УДК 378.016

Л.Н. Марченко[1], В.В. Подгорная[2]
[1]*канд. техн. наук, доц., зав. каф. фундаментальной и прикладной математики Гомельского государственного университета имени Ф. Скорины*
[2]*канд. физ.-мат. наук, доц., зав. отделом научно-организационной и инновационной деятельности Института механики металлополимерных систем имени В.А. Белого НАН Беларуси*
e-mail: [1]lamarchenko@yandex.ru; [2]vvpodgornaya@tut.by

ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ IT-СПЕЦИАЛИСТАМ

Широкое использование информационных технологий в различных областях знаний привело к востребованности компьютерного образования не только у студентов, но и у широкой заинтересованной аудитории. Основой компьютерной математики является дискретная математика, которая используется при моделировании сложных систем. Поэтому овладение ее методами стало неотъемлемой частью подготовки современного IT-специалиста, сфера деятельности которого разнообразна. Однако сжатые сроки обучения приводят к поиску новых методических приемов для оптимизации и интенсификации процесса обучения. На примере преподавания IT-специалистам учебной дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» описывается используемый авторами подход к обучению, приводятся фрагменты учебного материала, обосновываются принципы его отбора. Эти идеи позволяют не только улучшить качество подготовки выпускников, но и способствуют самостоятельному освоению базовых понятий и алгоритмов дискретной математики, приобретению практических навыков решения задач, а также рационально организовать учебный процесс.

Введение

Переход к цифровым технологиям во многом определяется качеством образования. Работодателям требуются специалисты, способные не только творчески мыслить и реализовывать инновационные проекты, но и быть компетентными как в предметной области, так и в смежных областях, быть готовыми к постоянному самообразованию. Математическое образование выходит на ведущую роль во многих областях знаний. Поэтому совершенствование профессиональной подготовки современных специалистов в высшей школе ведет к поиску эффективных технологий обучения, созданию дополнительных методических разработок, направленных на активизацию и оптимизацию освоения необходимых разделов знаний.

Образовательные стандарты высшего образования первой ступени подготовки IT-специалистов предполагают овладение большим объемом базовых математических знаний, умений и навыков за отведенное ограниченное время, что бывает весьма затруднительно для студентов. Возникают противоречия между объемом материала и лимитированным временем на его качественное усвоение, организацией самостоятельной работы студентов и недостаточным обеспечением методическим материалом, хотя требования к компетенциям выпускника постоянно повышаются. Каждая учебная дисциплина обычно состоит из нескольких разделов, связи между которыми часто не просматриваются, что также негативно сказывается на качестве обучения [1; 2]. Поэтому совершенствование подходов к преподаванию математических дисциплин, обеспечивающих качественную подготовку IT-специалистов, остается актуальным [3].

Формирование целостной картины изучаемого материала позволяет осознанно применять изученные методы на практике, сделать обучение более практико-ориентированым. Статья посвящена вопросам преподавания математических дисциплин на примере «Дискретной математики» с позиции преемственности и последовательности изложения материала, рационального использования учебного времени. Целью исследования явилось повышение качества знаний по дискретной математике и математической логике за счет попытки реализации единого похода к изложению материала, его систематизации и внутренней взаимосвязи, активизации самостоятельной работы студентов посредством выполнения индивидуальных заданий с использованием предложенных решений типовых примеров, а также заданий творческого характера и систематического контроля.

В современных условиях дискретная математика рассматривается как компьютерная математика и является базовой учебной дисциплиной для IT-специальностей. Также она служит удобным математическим инструментом для решения ряда прикладных задач в различных отраслях знаний. Как правило, основными разделами дисциплины «Дискретная математика и математическая логика» являются множества и отношения, комбинаторика, булевы функции и предикаты, графы, конечные автоматы и кодирование. В последнее время здесь также даются элементы нечеткой логики. За отведенное время зачастую достаточно сложно цельно представить материал так, чтобы не только усвоить новые методы, но и продемонстрировать их взаимодействие при решении конкретных прикладных задач.

Опыт преподавания математических дисциплин позволяет отдать предпочтение такому подходу к обучению, как традиционная лекция с доказательством необходимых утверждений, аудиторная практическая работа по решению типовых заданий, выполнение индивидуальных заданий, систематический контроль усвоенной темы, предпочтительно в виде теста. Эта методика позволяет поддерживать достаточно высокую скорость усвоения нового материала и обеспечивает хорошее качество получаемых знаний.

