П.А. Хило, П.С. Шаповалов

УО «Гомельский государственный технический университет имени П.О. Сухого», Гомель, Беларусь

БЕЗАББЕРАЦИОННОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ ДЛЯ БЕССЕЛЬ-ГАУССОВЫХ ПУЧКОВ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

Введение

Квазибездифракционные световые пучки имеют оптимальную пространственную форму для практического применения для многих задач нелинейной оптики, и в частности при нелинейно-оптическом преобразовании частот [1, 2]. Для их описания используются бесселевы пучки, которые являются бездифракционные по всей своей длине. Реальные пучки можно считать бездифракционными только на небольшой длине. Поэтому, более точное преставление таких пучков − Бессель-Гауссовы пучки, являющимися решение параболического уравнения.

При распространении светового пучка в кубически нелинейной среде возникает нелинейная добавка к показателю преломления среды, которая приводит к возникновению нелинейного явления, которое называется самовоздействием. Для описания самовоздействия Бессель-Гауссовых в настоящее время используют численные методы, которые налагают определенные ограничения на описания явлений и не обладают общностью [3].

При распространении мощного лазерного пучка в самофокусирующей среде приводит к изменению показателя преломления среды. Нелинейная добавка к показателю преломления пропорциональна квадрату амплитуды пучка. Поэтому при мощности пучка, не намного больше критической мощности самофокусировки, основное влияние на показатель преломления среды будет оказывать центральный горб Бессель-Гауссового пучка. Поэтому на длине бездифракционного распространения пучка, где он сохраняет бесселеву форму, можно с хорошим приближением использовать безабберационное приближения. Т.е. разлагаем нелинейную добавку в ряд Тейлора до квадратичных членов разложения [4].

1. Решение уравнения

Для описания самовоздействия световых пучков, в среде с кубической нелинейностью, используем нелинейное параболическое уравнение для амплитуды светового вектора U в цилиндрической системе (r, φ, z) следующего вида [4]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial r} - 2ik_0\frac{\partial U}{\partial z} + k_0^2\beta\left|U\right|^2 U = 0. \tag{1}$$

Здесь β − коэффициент нелинейности среды. Предположим, что на границе нелинейной среды $z = 0$ имеется пучок вида:

$$U(z=0) = J_0(\delta r)\exp\left\{-\frac{r^2}{w_0^2}\right\}, \tag{2}$$

где $\delta \approx 2{,}4/r_0$, r_0- радиус центрального максимума бесселева пучка, w_0^2- радиус светового пятна гауссового пучка. Решение нелинейного уравнения (1) ищем в форме Бессель-Гауссового пучка.

$$U = J_0\big((a(z)+ib(z))r\big)\exp\left\{-p(z)-iq(z)-\frac{r^2}{w^2(z)}-\frac{ik_0r^2}{2R(z)}\right\}, \tag{3}$$

где J_0- Бессель-Гауссовая функция нулевого порядка, $w(z)-$ радиус гаус-сового пучка, $R(z)-$ радиус кривизны фазового фронта гауссового пучка.

Используя свойство бесселевых функций [5] $J_0^*(x+iy)=J_0(x-iy)$, получим, что при разложении в ряд Тейлора модуля квадрата амплитуды светового вектора $|U|^2$ до квадратичных членов разложения, включительно, имеет вид:

$$|U|^2 = \left[1-\frac{a^2-b^2}{2}-\frac{2}{w^2}\right]e^{-2p}. \tag{4}$$

Подставляя (2–4) в исходное уравнения (1) получим систему шести обыкновенных дифференциальных уравнений для параметров пучка

$$\frac{da}{dz}=-\frac{a}{R}-\frac{2b}{k_0w^2}, \qquad \frac{db}{dz}=-\frac{2a}{k_0w^2}-\frac{b}{R}, \qquad \frac{dp}{dz}=\frac{1}{R}-\frac{ab}{k_0},$$

$$\frac{dq}{dz}=-\frac{2}{k_0w^2}-a^2+b^2-\frac{k_0\beta}{2}e^{-2p}, \qquad \frac{dw}{dz}=\frac{w}{R}, \tag{5}$$

$$\frac{dR}{R^2dz}=-\frac{4}{k_0^2w^4}+\frac{1}{R^2}+\frac{\beta(a^2-b^2)}{2}e^{-2p}+\frac{2\beta}{w^2}e^{-2p}.$$

2. Анализ результатов решений

Численный счет системы (5) показывает, что критическая мощность самофокусировки ($P_{кр}$) Бессель-Гауссового пучка больше чем у кругового гауссового. Например при размерах пучка $w_0 = r_0 = 1$ мм и плоском начальном фазовом фронте критическая мощность самофокусировки почти в 2,4 раза больше, чем для чисто гауссового пучка. При мощности пучка меньше критической мощности $P_{кр}$ поперечный размер светового пятна лазерного пучка (w) сначала уменьшается, а потом пучок расходится и его форма становится кольцевой (см. рисунок 1,а). Данное поведение пучка связана с тем, что при распространении бесселева пучка в среде наблюдается постоянная перекачка световой энергии из центрального максимума пучка в хвостовые максимумы. Так как гауссова функция быстро спадаете к нулю на краях пучка, обратная перекачка световой энергии к центральному максимуму не компенсирует перекачки от центра, и пучок превращается в кольцевой.

