

РАССЕЯНИЕ УЛЬТРАКОРОТКИХ ИМПУЛЬСОВ
НА КРУПНОЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЕ

А. П. Иванов и А. А. Кумейша

В приближении геометрической оптики рассмотрены вопросы рассеяния ультракоротких импульсов на крупных сферических частицах.

Развитие лазерной техники позволило уже сейчас создать источники света пикосекундной длительности. Есть основания считать, что в недалеком будущем удастся реализовать и более короткие импульсы излучения. Такие импульсы при прохождении через неоднородные среды могут оказаться по длине значительно меньше центров рассеяния (капли дождя или тумана, частицы аэрозоля, воздушные пузыри в воде и т. д.). В результате процесс рассеяния на самой частице станет нестационарным.¹ Первые попытки теоретического исследования этого процесса сделаны в работе [1]. Однако сложности математического порядка, связанные со строгим решением задачи, затрудняют конкретный анализ закономерностей явления по полученным там формулам. Между тем, если допустить, что длина волны λ падающего излучения много меньше радиуса a рассеивателя, т. е. параметр дифракции $\rho = 2\pi a/\lambda \gg 1$; то, как и в стационарной задаче [2], можно для расчета воспользоваться приближением геометрической оптики. Такой подход и использован в данной работе для изучения процессов нестационарного рассеяния на сферической частице.

Суть метода геометрической оптики заключается в предположении, что рассеянный частицей поток представляет собой совокупность следующих невзаимодействующих между собой компонент: а) излучения, отраженного поверхностью частицы, б) излучения, преломленного частицей, и (за вычетом потерь на поглощение) последовательно выходящего из нее после i внутренних отражений, где $i=0, 1, \dots$ и т. д.

Будем рассматривать слабопоглощающие частицы. Поэтому в расчетах коэффициентов отражения и пропускания по формулам Френеля достаточно ограничиться вещественной частью комплексного показателя преломления.

При изучении кинетики рассеяния ультракоротких импульсов становится очень важным выбор корректной схемы наблюдения. Дело в том, что если расстояния от частицы до различных участков поверхности светочувствительного элемента сильно отличаются (как это, например, имеет место для плоского фотоприемника, расположенного за частицей вдоль линии падающего излучения), то «растягивание» во времени регистрируемого сигнала будет в основном определяться не задержками излучения по различным путям в самой частице, а задержками, обусловленными значительно большим отличием в расстояниях от частицы до различных

¹ Под нестационарными процессами здесь понимаются переходные процессы, связанные с конечным временем прохождения импульса света через частицу. Между тем возможны и более тонкие явления, определяемые атомными (молекулярными) переходами из одного энергетического состояния в другое.

участков светочувствительной плоскости. Поэтому при выборе схемы наблюдения необходимо стремиться к тому, чтобы влияние последней не затуманивало нестационарность рассеяния на самой частице.

В этом смысле представляется целесообразной следующая схема. Однородная сферическая частица находится в воздухе. Вдоль оси Ox (рис. 1) на нее падает короткий импульс коллимированного неполяризованного излучения. Рассеянное излучение попадает на приемник, фото-чувствительная поверхность которого имеет форму описанной вокруг частицы концентрической сферы радиуса R . Лучи, отраженные от поверх-

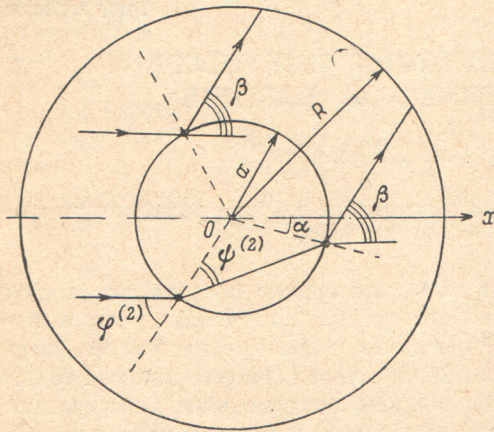


Рис. 1. Ход лучей при рассеянии света на частице.

ности частицы, называют первыми производными, преломленные и вышедшие из нее без внутреннего отражения — вторыми производными, с одним внутренним отражением — третьими и т. д.