В качестве примера рассмотрим тему «Независимость и покрытия» раздела «Элементы теории графов». Она содержит материал по множествам внутренней и вне-шней устойчивости, клике, паросочетаниям и покрытиям графа. Изучение каждого вопроса предполагает усвоение основных теоретических сведений – базовых определений, свойств в виде теорем, методов и алгоритмов. Так, в рамках вопроса «Множества внутренней и внешней устойчивости графа» вначале излагаются определения указанных множеств, их свойства, описаны методы их построения. Особый интерес в данной теме представляет метод Магу, который демонстрирует использование нормальных форм булевых функций, изученных ранее в предыдущих разделах дисциплины, а также знание элементов теории множеств и отношений.

На практических занятиях в аудитории разбираются типовые примеры. Используется индивидуальный подход к обучению, предполагающий более интенсивную работу со слабо подготовленными студентами и самостоятельную работу под контролем преподавателя с успевающими студентами. Задания подобраны таким образом, чтобы продемонстрировать применение всего теоретического материала. Приведем типовые примеры по выбранной теме.

Пример 1. Найдите множества внутренней и внешней устойчивости, число внутренней устойчивости, ядро орграфа $\vec{G}$ (рисунок 1).

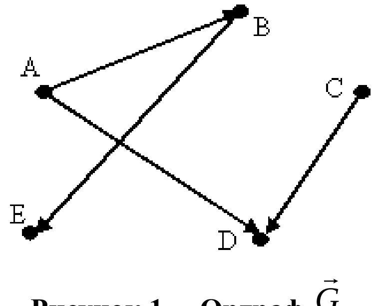

Рисунок 1. – Орграф $\vec{G}$

Решение. Матрица смежности орграфа $\vec{G}$ имеет вид:

$$B(\vec{G}) = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} A & B & C & D & E \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}.$$

По единицам строк составим парные дизъюнкты и запишем конъюнктивную нормальную форму (КНФ):

$$(A \vee B)\,(A \vee D)\,(B \vee E)\,(C \vee D) = (A \vee BD)(B \vee E)(C \vee D) =$$

$$= (A \vee BD)(BC \vee BD \vee EC \vee ED) = ABC \vee ABD \vee ACE \vee ADE \vee BD =$$

$$= ABC \vee ACE \vee ADE \vee BD.$$

Множества внутренней устойчивости образуют недостающие вершины элементарных конъюнкций: $\{ D, E \}$, $\{ B, D \}$, $\{ B, C \}$, $\{A, C, E\}$. Число внутренней устойчивости есть наибольшая мощность полученных множеств, т.е. $\alpha_0(G) = 3$.

Найдем множества внешней устойчивости орграфа $\vec{G}$. По единицам строк матрицы орграфа $B(\vec{G})$, дополненной единицами по главной диагонали, составим дизъюнкты и запишем КНФ:

$$(A \vee B \vee D)(B \vee E)(C \vee D)DE = (ABD \vee BDE \vee ED)(BDE \vee DE)(CDE \vee DE) = DE.$$

Множество $\{ D, E \}$ является множеством внешней устойчивости орграфа $\vec{G}$, и вершины A, B, C имеют дуги в вершине E и D. Вершины D и E образуют ядро орграфа, т.к. они формируют множество как внутренней устойчивости, так и внешней.

Пример 2. Для графа G (рисунок 2а) определите множества внутренней устойчивости и число внутренней устойчивости. Найдите множества внешней устойчивости, ядро, вершинное покрытие графа. Укажите паросочетания и найдите максимальное паросочетание. Определите реберное покрытие.

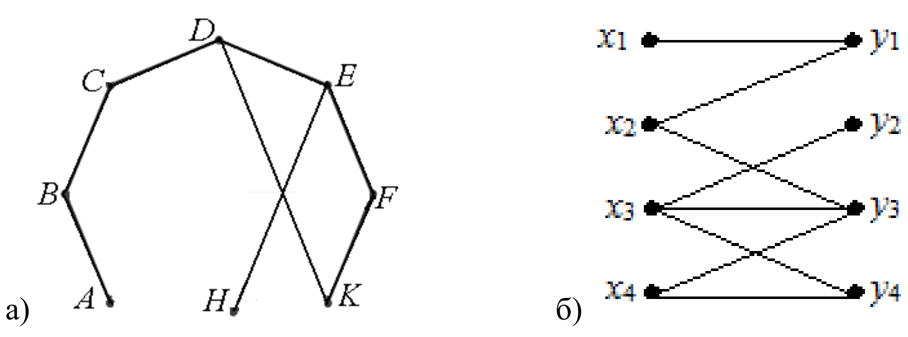

Рисунок 2. – Граф *G* (а) и его двудольное представление (б)

