УДК 535.2

ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ С ДВИЖУЩИМСЯ СЛОЕМ РАССЕИВАЮЩЕГО ВЕЩЕСТВА

Л. И. Чайковская и *А. П. Иванов*

Рассмотрен баланс электромагнитной энергии и импульса при взаимодействии бесконечно широкого мононаправленного квазимонохроматического светового пучка с равномерно движущимся в вакууме перпендикулярно самому себе плоскопараллельным слоем поглощающего и рассеивающего вещества. Показано, что сила давления электромагнитного поля на слой направлена всегда от источника. Это означает, что при движении слоя в направлении к источнику энергия рассеянного излучения увеличивается за счет кинетической энергии среды, а при движении от источника часть энергии излучения передается среде.

При изучении ряда процессов в астрофизике и физике плазмы важное значение имеет исследование взаимодействия электромагнитного излучения с движущимися поглощающими, рассеивающими и излучающими средами. В работе [1] авторами была решена задача об отражении и пропускании света плоскопараллельным слоем рассеивающего вещества, равномерно движущимся в вакууме перпендикулярно самому себе при освещении его квазимонохроматическим светом от направленного источника. Рассмотрим теперь закон сохранения энергии и импульса для этого случая. Исследования законов сохранения были проведены ранее для равномерно движущихся в вакууме рассеивающей частицы произвольных размеров и формы [2], а также занимающего полупространство проводника [3] и диэлектрика [3, 4].

Полученные в [1] выражения для углового распределения яркости B и его первых трех моментов M_k^i ($i=0, 1, 2$) отраженного ($k=\mathrm{I}$) и пропущенного ($k=\mathrm{II}$) рассеивающей средой излучения имеют следующий вид:

$$\left.\begin{aligned} &B(\mu, \mu_0, \varphi, \beta) = \mu_0 S_0 \varphi_0(\mu_0, \beta)\, s^4 \rho'(\mu', \mu_0', \varphi'), \\ &M_k^i(\mu_0, \beta) = \pi\mu_0 S_0 \varphi_0(\mu_0, \beta)\, \gamma^2 \sum_{l=0}^{2} \alpha_l^i(\beta)\, m_k'^{\,i}, \quad i=0, 1, 2, \quad k=\mathrm{I}, \mathrm{II}, \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где πS_0 — плотность потока энергии падающего излучения,

$$\left.\begin{aligned} &\varphi_0(\mu_0, \beta) = \frac{(\mu_0+\beta)(1+\beta\mu_0)}{\mu_0(1-\beta^2)}, \\ &s = \frac{1}{\gamma(1-\beta\mu)}, \quad \gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}, \\ &\alpha_l^i = \begin{pmatrix} 1 & 2\beta & \beta^2 \\ \beta & 1+\beta^2 & \beta \\ \beta^2 & 2\beta & 1 \end{pmatrix}, \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

а $\rho'(\mu', \mu_0', \varphi')$ и $m_k'^{\,i}$ ($i=0, 1, 2$; $k=\mathrm{I}, \mathrm{II}$) — коэффициент яркости и его моменты [5] в системе покоя среды. Здесь $\mu=\cos\vartheta$, $\mu'=\cos\vartheta'$, $\mu_0=\cos(\pi-\vartheta_0)$, $\mu_0'=\cos(\pi-\vartheta_0')$, ϑ и ϑ' — полярные углы рассеянных, ϑ_0 и ϑ_0' — падающих лучей, φ и φ' — азимутальные углы между ними соответственно в лабораторной и в движущейся вместе со средой системах отсчета в сферических системах координат с осями z и z' вдоль нормали к слою и направленными к источнику; $\beta=v/c$, v — скорость движения среды, c — скорость света в вакууме. Величины μ_0, μ связаны с μ_0', μ' следующими соотношениями:

$$\mu_0=\frac{\mu_0'-\beta}{1-\beta\mu_0'},$$

$$\mu=\frac{\mu'+\beta}{1+\beta\mu'}, \tag{3}$$

а $\varphi=\varphi'$.

