

УДК 538.61 : 537.311.33

**СПЕКТРАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ
ФАРАДЕЕВСКОГО ВРАЩЕНИЯ В РАЙОНЕ
УЗКИХ СОБСТВЕННЫХ ПОЛОС ПОГЛОЩЕНИЯ**

B. K. Милославский и B. B. Муссий

Исследована спектральная формула контура фарадеевского вращения в районе узких собственных полос поглощения в полупроводниках и диэлектриках. При расчете принимались во внимание интерференционные явления в плоскопараллельной пластинке образца и поворот плоскости поляризаций за счет фазовых сдвигов на его границах.

Вопрос о форме полос фарадеевского вращения (ФВ) рассматривался неоднократно [1, 2], однако обычно ограничивались случаем сравнительно слабых (примесных) полос. В этом случае при симметричном контуре мнимой части диэлектрической постоянной $\epsilon_2(\omega)$ контур ФВ также симметричен и может быть использован для исследования формы полосы, ее полуширины и g -фактора. Спектральный контур ФВ для сильных полос поглощения исследовался меньше. Сильные экситонные полосы в широкозонных полупроводниках и диэлектриках характеризуются высокими значениями силы осциллятора и показателя поглощения k , сравнимого по своей величине с показателем преломления n . В последнем случае даже при симметричном контуре $\epsilon_2(\omega)$ из-за дисперсии n и k контур ФВ может стать асимметричным, что следует учитывать при анализе контура полосы поглощения по ФВ. Кроме того, ФВ для сильных полос поглощения исследуется в тонких образцах, для которых существенны эффекты многократного отражения и интерференции, велика роль поверхности; учет этих эффектов приводит к дополнительным искажениям контура ФВ [3].

В случае сильного поглощения следует учитывать как действительную, так и мнимую части недиагональной компоненты тензора $\epsilon_{ik}(\omega, \mathbf{H})$ в магнитном поле. При этом, если не учитывать эффекты, связанные с границей образца, угол поворота плоскости поляризации θ в магнитном поле равен

$$\theta = \frac{1}{2} \Delta\varphi = \frac{\omega t}{2c} \Delta n, \quad (1)$$

где t — толщина образца, $\Delta\varphi = \varphi_+ - \varphi_-$, $\Delta n = n_- - n_+$, где φ_\pm и n_\pm — фаза и показатель преломления для двух круговых компонент прошедшей через образец волны.

При слабых магнитных полях

$$\Delta n = \frac{n\epsilon_{h1} + k\epsilon_{h2}}{\sqrt{\epsilon_1^2 + \epsilon_2^2}}, \quad (2)$$

где $\epsilon_1(\omega)$ и $\epsilon_2(\omega)$ — действительная и мнимая части диагональной компоненты и $\epsilon_{h1,2}(\omega)$ — мнимая и действительная части недиагональной компоненты тензора $\epsilon_{ik}(\omega, \mathbf{H})$. При учете сдвига фазы на границах образца, а также многократного отражения и интерференции, величина $\Delta\varphi$ разбивается на

три слагаемых $\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 + \Delta\varphi_{\text{пов.}} + \Delta\varphi_{\text{инт.}}$, где $\Delta\varphi_0$ приводит к собственному вращению, описываемому формулой (1),

$$\Delta\varphi_{\text{пов.}} = \frac{n\Delta k - k\Delta n}{n^2 + k^2} + \frac{(d_1^2 - 2k^2c_1)\Delta n - d_1(2k^2 + c_1)\Delta k}{k(c_1^2 + d_1^2)}, \quad (3)$$

а слагаемые, связанные с интерференцией света, удобно разделить на два члена

$$\Delta\varphi_{\text{инт. 1}} = -\gamma \frac{(X^2 + Y^2 - Y)\Delta n + X\Delta k}{X^2 + Y^2} \quad (4)$$

$$\Delta\varphi_{\text{инт. 2}} = \frac{2\eta [(A_1 \cos \delta - B_1 \cos \delta + C_1\eta) \Delta n + (A_2 \cos \delta - B_2 \sin \delta + C_2\eta) \Delta k]}{(X^2 + Y^2) k (c_1^2 + d_1^2)}, \quad (5)$$

