

Н.А. Гусак

**Институт повышения квалификации и переподготовки кадров
по новым направлениям развития техники, технологии и
экономики БНТУ, Минск, Беларусь**

**ВЛИЯНИЕ ВРЕМЕНИ ВКЛЮЧЕНИЯ ВНЕШНЕГО
ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ЭВОЛЮЦИЮ РЕШЕТОК
ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА
В ФОТОРЕФРАКТИВНЫХ КРИСТАЛЛАХ**

В работе [1] впервые было получено обыкновенное дифференциальное уравнение четвертого порядка, на основе которого в [2] дано объяснение эффекта, предсказанного Н.В. Кухтаревым [3]. Суть эффекта состоит в следующем. При наличии в фоторефрактивном кристалле внешнего постоянного электрического поля заряд решетки, возбуждаемой стоячей световой волной, в процессе перехода к стационарному состоянию совершает колебания.

В течение долгого времени этот эффект не поддавался пониманию. Предпринятая в [4] попытка дать ему объяснение привела, как оказалось, к несоответствию математического описания физической сущности явления. В [4] рассматривается упрощенная модель задачи и для величины, не аккумулировавшей вклады всех реальных участников процесса, получено уравнение второго порядка, общее решение которого содержит начальные значения как этой величины, так и ее первой производной, заранее неизвестной.

Для корректного описания указанного эффекта, которое вскрывало бы механизм осуществления колебания заряда, нам потребовалось не только представить адекватную физическую модель процесса, но и сформулировать полностью контролируемое начальное условие. Такая программа была реализована в работах [1, 2], где рассмотрение строится под один конкретный вид такого условия. В данной работе переходной процесс исследуется при другом виде начального условия, который, на первый взгляд, исключает возможность колебания заряда.

Согласно [1, 2], при наличии стоячей световой волной и постоянного

внешнего электрического поля в кристалле возникают четыре решетки: решетка свободных носителей (1) и заряда (3), которые пространственно задаются стоячей световой волной, и две аналогичные дополнительные решетки (2) и (4), инициируемые внешним полем и сдвинутые на четверть периода относительно первых двух. Пространственные безразмерные амплитуды m_p этих решеток ($p = 1, 2, 3, 4$) подчиняются следующим уравнениям:

$$\dot{m}_1 = B - \frac{m_1}{\tau_r} + \frac{m_3}{\tau_M} - \frac{1}{\tau_D}(m_1 - cm_2), \quad (1)$$

$$\dot{m}_2 = -\frac{m_2}{\tau_r} + \frac{m_4}{\tau_M} - \frac{1}{\tau_D}(cm_1 + m_2), \quad (2)$$

$$\dot{m}_3 = -\frac{m_3}{\tau_M} + \frac{1}{\tau_D}(m_1 - cm_2), \quad (3)$$

$$\dot{m}_4 = -\frac{m_4}{\tau_M} + \frac{1}{\tau_D}(cm_1 + m_2), \quad (4)$$

где τ_r, τ_M, τ_D – некоторые характерные времена кристалла, которые численно могут располагаться в огромном диапазоне значений, B и c – постоянные положительные величины, пропорциональные интенсивности света и величине внешнего электрического поля, соответственно, $\dot{m}_p$ – первые производные по времени t .

Эта система уравнений позволяет перейти к другой системе, каждое уравнение которой относится только к одной переменной. Новая система имеет вид:

$$\overset{\dots}{m}_p + \frac{2}{\tau_c} \overset{\dots}{m}_p + \left(\frac{1}{\tau_c^2} + \frac{2}{\tau_M \tau_r} + \frac{c^2}{\tau_D^2} \right) \overset{\dots}{m}_p + \frac{2}{\tau_c \tau_M \tau_r} \dot{m}_p + \left(\frac{1}{\tau_M \tau_r} \right)^2 m_p = C_p, \quad (5)$$

где

$$\frac{1}{\tau_c} = \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_M} + \frac{1}{\tau_D}, \quad (6)$$

$$C_1 = \frac{B}{\tau_M^2 \tau_r}, \quad C_2 = 0, \quad C_3 = \frac{B}{\tau_r \tau_M \tau_D} \quad \text{и} \quad C_4 = \frac{cB}{\tau_r \tau_M \tau_D}.$$

Каждое из четырех полученных уравнений является обыкновенным дифференциальным уравнением четвертого порядка с постоянными

коэффициентами. Они отличаются друг от друга лишь значениями правой части.

Из (5) видно, что в стационарном состоянии величины m_p принимают значения

$$m_1^c = \tau_r B, \quad m_2^c = 0, \quad m_3^c = \frac{\tau_M \tau_r}{\tau_D} B, \quad m_4^c = c \frac{\tau_M \tau_r}{\tau_D} B. \quad (7)$$

Стационарные состояния при $B = 0$ и $B \neq 0$ будем называть невозбужденным и возбужденным состоянием, соответственно. В возбужденном состоянии постоянная m_4^c оказывается пропорциональной не только B , но и c .