<u>*Решение*</u>. Матрица смежности графа G имеет вид:

$$B(G) = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ K \\ H \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} A & B & C & D & E & F & K & H \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}.$$

По единицам строк матрицы $B(G)$ составим парные дизъюнкты вершин, запишем КНФ и преобразуем в дизъюнктивную нормальную форму (ДНФ):

$$(A \vee B)\,(B \vee C)(C \vee D)(D \vee E)(D \vee K)(E \vee F)(E \vee H)(F \vee K) =$$

$$= BCEK \vee BDEK \vee BDEF \vee BDFH \vee ACEK \vee ACDEF \vee ACDFH.$$

Множества внутренней устойчивости: $\{ A, D, F, H \}$, $\{ A, C, F, H \}$, $\{ A, C, K, H \}$, $\{ A, C, E, K \}$, $\{ B, D, F, H \}$, $\{ B, K, H \}$, $\{ B, E, K \}$.

Число внутренней устойчивости $\alpha_0(G) = 4$.

Подставляя 1 на главной диагонали матрицы $B(G)$, получаем матрицу

$$B_1(G) = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \\ K \\ H \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccc} A & B & C & D & E & F & K & H \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}.$$

По единицам каждой строки матрицы $B_1(G)$ составляются дизъюнкты вершин, формируется КНФ и преобразуется в ДНФ:

$$(A \vee B)(A \vee B \vee C)(B \vee C \vee D)(C \vee D \vee E \vee K)(D \vee E \vee F \vee H)(E \vee F \vee K)\cdot$$

$$\cdot(D \vee F \vee K)(E \vee H) = BDEF \vee BDEK.$$

Множества вершин $\{ B, D, E, F \}$, $\{ B, D, E, K \}$ являются множествами внешней устойчивости графа G. В графе G ядро отсутствует, т.к. нет множества, одновременно являющегося внешне и внутренне устойчивым.

На основании теоремы о свойстве клики дополнения к множествам внутренней устойчивости определяют вершинные покрытия:

$$\{ B, C, E, K \},\ \{ B, D, E, K \},\ \{ B, D, E, F \},\ \{ B, D, F, H \},\ \{ A, C, E, K \},$$

$$\{ A, C, D, E, F \},\ \{ A, C, D, F, H \}.$$

Все указанные множества являются минимальными вершинными покрытиями, а первые пять еще и наименьшими. Поэтому число вершинного покрытия $\beta_0(G) = 4$.

Поскольку граф G не содержит циклов нечетной длины, то по теореме Кенига граф G двудольный.

Доли графа образуют два непересекающихся множества внутренней устойчивости, объединение которых дает все вершины графа, т.е. $\{ A, C, E, K \}$, $\{ B, D, F, H \}$. Для удобства изобразим граф G, как на рисунке 2б), где вершина x_1 соответствует вершине A, $x_2 – C$, $x_3 – E$, $x_4 – K$, $y_1 – B$, $y_2 – H$, $y_3 – D$, $y_4 – F$, т.е. долям графа соответствуют множества

$$V_1 = \{ x_1, x_2, x_3, x_4 \},\ V_2 = \{ y_1, y_2, y_3, y_4 \}.$$

Паросочетаниями являются, например:

$$M_1 = \{ (x_3, y_2), (x_2, y_3), (x_1, y_1) \},\ M_2 = \{ (x_3, y_2), (x_2, y_1), (x_4, y_4) \},$$

полное и максимальное паросочетаниие есть $M_3 =\{ (x_3, y_2), (x_2, y_3), (x_4, y_4), (x_1, y_1) \}$.