где

$$X = \eta(A \cos \delta - B \sin \delta); \quad Y = 1 + \eta(B \cos \delta + A \sin \delta);$$

$$A_1 = 2k^2n(n_1 + 1) - d_1(c_1 + 2k^2)A; \quad B_1 = nk[n_1^2 + 1 - 2(n^2 + k^2)] - d_1(c_1 + 2k^2)B;$$

$$A_2 = k(n_1 + 1)(n^2 + 3k^2 - n_1) - (d_1^2 - 2k^2c_1)A; \quad B_2 = k^2[(n_1 + 1)^2 - 2(k^2 + n^2 - n_1)] - (d_1^2 - 2k^2c_1)B;$$

$$C_1 = A_1B - B_1A; \quad C_2 = A_2B - B_2A; \quad A = \frac{c_1d_2 + d_1c_2}{c_1^2 + d_1^2}; \quad B = \frac{c_1c_2 - d_1d_2}{c_1^2 + d_1^2};$$

$$c_1 = (n + 1)(n_1 + 1) - k^2, \quad c_2 = (n - 1)(n_1 - n) + k^2, \quad d_1 = k(2n + n_1 + 1),$$

$$d_2 = k(2n - n_1 - 1),$$

$$\delta = \gamma n, \quad \eta = \exp(-\gamma k), \quad \gamma = \frac{2\omega}{c} t, \quad \Delta k = \frac{n\varepsilon_{h2} - k\varepsilon_{h1}}{\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2}}.$$

При расчете формул (3)–(5) предполагается, что изучаемый образец представляет собой плоскошаралльную пластинку, ограниченную с двух сторон средами с $n=1$ и $n=n_1$. Формулы (3)–(5) громоздки и для анализа вкладов $\Delta\varphi_{\text{пов.}}$ и $\Delta\varphi_{\text{инт.}}$ требуется применение ЭВМ. Роль слагаемых различна при различных n , k и t . Слагаемые $\Delta\varphi_{\text{пов.}}$ и $\Delta\varphi_{\text{инт. 2}}$ существенны при малых t (γ), но при $t \rightarrow 0$ $\Delta\varphi_{\text{инт. 2}} \rightarrow -\Delta\varphi_{\text{пов.}}$, и таким образом компенсирует поворот плоскости поляризации за счет сдвига фазы на градусах.

Для дальнейших расчетов будем предполагать, что форма кривой $\varepsilon_1(\omega)$ в районе экситонной полосы описывается симметричным лорентцевским контуром. Такой контур возникает в модели классического осциллятора. В этом случае спектральные зависимости $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_2(\omega)$ могут быть представлены в виде

$$\varepsilon_1(z) = \varepsilon_0 - a \frac{z}{1 + z^2}, \quad \varepsilon_2(z) = \frac{a}{1 + z^2}, \quad (6)$$

где $a = \omega_p^2 f / \omega_0 v$, f — сила осциллятора полосы в расчете на элементарную ячейку объемом Ω , ω_0 — собственная частота, v — частота затухания, $\omega_p^2 = 4\pi e^2/m\Omega$, $z = 2(\omega - \omega_0)/v$, ε_0 — диэлектрическая постоянная в центре полосы, обусловленная вкладом от полос с другими собственными частотами. Предполагается, что перекрытие полосы с собственной частотой ω_0 с другими полосами отсутствует. Формулы (6) справедливы в приближении $\omega_0 \gg v$, что всегда выполняется при низких температурах. В том же приближении спектральный ход $\varepsilon_{h1}(\omega)$ и $\varepsilon_{h2}(\omega)$ имеет вид [4]

$$\varepsilon_{h1} = \varepsilon_{h1}^0 + b \frac{z^2 - 1}{(1 + z^2)^2}, \quad \varepsilon_{h2} = -b \frac{2z}{(1 + z^2)^2}, \quad (7)$$

где $b = a \Delta\omega/v$, $\Delta\omega$ — характерная частота зеемановского расщепления экситонной полосы, $\Delta\omega = g\mu_B H \hbar^{-1}$, g — g -фактор расщепления, μ_B — магнетон Бора, H — напряженность магнитного поля. Формулы (7) справедливы при равенстве населенностей магнитных подуровней основного состояния при условии $v \gg \Delta\omega$ и равенстве сил осцилляторов для двух круговых компонент. Величина ε_{h1}^0 , так же как и ε_0 , определяется вкладом соседних полос и для узких экситонных полос $a \gg \varepsilon_0$ и $b \gg \varepsilon_{h1}^0$.