Заметим, что $(-\Phi_0)=-\mu_0\pi S_0$, $\Phi_k=M_k^1$ $(k=\mathrm{I},\ \mathrm{II})$ представляют собой плотности потоков энергии соответственно падающего и рассеянного излучения в направлении оси z.

Соотношения (1)—(3) отражают следующие общие закономерности. Энергия рассеянного излучения быстро возрастает при движении слоя к источнику (в частности, коэффициент отражения становится больше единицы) и убывает в случае движения от источника. При этом угловое распределение яркости отраженного и прошедшего света вытягивается в направлении движения среды. Значение величины $B(\mu,\ \varphi)$ увеличивается при уменьшении наклона падающих лучей (μ_0 стремится к единице). Эти свойства становятся понятными при рассмотрении закона сохранения энергии и импульса. В отличие от случая неподвижной среды, когда изъятая из падающей волны энергия частично поглощается, а частично уносится рассеянной радиацией, при движении рассеивателей происходит дополнительный обмен энергией между полем и веществом.

Запишем баланс энергии и импульса в объеме V цилиндра единичного сечения с осью вдоль z, внутри которого в данный момент времени находится движущийся слой,

$$U+Q=-\oiint S^\beta n_\beta d\sigma-\frac{\partial W}{\partial t}, \tag{4}$$

$$f^\alpha=\oiint T^{\alpha\beta}n_\beta d\sigma-\frac{\partial P^\alpha}{\partial t}\ (\alpha,\ \beta=1,\ 2,\ 3). \tag{5}$$

Здесь $U=f^\alpha v_\alpha$ — работа силы давления электромагнитного излучения на границы среды, Q — поглощенная энергия, S^β — вектор плотности потока энергии излучения, $T^{\alpha\beta}$ — тензор натяжений Максвелла электромагнитного поля, W и P^α — количество энергии и импульса излучения в объеме V.

В силу симметрии задачи поток энергии через боковые стенки цилиндра равен нулю. Изменение количества энергии в объеме V происходит вследствие перемещения слоя внутри него на расстояние vdt. С учетом этого соотношение (4) принимает следующий вид:

$$U+Q=\Phi_0-\Phi_\mathrm{I}+\Phi_\mathrm{II}+v\left(\omega_0+\omega_\mathrm{I}-\omega_\mathrm{II}\right)=G_0-G_\mathrm{I}+G_\mathrm{II}, \tag{6}$$

где w_k $(k=0,\ \mathrm{I},\ \mathrm{II})$ — объемные плотности электромагнитной энергии, а величины $G_0=\Phi_0+vw_0$, $G_k=\Phi_k-vw_k$ $(k=\mathrm{I},\ \mathrm{II})$ представляют собой плотности потоков втекающей энергии падающего излучения и вытекающей энергии рассеянного излучения через граничные поверхности движущейся среды.

Аналогичное выражение имеет место для силы

$$f^\alpha=T_0^{\alpha 3}+T_\mathrm{I}^{\alpha 3}-T_\mathrm{II}^{\alpha 3}+v\left(p_0^\alpha+p_\mathrm{I}^\alpha-p_\mathrm{II}^\alpha\right)=N_0^\alpha-N_\mathrm{I}^\alpha+N_\mathrm{II}^\alpha, \tag{7}$$

где $T_k^{\alpha 3}$ $(k=0,\ \mathrm{I},\ \mathrm{II})$ — потоки импульса P_k^α электромагнитного поля через сечения цилиндра в направлении внутренних нормалей, p_k^α $(k=0,\ \mathrm{I},\ \mathrm{II})$ — объемная плотность импульса излучения, а $N_0^\alpha=T_0^{\alpha 3}+vp_0^\alpha$ и $N_k^\alpha=$

$=-(T_k^{\alpha 3}+vp_k^{\alpha})$ $(k=\mathrm{I},\ \mathrm{II})$ есть плотность потоков втекающего и вытекающего импульса соответственно падающего и рассеянного излучения через поверхности движущегося слоя.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением компоненты силы f^3, так как силы f^1 и f^2 действуют в плоскости поверхности среды и работы не совершают.