Продемонстрируем венгерский алгоритм определения максимального паросочетания. Так как $| V_1 | = | V_2 |$, то можно начать обход с вершин любого множества. Начнем с вершины $x_1 \in V_1$. Инцидентным ей ребром является ребро (x_1, y_1). Вершины x_1 и y_1 исключаются из рассмотрения. Во множестве $V_1 \setminus \{ x_1 \}$ выберем непросмотренную вершину x_2, которой инцидентны два ребра (x_2, y_1) и (x_2, y_3). Вершина y_1 исключена ранее, остается только ребро (x_2, y_3), и вершины x_2 и y_3 теперь исключаются из рассмотрения. Во множестве $V_1 \setminus \{ x_1, x_2 \}$ выбираем непросмотренную вершину x_3, которой инцидентны ребра (x_3, y_2), (x_3, y_3) и (x_3, y_4). Поскольку вершина y_3 исключена, то ребро (x_3, y_3) не подходит. Если в паросочетание включить ребро (x_3, y_4), то вершина x_4 останется непросмотренной (рисунок 4а), она не будет иметь инцидентных ребер. Если выбираем ребро (x_3, y_2), то вершина x_4 инцидентна ребру (x_4, y_4). Таким образом, все вершины множества V_1 просмотрены и максимальное паросочетание есть (рисунок 3б).

$$M_3 = \{ (x_3, y_2), (x_2, y_3), (x_4, y_4), (x_1, y_1) \}.$$

При этом число паросочетаний $\alpha_1(G) = 4$. Построенное максимальное паросочетание M_3 является совершенным из V_1 в V_2. Если в графе есть совершенное паросочетание M_3, то оно является наименьшим реберным покрытием. Поэтому $\beta_1(G) = 4$.

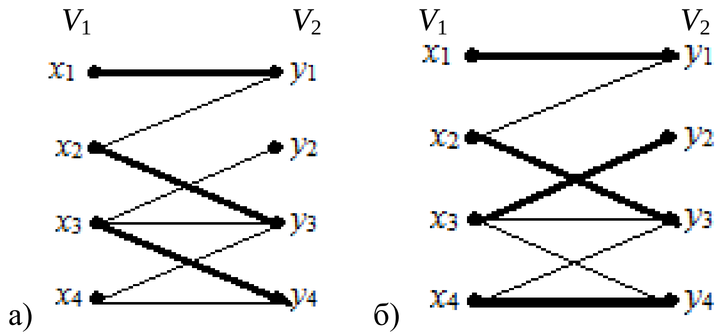

Рисунок 3. – а) паросочетание, б) максимальное паросочетаниие

Задания для индивидуальной работы могут быть предложены следующие.

Задание 1. Для заданного графа G проведите оценку числа внутренней устойчивости графа, определите множества внутренней устойчивости и число внутренней устойчивости. Найдите множества внешней устойчивости, ядро, вершинное покрытие.

Задание 2. Для остовного дерева заданного графа G проверьте граф G на двудольность по теореме Кенига, выделите доли, т.е. представьте в виде $G_1 = (V_1, V_2, E)$. Для графа G_1 укажите паросочетания и найдите максимальное паросочетание и реберное покрытие.

После каждой темы проводится обязательный рубежный контроль в виде контрольной работы или теста. В результате происходит накопление оценок знаний студентов, что обеспечивает рейтинг для мониторинга их успеваемости.

Организованная таким образом работа направлена на эффективное формирование знаний и практических навыков по основным разделам дискретной математики за оптимальное время. Отличительной особенностью является краткое, емкое и доступное изложением материала, сформированность единого вектора обучения, при котором материал излагается взаимосвязано и поступательно. Так, например, решение предыдущих индивидуальных заданий может быть использовано в следующих задачах, тем самым подтверждая значимость изученных методов. Кроме этого, студентам предлагается список литературы, к которому можно обратиться для более глубокого понимания материла. Авторами разработано методическое обеспечение, которое позволяет самостоятельно освоить базовые понятия и познакомиться с методами дискретной математики, приобрести практические навыки решения задач [8].

Данный подход к обучению является одним из традиционных [4–7]; в статье демонстрируются возможность его использования при интенсификации обучения математическим дисциплинам в подготовке IT-специалистов. Были разработаны учебно-методические комплексы по дискретной математике для методического сопровождения дисциплины [9–10]. Такой способ организации учебного процесса оказался наиболее экономичным, продуктивным и оптимальным, что обеспечило также положительные отклики со стороны студентов.