Переход из одного стационарного состояния в другое описывается решениями однородного уравнения (5) при $B = 0$. Эти решения в случае $c \neq 0$ качественно отличаются от решений при $c = 0$. В самом деле, если элементарное решение такого уравнения искать в виде

$$m_p = a_p \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right), \quad (8)$$

где a_p – произвольная постоянная, то для неизвестной величины τ получаем алгебраическое уравнение

$$\left(\frac{1}{\tau^2} - \frac{1}{\tau_c} \frac{1}{\tau} + \frac{1}{\tau_r \tau_M}\right)^2 = -\left(\frac{c}{\tau_D}\right)^2 \frac{1}{\tau^2}. \quad (9)$$

Это уравнение имеет две пары комплексно сопряженных корней

$$\frac{1}{\tau_{1,3}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_c} \pm i \frac{c}{\tau_D} \right) + \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\tau_c} \pm i \frac{c}{\tau_D} \right)^2 - \frac{1}{\tau_r \tau_M}} \quad (10)$$

и

$$\frac{1}{\tau_{2,4}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\tau_c} \pm i \frac{c}{\tau_D} \right) - \sqrt{\frac{1}{4} \left(\frac{1}{\tau_c} \pm i \frac{c}{\tau_D} \right)^2 - \frac{1}{\tau_r \tau_M}}. \quad (11)$$

При $c = 0$ эти корни становятся дважды вырожденными и действительными положительными

$$\frac{1}{\tau_{1,2}} = \frac{1}{2} \frac{1}{\tau_c} \pm \sqrt{\frac{1}{4} \frac{1}{\tau_c^2} - \frac{1}{\tau_r \tau_M}} \quad (12)$$

при любых соотношениях между временами τ_r, τ_M и τ_D .

Интересно отметить, что корни (12) получаются и при рассмотрении уравнения второго порядка

$$\ddot{m}_p + \frac{1}{\tau_c} \dot{m}_p + \frac{1}{\tau_M \tau_r} m_p = 0, \quad (13)$$

которое является справедливым для m_1 и m_3 в случае отсутствия электрического поля, когда $m_2 = m_4 = 0$ [5].

Четыре линейно независимых решения вида (8) позволяют получить общие решения уравнений (5), удовлетворяющие начальным условиям. Обратим внимание на то, что здесь в качестве начальных условий выступает лишь значения всех функций m_p при $t = 0$. Этих начальных условий достаточно для однозначного нахождения коэффициентов разложения m_p по частным решениям. Это связано с тем, что функции m_p являются взаимосвязанными согласно уравнениям (1)–(4). Судьбу одной решетки нельзя отделить от судьбы остальных трех.

В работе [2] прослежено, как при нулевых начальных условиях для всех m_p осуществляется переход системы в возбужденное состояние. Рассмотрим теперь эволюцию системы при других начальных условиях. Пусть $B \neq 0$, а $c = 0$ в течение долгого времени. Следовательно, задача рассматривается при начальных условиях

$$m_1 = m_1^c, \quad m_3 = m_3^c, \quad m_2 = m_4 = 0. \quad (14)$$

Затем в момент времени $t = 0$ включается внешнее электрическое поле ($c \neq 0$). Заранее не ясно, как будет переходить система в возбужденное состояние, поскольку m_1 и m_3 уже находятся в возбужденном состоянии.

Решения уравнений (5) можно записать в виде

$$m_p = m_p^c \left\{ 1 - \sum_{\ell=1}^4 a_{p\ell} \exp\left(-\frac{t}{\tau_\ell}\right) \right\}, \quad m_2 = \sum_{\ell=1}^4 a_{2\ell} \exp\left(-\frac{t}{\tau_\ell}\right), \quad (15)$$

где $p = 1, 3, 4$, а

$$\sum_{\ell=1}^4 a_{1\ell} = \sum_{\ell=1}^4 a_{2\ell} = \sum_{\ell=1}^4 a_{3\ell} = 0, \quad \sum_{\ell=1}^4 a_{4\ell} = 1. \quad (16)$$

Поскольку все функции m_p являются действительными, то для любого p должны выполняться равенства

$$a_{p3} = \alpha_{p1}^*, \quad a_{p4} = \alpha_{p2}^*. \quad (17)$$

Согласно уравнениям (1)–(4) коэффициенты $a_{p\ell}$ с разными значениями p также связаны между собой

$$a_{1\ell} = \frac{a_{3\ell}}{1 \pm ic} \left(1 - \frac{\tau_M}{\tau_\ell} \right), \quad (18)$$

$$a_{2\ell} = \pm im_1^c a_{1\ell}, \quad (19)$$

$$a_{4\ell} = \mp \frac{i}{c} a_{3\ell}, \quad (20)$$

где верхние и нижние знаки перед i отвечают соответствующим знакам перед i в (10) и (11).