Входящие в соотношения (6), (7) величины Φ_k, w_k, $T_k^{\alpha 3}$, p_k^{α} $(k=0,\ \mathrm{I},\ \mathrm{II})$ для падающего в направлении $n_0^{\alpha}(\vartheta_0,\ \varphi_0=0)$ и рассеянного в направлении $n^{\alpha}(\vartheta,\ \varphi)$ в телесном угле $d\Omega$ излучения можно представить следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} &\Phi_0=\mu_0\pi S_0,\quad w_0=\frac{\pi S_0}{c},\quad p_0^{\alpha}=\frac{\pi S_0}{c^2}\,n_0^{\alpha},\quad T_0^{\alpha 3}=c\mu_0 p_0^{\alpha};\\ &\Phi_k=\mu B d\Omega,\quad w_k=\frac{Bd\Omega}{c},\quad p_k^{\alpha}=\frac{Bd\Omega}{c^2}\,n^{\alpha},\quad T_k^{\alpha 3}=-c\mu p_k^{\alpha},\quad k=\mathrm{I},\ \mathrm{II}.\end{aligned}\right\}\tag{8}$$

С учетом (8) выражения для G_k и N_k^3 $(k=0,\ \mathrm{I},\ \mathrm{II})$ принимают вид

$$\left.\begin{aligned} &G_0=(\mu_0+\beta)\,\pi S_0,\\ &G_{\mathrm{I}}=\int_0^{2\pi}\int_{\beta}^{1}(\mu-\beta)\,B(\mu,\ \varphi)\,d\mu d\varphi=M_{\mathrm{I}}^1-\beta M_{\mathrm{I}}^0,\\ &G_{\mathrm{II}}=\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{\beta}(\mu-\beta)\,B(\mu,\ \varphi)\,d\mu d\varphi=M_{\mathrm{II}}^1-\beta M_{\mathrm{II}}^0;\end{aligned}\right\}\tag{9}$$

$$\left.\begin{aligned} &N_0^3=-\frac{1}{c}\,\mu_0(\mu_0+\beta)\,\pi S_0,\\ &N_{\mathrm{I}}^3=\frac{1}{c}\int_0^{2\pi}\int_{\beta}^{1}\mu(\mu-\beta)\,B(\mu,\ \varphi)\,d\mu d\varphi=\frac{1}{c}\left(M_{\mathrm{I}}^2-\beta M_{\mathrm{I}}^1\right),\\ &N_{\mathrm{II}}^3=\frac{1}{c}\int_0^{2\pi}\int_{-1}^{\beta}\mu(\mu-\beta)\,B(\mu,\ \varphi)\,d\mu d\varphi=\frac{1}{c}\left(M_{\mathrm{II}}^2-\beta M_{\mathrm{II}}^1\right).\end{aligned}\right\}\tag{10}$$

Учитывая выражения (1) для моментов M_k^i и подставляя (9), (10) в соотношения (6), (7), после некоторых преобразований получаем

$$U+Q=\pi S_0\left[(\mu_0+\beta)-\mu_0\varphi_0(\mu_0,\ \beta)\,D_1(\mu_0',\ \beta)\right],\tag{11}$$

$$f^3=-\pi\mu_0 S_0\left[(\mu_0+\beta)+\varphi_0(\mu_0,\ \beta)\,D_2(\mu_0',\ \beta)\right],\tag{12}$$

где

$$D_1(\mu_0',\ \beta)=m_{\mathrm{I}}'^{1}(\mu_0')+\left|m_{\mathrm{II}}'^{1}(\mu_0')\right|+\beta\left[m_{\mathrm{I}}'^{2}(\mu_0')-m_{\mathrm{II}}'^{2}(\mu_0')\right],$$
$$D_2(\mu_0',\ \beta)=\beta\left[m_{\mathrm{I}}'^{1}(\mu_0')+\left|m_{\mathrm{II}}'^{1}(\mu_0')\right|\right]+m_{\mathrm{I}}'^{2}(\mu_0')-m_{\mathrm{II}}'^{2}(\mu_0'),$$

а функция $\varphi_0(\mu_0,\ \beta)$ определена в (2).