Отношение a/ε_0 задает интервал, где $\varepsilon_1(z) < 0$; концы этого интервала лежат при $z_{1,2} = +[(a/2\varepsilon_0)^2 - 1]^{1/2}$. Пренебрежение ε_0 в (6) расширяет этот интервал от 0 до $-\infty$ и приводит к существенному искажению дисперсии оптических постоянных n и k . В то же время интервал отрицательных значений $\varepsilon_{h1}(z)$ при малых ε_{h1}^0/b задается величинами $z_{1,2} = \pm[1 - (\varepsilon_{h1}^0/2b)]^{1/2}$, что позволяет положить $\varepsilon_{h1}^0 = 0$.

Расчетные кривые $\theta(z)$ [формулы (1) и (2)] при различных значениях a/ε_0 представлены на рис. 1, из которого видно, что при малых значениях $a/\varepsilon_0 < 1$ (слабые или широкие полосы) кривая имеет симметричный

вид в соответствии с симметрией лорентцевского контура $\varepsilon_2(\omega)$. Минимум $\theta(z)$ ($b > 0$) расположен при $z=0$, нули при $z=\pm 1$. Интервал между нулями равен полуширине ν . Побочные максимумы также могут быть

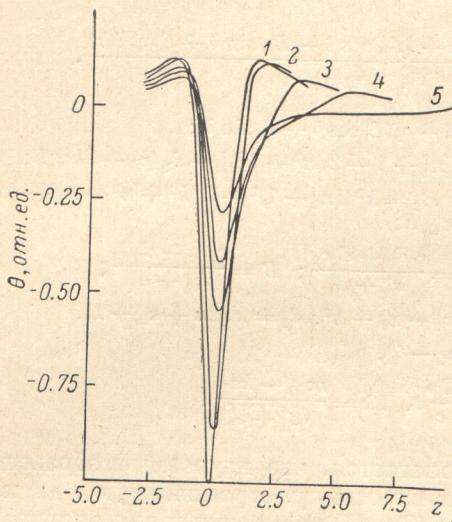


Рис. 1. Контур объемного ФВ $\theta_{\text{об.}}(z)$ при различных значениях a/ε_0 .
1 — 0.1, 2 — 1, 3 — 3, 4 — 5, 5 — 10. $\gamma = 4$.

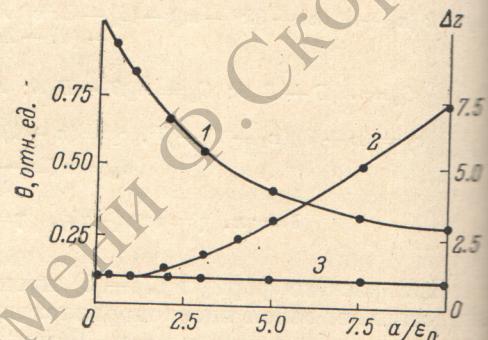


Рис. 2. Влияние величины a/ε_0 на объемное ФВ $|\theta_{\min \text{ об.}}|$ и на положение низко- и высокочастотных нулей z_1 и z_2 .
1 — $|\theta_{\min \text{ об.}}|$, 2 — $\Delta z_2 = z_2 - z_0$, 3 — $\Delta z_1 = z_0 - z_1$; $\gamma = 4$.

использованы для нахождения этой величины, так как их положение определяется $z_{1,2} = \pm\sqrt{3}$. Абсолютная величина $\theta_0(z)$ при $z=0$

$$|\theta_0(0)| = \frac{\gamma \omega_p^2 f \mu_B H}{4\hbar \sqrt{\varepsilon_0 \omega_0 \nu^2}} g \quad (8)$$

при известных f , t и ν позволяет найти g -фактор экзитонной полосы.