Из соотношений (16)–(20) получаются следующие уравнения:

$$a'_{31} + a'_{32} = 0, \quad (21)$$

$$\frac{a'_{31}}{\tau'_1} + \frac{a'_{32}}{\tau'_2} - \frac{a''_{31}}{\tau''_1} - \frac{a''_{32}}{\tau''_2} = 0, \quad (22)$$

$$a''_{31} + a''_{32} = \frac{c}{2}, \quad (23)$$

$$\frac{a''_{31}}{\tau'_1} + \frac{a''_{32}}{\tau'_2} + \frac{a'_{31}}{\tau''_1} + \frac{a'_{32}}{\tau''_2} = \frac{c}{2\tau_M} \quad (24)$$

для определения действительных и мнимых частей коэффициентов $a_{31} = a'_{31} + ia''_{31}$ и $a_{32} = a'_{32} + ia''_{32}$ через параметр c и τ_M , а также действительные и мнимые части комплексных корней $\tau_1^{-1} = \tau'^{-1}_1 + i\tau''^{-1}_1$, $\tau_2^{-1} = \tau'^{-1}_2 + i\tau''^{-1}_2$.

Доведем вычисления до окончательных выражений на примере кристалла, для которого

$$\tau_D \ll (\tau_r \tau_M). \quad (25)$$

Тогда корни (10) и (11) дают примерно следующее:

$$\tau'_1 = \tau_D, \tau''_1 = \frac{\tau_D}{c}; \tau'_2 = \frac{\tau_r \tau_M}{\tau_D} (1 + c^2), \tau''_2 = -\frac{\tau'_2}{c}. \quad (26)$$

В этом случае выражения (15) приобретают вид

$$m_1 = m_1^c \left\{ 1 - \frac{c}{1+c^2} \left[\left(-c \cos \frac{ct}{\tau'_1} - \sin \frac{ct}{\tau'_1} \right) \exp \left(-\frac{t}{\tau'_1} \right) + \left(c \cos \frac{ct}{\tau'_2} - \sin \frac{ct}{\tau'_2} \right) \exp \left(-\frac{t}{\tau'_2} \right) \right] \right\}, \quad (27)$$

$$m_2 = m_1^c \left\{ \frac{c}{1+c^2} \left[\left(\cos \frac{ct}{\tau'_1} - c \sin \frac{ct}{\tau'_1} \right) \exp \left(-\frac{t}{\tau'_1} \right) + \left(-\cos \frac{ct}{\tau'_2} - c \sin \frac{ct}{\tau'_2} \right) \exp \left(-\frac{t}{\tau'_2} \right) \right] \right\}, \quad (28)$$

$$m_3 = m_3^c \left[1 + c \sin \frac{ct}{\tau'_2} \exp \left(-\frac{t}{\tau'_2} \right) \right], \quad (29)$$

$$m_4 = m_4^c \left[1 - \cos \frac{ct}{\tau'_2} \exp \left(-\frac{t}{\tau'_2} \right) \right]. \quad (30)$$

Из выражений (27) и (29) следует, что в начальный момент времени решетки 1 и 3 пребывали в возбужденном стационарном состоянии. Включение постоянного электрического поля выводит их из этого состояния. Однако в конце процесса они опять возвращаются к своим

исходным состояниям, успев совершить некоторое число колебаний, определяемое величиной поля. Заранее не было известно, что такой режим поведения этих решеток проявится при данных начальных условиях.

Что касается решеток 2 и 4, то они качественно ведут себя так же, как и при нулевых начальных условиях. Они зарождаются при $t = 0$ и через колебательный процесс переходят в свои стационарные состояния $m_2 = 0, m_4 = m_4^c$.

Таким образом, в данной работе показано, что внешнее электрическое поле, приложенное к фоторефрактивному кристаллу, в котором сформирована решетка пространственного заряда с помощью стоячей световой волны, выводит эту решетку из стационарного состояния путем осуществления колебания заряда и возвращает ее через определенное время в исходное состояние. Это поле создает и дополнительную решетку заряда, также претерпевающего до стационарного состояния стадию колебания.

Литература

1. Гусак, Н.А. / Н.А. Гусак // Докл. НАН Беларуси. – 2007. – Т. 51. – № 1. – С. 40–45.
2. Гусак, Н.А. / Н.А. Гусак // ЖТФ. – 2009. – Т. 79. – Вып. 3. – С. 63–70.
3. Кухтарев, Н.В. / Н.В. Кухтарев // Письма в ЖТФ. – 1976. – Т. 2. – Вып. 24. – С. 1114–1118.
4. Valley, G.C. / G.C. Valley // IEEE J. Quant. Elect. – 1983. – Vol. 19. – № 11. – С. 1637–1645.
5. Гусак, Н.А. / Н.А. Гусак // ЖТФ. – 2006. – Т. 76. – Вып. 2. – С. 96–101.

В.И. Дашкевич, Р.В. Чулков, П.А. Апанасевич, В.А. Орлович

**ГНУ «Институт физики имени Б.И.Степанова» НАН Беларуси,
Минск, Беларусь**

КОЛЬЦЕВЫЕ ВКР-ЛАЗЕРЫ НА КРИСТАЛЛАХ КГВ

В докладе приводятся результаты разработки двух ВКР-лазеров с трехзеркальными кольцевыми резонаторами и кристаллами КГВ в качестве активной среды. Предварительные исследования выявили развитие двунаправленной генерации стоксового излучения с использованием одночастотной накачки. Излучение накачки со