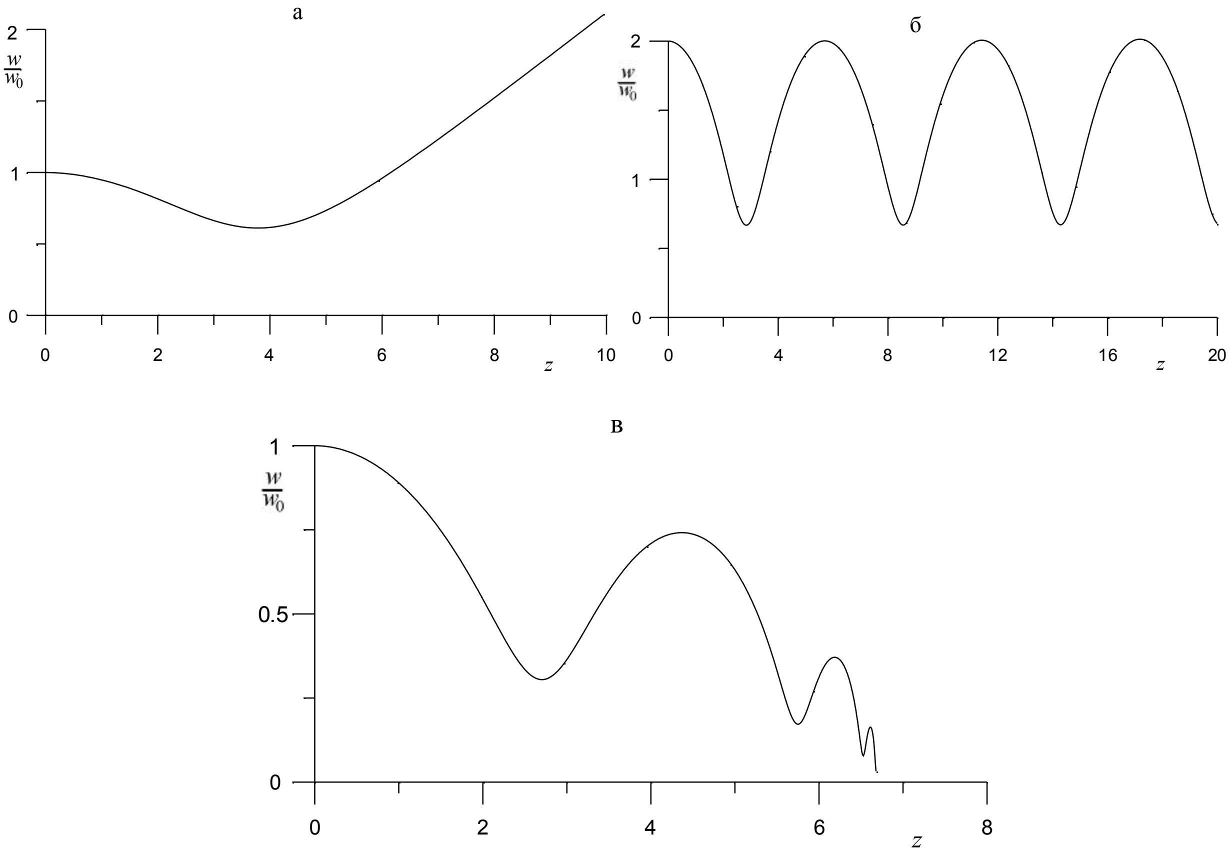

Рисунок 1 – Изменение поперечного размера w гауссовой моды Бессель-Гауссового пучка в нелинейной среде
а) мощность пучка меньше $P_{кр}$,
б) мощность пучка равна $P_{кр}$, в) мощность пучка больше $P_{кр}$.
Начальный размер $w_0 = 1$ мм

При мощности пучка равной $P_{кр}$ наблюдается квазиволноводный режим распространения. Поперечный размер гауссовой составляющей w испытывае периодические колебания (см. рисунок 1,б). При мощностях равной и больше $P_{кр}$ наличия самофокусировки препятствует перекачки энергии из центрального максимума в хвостовые максимумы и пучок при распространении в нелинейной среде сохраняет центральный максимум. Перекачка энергии от хвостовых максимов к центральному приводит к их быстрому исчезновению.

Если мощность пучка больше критической $P_{кр}$ наблюдается самосжатия пучка. Поперечные размеры w гауссовой функций осциллируя уменьшаются до нуля (см. рисунок 1,в), при этом интенсивность в центре пучка стремится к бесконечности.

Заключение

Анализ распространения Бессель-Гауссова пучка в кубически нелинейной среде в безабберационном приближении показал, что самофокусировка приводит к увеличению длинны бездифракционного распространения бесселева пучка. А при мощности пучка равной критической, центральный максимум сохраняется на всей длине и пучок не превращается в кольцевой.

Литература

1. Белый, В.Н. Преобразование частоты бесселевых световых пучков нелинейными кристаллами / В.Н. Белый, Н.С. Казак, Н.А. Хило // Квантовая электроника. − 2000. − Т. 30. − № 9. − С. 753−766.

2. Хило, П.А. Генерация второй гармоники эллиптическими бесселевыми световыми пучками в периодически поляризованных нелинейных кристаллах / П.А. Хило, Е.С. Петрова // ЖПС − 2005. − Т. 72. − № 6. − С. 752−755.

3. Севрук, Б.Б. Самомодуляция Бессель-Гауссовых волновых пучков в среде с кубической нелинейностью / Б.Б. Севрук // ЖПС. − 2006. − Т. 73. − № 5. − С. 626−630.

4. Гончаренко, А.М. Распространение световых пучков в неоднородных нелинейных средах / А.М. Гончаренко, В.Г. Кукушкин, П.С. Шаповалов // Квантовая электроника. − 1986. − Т. 14. − № 2. − С. 375−376.

5. Хохштрасе, У. Ортогональные многочлены / У. Хохштрасе // Справочник по специальным функциям. − М. : Наука, 1979. − С. 578−606.