УДК 621.373 : 535.01

НЕЛИНЕЙНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В КОЛЬЦЕВОМ ЛАЗЕРЕ С НЕОДНОРОДНЫМ НЕВЗАИМНЫМ ЭЛЕМЕНТОМ

А. Я. Бирман и *А. Ф. Савушкин*

Показано, что поперечная неоднородность магнитного поля, воздействующего на фазовый невзаимный элемент кольцевого лазера, является источником нелинейного расщепления частот встречных волн. Рассмотрена возникающая при этом амплитудная невзаимность. Проанализирована конкуренция встречных волн в одноизотопном кольцевом лазере с неоднородным невзаимным элементом.

Одним из приближений теории нелинейных дифракционных явлений в кольцевом лазере, построенной в работе [1], является взаимность свойств неоднородного корректирующего элемента, формирующего оптический резонатор, по отношению к волнам, распространяющимся в противоположных направлениях. Формальная схема модифицированной теории [2] приспособлена, в частности, и для анализа нелинейных явлений, связанных с невзаимностью корректирующих элементов.

Рассмотрим подробнее эти явления, не выходя из рамок скалярной модели поля и кубичной аппроксимации поляризации активной среды, аналогично [1]. При этом укороченные уравнения для комплексных амплитуд E_p встречных волн ($p=a,\ b$ — индекс направления распространения волны) имеют традиционную форму [2]

$$i\frac{dE_p}{dt}=(\omega_p+n_p-\nu_p)E_p-W_p|E_p|^2E_p-H_{p'}|E_{p'}|^2E_p,\quad p'\neq p. \tag{1}$$

Здесь, так же как и в [2], ν_p — частоты встречных волн, ω_p — собственные частоты резонатора, а n_p — величины, пропорциональные превышению усиления активной среды над потерями. Эффективные параметры нелинейного самовоздействия (W_p) и взаимодействия (H_p) встречных волн аналогично [1] определяются соответствующими характеристиками активной среды (W, H) и комплекснозначными функционалами (μ_p, $\bar{\mu}_p$) пространственного распределения собственных колебаний невозмущенной системы $a_p(\mathbf{r},\ z)$ в активной среде

$$W_p=W\mu_p,\quad H_p=H\bar{\mu}_p, \tag{2}$$

$$\mu_p=\langle\langle \bar{a}_p, a_p\rangle\rangle^{-1}\langle\langle R\bar{a}_p, a_p|a_p|^2\rangle\rangle, \tag{3}$$

$$\bar{\mu}_p=\langle\langle a_p, \bar{a}_p\rangle\rangle^{-1}\langle\langle Ra_p, \bar{a}_p|a_p|^2\rangle\rangle. \tag{4}$$

В этих выражениях $R(z)$ — продольное распределение однородной в поперечном направлении активной среды, черта сверху означает инверсию аксиального магнитного поля, воздействующего на чувствительные элементы резонатора, а двойные скобки — усреднение по объему резонатора [2].

Сравнивая (2)—(4) с аналогичными соотношениями работы [1], нетрудно убедиться, что вместо пары функционалов μ_p [1] ($\mu_p=\bar{\mu}_p$), идентичным образом определяющих как самовоздействие, так и взаимодейстние встречных волн, нелинейная система, содержащая невзаимные корректоры, характеризуется четверкой функционалов (3), (4), вносящих существенно различные вклады в эффективные параметры самовоздействия и взаимодействия.

Для анализа стационарных решений уравнений (1) рассмотрим одну из наиболее простых моделей кольцевого лазера, содержащего невзаимные корректоры и тонкий слой активной среды, размещенный перпендикулярно оси резонатора. В этом случае пространственное распределение бегущей волны в активной среде допускает разделение продольной и поперечных переменных

$$a_p(\mathbf{r},\ z) = a_p(z)\,\varphi_p(\mathbf{r}), \tag{5}$$

где зависимость от продольной координаты соответствует экспоненциальному росту интенсивности волны при распространении в линейной компенсирующей среде [1]

$$a_p(z) = \exp\left\{\pm\frac{G_p}{2l}\int\limits_{z_p}^{z} R(\zeta)\,d\zeta\right\}. \tag{6}$$

Здесь G_p — показатель усиления компенсирующей среды для встречных волн, z_p — координаты граничных плоскостей активного элемента, l — эффективная длина активного элемента

$$l = \int\limits_{z_a}^{z_b} R(\zeta)\,d\zeta. \tag{7}$$

Кроме того, в (6) верхний знак соответствует $p=a$, нижний — $p=b$.