Заключение

Темп обучения и объемы теоретической информации при подготовке IT-специалистов в высшей школе требуют разработки дополнительных методов, направленных на интенсивное усвоение новых знаний. На практике реализован усовершенствованный подход к обучению математическим дисциплинам, включающий четкую структуризацию и систематизацию изучаемого материала, соблюдение единого принципа изложения, жесткие требования к выполнению всех индивидуальных и контрольных заданий, что позволило организовать учебную работу наиболее оптимальным способом. Преимуществом такой методики обучения является эффективность выработки практических умений и навыков наряду с усвоением теории.

Такая организация учебного процесса может быть использована при изучении любых математических дисциплин при условии разработки соответствующего методического обеспечения. Таким образом, совершенствование традиционных методов позволяет устанавливать ориентиры обучения и способствовать адаптации обучающихся к работе с большим объемом знаний.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Суворова, А. Д. Динамика уровня обученности студентов за период обучения в университете / А. Д. Суворова, Л. Н. Марченко, В. В. Подгорная // Модернизация математической подготовки в университетах технического профиля : материалы Между-

нар. науч.-практ. конф. / М-во трансп. и коммуникаций Респ. Беларусь, Белорус. гос. ун-т трансп. ; под общ. ред. Ю. И. Кулаженко. – Гомель : Белорус. гос. ун-т трансп., 2017. – С. 101–105.

2. Марченко, Л. Н. О профессиональной готовности выпускников / Л. Н. Марченко, И. В. Парукевич, В. В. Подгорная // Современное образование: преемственность и непрерывность образовательной системы «школа – университет – предприятие» : материалы XI Междунар. науч.-метод. конф., Гомель, 23–24 нояб. 2017 г. – Гомель : Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины, 2017. – С. 448–452.

3. Близнец, И. В. Особенности преподавания прикладных математических дисциплин / И. В. Близнец, В. В. Подгорная // Современное образование: преемственность и непрерывность образовательной системы «школа – университет – предприятие» : материалы XI Междунар. науч.-метод. конф., Гомель, 23–24 нояб. 2017 г. – Гомель : Гомел. гос. ун-т, 2017. – С. 85–88.

4. Линейная алгебра: пространство, базис и размерность : практ. пособие / А. В. Бузланов [и др.] / М-во образования Респ. Беларусь, Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель : Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины, 2017. – 35 с.

5. Линейная алгебра: подпространство линейного пространства, линейные отображения : практ. пособие / А. В. Бузланов [и др.] / М-во образования Респ. Беларусь, Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель : Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины, 2017. – 34 с.

6. Линейная алгебра: матрица линейного оператора, евклидово пространство : практ. пособие / А. В. Бузланов [и др.] / М-во образования Респ. Беларусь, Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель : Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины, 2017. – 36 с.

7. Линейная алгебра: линейные операторы в евклидовом пространстве, квадратичные формы : практ. пособие / А. В. Бузланов [и др.] / М-во образования Респ. Беларусь, Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины. – Гомель : Гомел. гос. ун-т им. Ф. Скорины, 2017. – 36 с.

8. Марченко, Л. Н. Основы теории графов : практикум / Л. Н. Марченко, В. В. Подгорная. – М. : LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2018. – 71 с.

9. Дискретная математика и математическая логика для специальности 1-31 03 06-01 «Экономическая кибернетика (математические методы и компьютерное моделирование в экономике)» [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс. – Режим доступа: http://dot.gsu.by/course/view.php?id=76.

10. Дискретная математика и математическая логика» для специальности 1-40 04 01 «Информатика и технологии программирования» [Электронный ресурс] : учеб.-метод. комплекс. – Режим доступа: http://dot.gsu.by/course/view.php?id=571.

Рукапіс паступіў у рэдакцыю 21.08.2018

***Marchenko L.N., Podgornaya V.V.* Peculiarities of Discrete Mathematics Teaching for IT-Specialists**

The widespread use of information technology in various fields of knowledge has led to the demand for computer education not only among students but also among a wide interested audience. The basis of computer mathematics is discrete mathematics. Therefore, the mastery of its methods has become an integral part of the training of modern IT-specialist. However, the short period of training leads to the search for new methodological techniques to optimize and intensify the learning process. The article describes the approach to learning used by the authors on the example of teaching the discipline «Discrete mathematics and mathematical logic» for IT-specialists, provides fragments of educational material, substantiates the principles of its selection. These ideas can not only improve the quality of training of graduates, but also contribute to the self-study of basic concepts and algorithms of discrete mathematics, the acquisition of practical skills in solving problems. The use of this approach makes it possible to rationally organize the educational process.