С ростом a/ε_0 наблюдается значительное искажение контура ФВ, контур перестает быть симметричным, асимметрия возникает за счет сдвига высокочастотной нулевой точки в сторону больших z . Одновременно наблюдается уменьшение $|\theta_{\min}|$, высокочастотный сдвиг минимума $\theta(z)$; формула (8) перестает быть справедливой. Эти факты следует учитывать как при анализе формы экзитонной полосы поглощения, так и при нахождении параметров ν и g . Для нахождения последних величин можно использовать кривые рис. 2, на котором отложены зависимости $|\theta_{\min}|$ и величины $\Delta z_1 = z_0 - z_1$ и $\Delta z_2 = z_2 - z_0$, где z_0 — положение минимума $\theta(z)$, z_1 и z_2 — положение низко- и высокочастотного нулей от параметра a/ε_0 . Из рис. 2 видно, что в пределах $a/\varepsilon_0 \in 0 \dots 10$ $|\theta_{\min}|$ уменьшается в 3 раза, Δz_1 изменяется мало (2%), Δz_2 существенно возрастает. Слабая зависимость z_0 и Δz_1 позволяет определение величин ω_0 и ν , что при известных значениях f и ε_0 дает a/ε_0 , а по кривой $|\theta_{\min}(a/\varepsilon_0)|$ и формуле (8) — возможность определения g -фактора. Различие в Δz_1 и Δz_2 может также наблюдаться в случае асимметричного лорентцева контура, имеющего место в случае слабой экзитон-фононной связи [5]. Сравнение экспериментальных и расчетных значений $\Delta z_1/\Delta z_2$ при заданном a/ε_0 позволяет сделать суждение о форме зависимости $\varepsilon_2(\omega)$.

Выбор величин a и ϵ_0 основан на некоторых данных для экситонных полос в реальных кристаллах. Для определения этих величин необходимо знание оптических постоянных в районе экситонной полосы. К настоящему времени низкотемпературные зависимости $\epsilon_1(\omega)$ и $\epsilon_2(\omega)$ известны для небольшого числа кристаллов бинарных соединений и могут быть использованы для оценки ω_0 , ν и f . Так, например, для CdTe $\omega_0=2.28 \cdot 10^{15}$, $\nu=1.5 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$, $f=2.4 \cdot 10^{-3}$ на кубическую элементарную ячейку (4.2 K) [6], отсюда $a=7.5$; для CuCl (z_3 -экситон, 4.2 K) $4.85 \cdot 10^{15}$, $1.5 \cdot 10^{12}$, $1.8 \cdot 10^{-2}$ ($a=50$) [7]; NaCl ($\Gamma_{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}}$ -экситон, 10 K) $1.2 \cdot 10^{16}$, $3.9 \cdot 10^{13}$, $41.4 \cdot 10^{-2}$ ($a=14.5$) [8]. Таким образом, типичные значения a при низких температурах лежат в пределах $5 \div 50$, типичные значения ϵ_0 в пределах $5 \div 10$, что оправдывает выбор расчетного диапазона $a/\epsilon_0 (0 \div 10)$.

Влияние поверхностных и интерференционных членов в $\theta(z)$ различно для

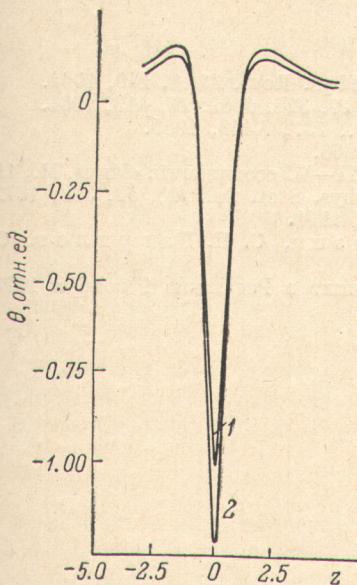


Рис. 3. ФВ с учетом интерференции.

$$a/\epsilon_0=0.1; \gamma=4. 1-\theta_{0б.}(z), 2-\theta_{0б.}(z)+\theta_{инт.}(z).$$

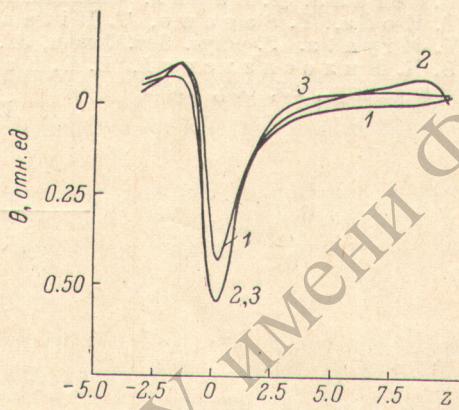


Рис. 4. ФВ с учетом интерференции и поверхностного вращения.