Представление (5) позволяет провести в (3), (4) интегрирование по продольной координате

$$\mu_p = N_p \langle\bar{\varphi}_p, \varphi_p\rangle^{-1} \langle\bar{\varphi}_p, \varphi_p\,|\varphi_p|^2\rangle, \tag{8}$$

$$\bar{\mu}_p = N_p \langle\varphi_p, \bar{\varphi}_p\rangle^{-1} \langle\varphi_p, \bar{\varphi}_p\,|\varphi_p|^2\rangle, \tag{9}$$

где фактор N_p связан с показателем усиления G_p соотношением

$$N_p = \frac{l}{L}\,\frac{\exp G_p - 1}{G_p} \tag{10}$$

(L — периметр резонатора).

Пусть невзаимный корректор обладает чисто фазовыми свойствами. При этом потери резонатора для встречных волн идентичны, и, следовательно, $N_p = N_{p'} \equiv N$, $n_p = n_{p'} \equiv n$. Кроме того, в этом случае справедливо соотношение симметрии

$$\bar{\varphi}_p = \varphi^*_{p'}, \tag{11}$$

которое является тривиальным обобщением известного соотношения симметрии для поперечных распределений встречных волн в системе, сформированной фазовыми корректорами, и означает, что амплитудные распределения встречных волн совпадают, а фазовые — сопряжены с точностью до инверсии аксиального магнитного поля, воздействующего на невзаимный элемент.

Используя (11), получим для μ_p, $\bar{\mu}_p$ с учетом $\langle|\varphi_p|^2\rangle = 1$

$$\mu_p = N\langle|\varphi_p|^4\rangle, \tag{12}$$

$$\bar{\mu}_p = N\langle|\varphi_{p'}|^2\,|\varphi_p|^2\rangle, \tag{13}$$

причем функционалы, определяющие взаимодействие между встречными волнами, (13) — симметричны

$$\bar{\mu}_p = \bar{\mu}_{p'} \equiv \bar{\mu}. \tag{14}$$

Отметим также, что все дифракционные функционалы в рассматриваемой модели лазера — чисто действительные величины.

Воспользуемся гауссовой аппроксимацией поперечного распределения волн

$$|\varphi_p(\mathbf{r})| = \frac{1}{\sqrt{\pi w_p^2}} \exp\left\{-\frac{\mathbf{r}^2}{2w_p^2}\right\}, \tag{15}$$

соответствующей квадратичному закону фазовой коррекции поля элементами резонатора (w_p — диаметры распределений волн в активной среде). С учетом (14) получаем для μ_p, $\bar{\mu}$

$$\mu_p = \frac{N}{2\pi w_p^2}, \tag{16}$$

$$\bar{\mu} = \frac{N}{\pi(w_p^2 + w_{p'}^2)}. \tag{17}$$

Таким образом, невзаимность параметров самовоздействия W_p (2) определяется различием диаметров распределений встречных волн в активной среде, в то время как параметры взаимодействия H_p (2) идентичны для встречных волн и характеризуются средним диаметром поля.