Исследуя выражение (12), можно показать, что в большинстве случаев сила $f^3<0$. В частности, для отражающих слоев (для которых $m_{\mathrm{I}}'^{i}\geqslant\geqslant\left|m_{\mathrm{II}}'^{i}\right|$) это всегда имеет место. Это означает, что при $\beta>0$ f^3 действует в направлении, противоположном движению среды, а при $\beta<0$ — в направлении движения среды.

В первом случае энергия отраженного и пропущенного излучения увеличивается за счет кинетической энергии среды $(U<0)$, во втором случае часть энергии излучения передается среде $(U>0)$.

При $\beta=0$ соотношения (11), (12) переходят в известные законы сохранения энергии и импульса для неподвижной среды

$$q=\frac{Q}{\Phi_0}=1-(A_{\mathrm{I}}+|A_{\mathrm{II}}|),\tag{13}$$

$$f^3=-\Phi_0\left[\mu_0+(m_{\mathrm{I}}^2-m_{\mathrm{II}}^2)\right].\tag{14}$$

Здесь $A_k = M_k^1/\Phi_0$ $(k = \mathrm{I},\ \mathrm{II})$ — коэффициенты отраженного и пропущенного слоем излучения [5], $m_k^2 = M_k^2/\Phi_0$.

После подстановки выражения для f^3 (12) в (11), где $U = f^3 v$, с учетом (13) получаем следующий закон преобразования величины поглощенной в объеме цилиндра V энергии при переходе из движущейся системы отсчета в лабораторную

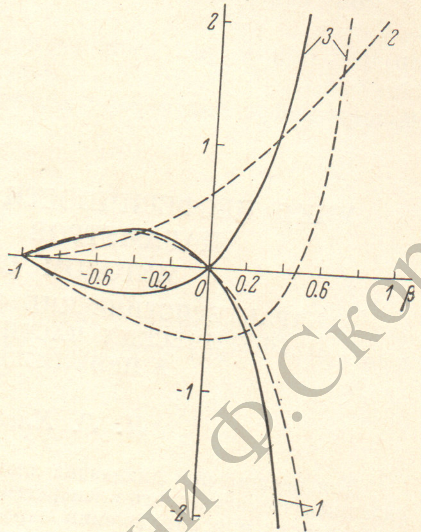
$$Q = (1 - \beta^2)\, Q' \tag{15}$$

или [2]

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \beta^2}\, \varepsilon', \tag{16}$$

где ε — количество теплоты, отнесенное к единице объема.

На рисунке закон сохранения энергии проиллюстрирован на примере по-



Закон сохранения энергии для равномерно движущейся в вакууме полубесконечной среды с индикатрисой рассеяния $x(\xi) = 1$ (ξ — угол рассеяния).

Сплошные линии — вероятность выживания кванта $\Lambda = 1$, штриховые — $\Lambda = 0.9$. $1 - u = U/\Phi_0$, $2 - q = Q/\Phi_0$, $3 - \Delta g = (G_{\mathrm{I}} - G_0)/\Phi_0$.

лубесконечных непоглощающей и поглощающей сред со сферической индикатрисой рассеяния (предполагается, что внутренние источники отсутствуют). Как видно, для любого значения β выполняется равенство

$$u + q + \Delta g = 0, \tag{17}$$

вытекающее из (6) при $G_{\mathrm{II}} = 0$.

Литература

[1] А. П. Иванов, Л. И. Чайковская. Опт. и спектр., *41*, 613, 1976.
[2] V. Twersky. J. Math. Phys., *12*, 2341, 1971.
[3] P. Daly, H. Gruenberg. J. Appl. Phys., *38*, 4486, 1967.
[4] С. Н. Столяров. Изв. вузов, радиофизика, *5*, 671, 1962.
[5] В. В. Соболев. Перенос лучистой энергии в атмосферах звезд и планет. ГИТТЛ, М., 1956.

Поступило в Редакцию 24 ноября 1975 г.