$$a/\epsilon_0=10; \gamma=0.6. 1-\theta_{0б.}(z), 2-\theta_{0б.}(z)+\theta_{пов.}(z), 3-\theta_{0б.}(z)+\theta_{пов.}(z)+\theta_{инт.}(z).$$

различных z , γ , a и ϵ_0 и может быть проиллюстрировано рис. 3, из которого видно, что при выбранных параметрах $\gamma=4$, $a=1$, $\epsilon_0=10$ наибольший вклад в θ дает $\Delta\varphi_{инт. 1}$ (4), что следует учитывать при оценке ξ -фактора. Роль $\Delta\varphi_{пов.}$ и $\Delta\varphi_{инт. 2}$ незначительна при больших значениях τ , при малых же значениях γ ($\gamma k \ll 1$ и $\gamma n \ll 1$) $\Delta\varphi_{пов.}$ в значительной степени компенсируется $\Delta\varphi_{инт. 2}$, и поэтому в подавляющем большинстве случаев слагаемыми, описываемыми формулами (3) и (5), можно пренебречь.

Следует сказать, что выбор величины γ (и, следовательно, t) при реальных измерениях в большой степени зависит от величин a и ϵ_0 , так как от этих же параметров зависит величина минимального пропускания T в районе экситонной полосы. В тех же обозначениях

$$T = \frac{16n_1(n^2+k^2)\eta}{(c_1^2+d_1^2)(X^2+Y^2)}. \quad (9)$$

Величина T_{min} должна быть по крайней мере больше 0.01, так как в противном случае возрастают искажения в инструментальном контуре ФВ за счет конечной ширины щели монохроматора [9] и рассеянного света в спектральном приборе. При малых T , $T \approx \eta$, т. е. ограничение на T_{min} приводит к ограничению на величину γ : $\gamma k_{max} \leqslant 4.5$. Величина k_{max} мало отличается в диапазоне a/ϵ_0 от 0 до 10 от $k(0)$ и, поскольку $k(0)=2^{-1/2}[-\epsilon_0+(\epsilon_0^2+a^2)^{1/2}]^{1/2}$, следует, что при $a=1$ ($\epsilon_0=10$) γ не должно превышать 30, при $a=10$ $\gamma < 3$ и при $a=100$ $\gamma < 0.6$. Это обстоятельство

следует учитывать, руководствуясь величинами a и ϵ_0 , при выборе толщины образцов для измерения ФВ в районе узких полос поглощения. Поскольку при больших a/ϵ_0 величина γ мала, роль поверхностных членов возрастает. Особенно существенное искажение $\Delta\varphi_{\text{нов}}$ вносит на высокочастотном крыле кривой $\theta(z)$, изменяет не только величину, но также знак и форму кривой (рис. 4).

Следует отметить, что подобный анализ существен при поисках эффектов, связанных с пространственной дисперсией в районе узких экспонентных полос поглощения.

Литература

- [1] D. L. Dexter. Phys. Rev., 111, 119, 1958.
- [2] J. Halpern, B. Lax, Y. Nishina. Phys. Rev., 134A, 140, 1964.
- [3] B. K. Милославский. Опт. и спектр., 27, 328, 1969; 17, 413, 1964.
- [4] H. S. Bennett, E. A. Stern. Phys. Rev., 137, A448, 1965.
- [5] P. Нокс. Теория экситонов. «Мир», М., 1966.
- [6] B. Сегалл, Д. Марпл. Физика и химия II—VI соединений. «Мир», М., 1970.
- [7] T. Koda, Y. Sagawa, T. Hitachi. Phys. Stat. Sol. (b), 54, 393, 1972.
- [8] T. Miyata. J. Phys. Soc. Japan, 31, 529, 1971.
- [9] B. K. Милославский, В. В. Карамзин, С. П. Гаврилов. Оп. и спектр., 25, 605, 1968.

Поступило в Редакцию 1 ноября 1976 г.