В модели (12), (13) несложно построить стационарное решение уравнений (1) и убедиться, что интенсивности J_p и нелинейные частотные сдвиги $\Delta\nu_p^{(NL)}$ встречных волн различны, причем

$$J_p - J_{p'} = (\mu_p - \mu_{p'}) \operatorname{Im} n \frac{\operatorname{Im} W}{\mu_p \mu_{p'} (\operatorname{Im} W)^2 - \bar{\mu}^2 (\operatorname{Im} H)^2}, \tag{18}$$

$$\Delta\nu_p^{(NL)} - \Delta\nu_{p'}^{(NL)} = -(\mu_p - \mu_{p'}) \bar{\mu} \operatorname{Im} n \frac{\operatorname{Im} W \operatorname{Re} H - \operatorname{Im} H \operatorname{Re} W}{\mu_p \mu_{p'} (\operatorname{Im} W)^2 - \bar{\mu}^2 (\operatorname{Im} H)^2}. \tag{19}$$

Примечательно, что частотная невзаимность (19) существенным образом определяется нелинейным взаимодействием встречных волн в активной среде (H) и отсутствует в системах без взаимодействия ($H=0$). Отметим также нечетную дисперсионную зависимость частотного расщепления (19), источником которого является чисто фазовая невзаимность, характерную для явлений, связанных с невзаимностью добротностей резонатора.

Анализируя конкуренцию встречных волн в одноизотопном кольцевом лазере, получаем в допплеровской модели кубичной среды следующее соотношение для ширины зоны устойчивости одноволнового (индекс p) режима генерации, расположенной симметрично относительно центра атомного перехода,

$$\Delta\nu_p = 2\gamma_{ab} \sqrt{\frac{\bar{\mu}}{\mu_p} - 1}. \tag{20}$$

Или с учетом (16), (17)

$$\Delta\nu_p = 2\gamma_{ab} \sqrt{\frac{w_p^2 - w_{p'}^2}{w_p^2 + w_{p'}^2}}. \tag{21}$$

Таким образом, подавляется волна с меньшим диаметром распределения в активной среде, причем ширина зоны подавления определяется относительной разностью эффективных сечений распределений.

Если фазовые корректоры резонатора разъюстированы, различаются не только диаметры, но и траектории волн в активной среде. При этом в модели гауссовых пучков соотношение для μ_p (16) не изменяется, а функционал $\bar{\mu}$ (17) приобретает вид

$$\bar{\mu} = \frac{N}{\pi(w_p^2 + w_{p'}^2)} \exp\left\{\frac{(\mathbf{r}_p - \mathbf{r}_{p'})^2}{w_p^2 + \omega_{p'}^2}\right\}, \tag{22}$$

где $\mathbf{r}_p$ — координаты центров распределений.

Таким образом, эффективное взаимодействие между встречными волнами уменьшается при пространственном разделении встречных пучков в активной среде. При этом, естественно, уменьшается нелинейная частотная невзаимность (19), а также сужается зона конкуренции встречных волн (20).

В заключение отметим, что фазовый невзаимный элемент, создающий частотную невзаимность кольцевого резонатора, — традиционный элемент современного кольцевого лазера. Поперечная неоднородность магнитного поля, воздействующего на невзаимный элемент, превращает идеальный невзаимный элемент в фазовый корректор с невзаимными свойствами, которые и являются источником рассмотренной здесь нелинейной невзаимности амплитудных и частотных характеристик лазера. Анализ соотношения (19) показывает, что поперечная неоднородность магнитного поля, воздействующего на фазовый невзаимный элемент, приводит к нелинейному расщеплению частот в кольцевом лазере ($\lambda = 0.63$ мкм), эквивалентному по дисперсионной зависимости вблизи центра контура усиления активной среды (равноизотопная смесь четных изотопов неона) частотной невзаимности, созданной в результате различия добротностей резонатора для встречных волн. При этом эффективная величина относительной разности добротностей, соответствующая неоднородности поля с характерным масштабом 5 мм (периметр конфокального резонатора — 1 м, невзаимный элемент создает частотную невзаимность резонатора — 300 кГц), составляет 10^{-6} для превышения усиления над потерями — 1.1

Авторы благодарны В. А. Зборовскому за обсуждение результатов работы.

Литература

[1] А. Я. Бирман, А. Ф. Савушкин. Опт. и спектр., *37*, 317, 1974.
[2] А. Я. Бирман, А. Ф. Савушкин. Опт. и спектр., *38*, 615, 1975.

Поступило в Редакцию 27 апреля 1976 г.