождения было добыто 100 тыс. т железной руды. В течение нескольких последующих лет годовая добыча руды увеличивалась на 25 % по сравнению с каждым предшествующим годом, а затем на протяжении последних трех лет поддерживалась на достигнутом уровне. Общий объем руды за все время добычи составил 850 тыс. т. Сколько лет разрабатывалось месторождение?

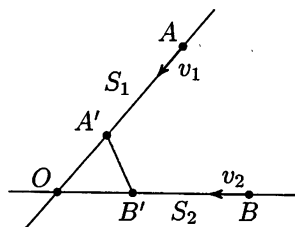
Решение. Заметим, что 4 года подряд объем добытой руды не увеличивался.

Решение. У первого торговца мякоть составляет $\frac{2}{3}$ массы, значит, $\frac{2}{3}$ килограмма мякоти у него стоит 100 руб, а 1 кг мякоти — 150 руб. У второго торговца мякоть составляет половину массы, поэтому ее стоимость — 50 руб за полкило, а 1 кг мякоти стоит 100 руб. Таким образом, у второго покупать выгоднее.

Ответ: у второго.

4.8 Игорь и Паша могут покрасить забор за 4 ч, Паша и Володя могут покрасить этот же забор за 12 ч, а Володя и Игорь — за 9 ч. За какое время мальчики покрасят забор, работая втроем?

Решение. Пусть производительность мальчиков равны соответственно



Пусть ее уравнение

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ

Литература

1. Горская, Е. С. Творческие конкурсы учителей математики / Е. С. Горская, А. Д. Блинков, И. В. Яценко. — М.: издательство МЦНМО, 2008. — 100 с.
2. Локшин, А. А. Откуда мы знаем, что такое точка? / А. А. Локшин, Е. А. Иванова. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: 2012. — 50 с.
3. Мардахаева, Е. В. Геометрические модели и задачи на движение / Е. В. Мардахаева // Математика в школе. — 2010. — № 6. — С. 19–26.
4. Пойа, Д. Математическое открытие / Д. Пойа. — 2-е изд.— М.: Наука, 1976. — 452 с.
5. Шарыгин, И. Арифметические текстовые задачи на конкурсном экзамене / И. Шарыгин // Квант. — 2002. — № 3. — С. 46–48.

Производственно-практическое издание

Горский Сергей Михайлович,
Парукевич Ирина Викторовна

МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

Практическое руководство

Редактор *В. И. Шкредова*
Корректор *В. В. Калугина*

Подписано в печать 5.11.2015. Формат 60х84 1/16.

Бумага офсетная. Ризография. Усл. печ. л. 2,8.

Уч.-изд. л. 3,1. Тираж 25 экз. Заказ 647.

Издатель и полиграфическое исполнение:
учреждение образования

«Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины».

Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя,
распространителя печатных изданий № 1/87 от 18.11.2013.

Специальное разрешение (лицензия) № 02330 / 450 от 18.12.2013.

Ул. Советская, 104, 246019, Гомель.

С. М. ГОРСКИЙ, И. В. ПАРУКЕВИЧ

**МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ
ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ**

Гомель
2015