В большинстве случаев (даже в непоглощающих частицах) оказывается возможным ограничиться учетом лишь первых двух производных, причем это тем более справедливо, чем меньше относительный показатель преломления n материала частицы. Так, например, Ю. И. Чекалинская (Институт физики АН БССР) показала, что для n , равных 2.5, 1.67, 1.33, 1.25, в первых двух производных заключено соответственно 87, 90, 95 и 98% всей энергии рассеянного излучения. Наличие самого незначительного поглощения еще больше уменьшает вклад от производных высоких порядков. Поэтому нами в расчетах учитывались только первые и вторые производные.

Вначале рассмотрим падающее излучение в виде δ -импульса. Если считать, что плоский фронт электромагнитной волны коснулся частицы в момент $u=0$ ($u=tc/a$ — безразмерное время, где c — скорость света в воздухе), то времена прихода на приемник лучей первых и вторых производных² определяются соотношениями

$$\begin{aligned} u^{(1)} &= 1 - 2 \sin(\beta/2) + \sqrt{(R/a)^2 - \cos^2(\beta/2)}, \\ u^{(2)} &= 1 - \cos \varphi^{(2)} + 2n \cos \psi^{(2)} + \end{aligned} \quad (1)$$

$$+ \frac{\sin \alpha - \cos \beta \sin(\alpha + \beta) + \sqrt{(R/a)^2 - \sin^2(\alpha + \beta)} \sin \beta}{\sin \beta}, \quad (2)$$

где β — угол рассеяния (рис. 1), угол между направлением рассеянного луча и прямой, параллельной оси Ox , проведенной через точку выхода последнего из частицы; $\alpha = 2\psi^{(2)} - \varphi^{(2)}$, $\psi^{(2)} = \varphi^{(2)} - \beta$, $\varphi^{(2)} = \arctg \frac{n \sin \beta/2}{n \cos \beta/2 - 1}$; углы $\varphi^{(2)}$, $\psi^{(2)}$ — соответственно углы падения и преломления лучей вторых производных.

Варьируя в формулах (1), (2) значения угла β ($0 \leq \beta \leq \pi$), получаем времена прихода на приемник лучей соответствующих производных, рассеянных под этими углами. Следует отметить, что поскольку угол рассеяния вторых производных ограничен величиной

$$\beta_{\text{макс}}^{(2)} = \pi - \arcsin(1/n), \quad (3)$$

то для них расчет $u^{(2)}$ достаточно выполнять до значения $\beta = \beta_{\text{макс}}^{(2)}$.

² Здесь и в дальнейшем индексами (1) и (2) будем обозначать величины, относящиеся соответственно к первым и вторым производным.

Соответствующая варьируемым углам сила света рассеянного излучения определяется [2] по следующим формулам:

$$I_{\text{расс.}}^{(1)}(\beta) = \frac{a^2 E_0}{8} \left\{ \left[\frac{\sin \beta/2 - \sqrt{n^2 - \cos^2 \beta/2}}{\sin \beta/2 + \sqrt{n^2 - \cos^2 \beta/2}} \right]^2 + \left[\frac{n^2 \sin \beta/2 - \sqrt{n^2 - \cos^2 \beta/2}}{n^2 \sin \beta/2 + \sqrt{n^2 - \cos^2 \beta/2}} \right]^2 \right\}, \quad (4)$$

$$I_{\text{расс.}}^{(2)}(\beta) = \frac{a^2 E_0}{8} m^4 \frac{(np-1)^3 (n-p)^3}{p(n^2+1-2np)^2} \left(1 + \frac{1}{p^4}\right) \exp(-2ka \cos \psi^{(2)}), \quad (5)$$

где $m=2n/(n^2-1)$, $p=\cos \beta/2$, k — показатель поглощения материала частицы.

Следует отметить, что формулы (4), (5) выведены в предположении $R \gg a$. Однако сопоставление результатов строгих расчетов с расчетами по (4), (5) показывает, что и для используемого нами диапазона $10 \leq R/a < 100$ с ростом угла рассеяния погрешности в вычислении интенсивности по указанным формулам быстро падают. Например, если при $\beta=10^\circ$ они не превышают 30%, то при 35° — 15%. Эти оценки соответствуют $R/a=10$ и $n=1.33$.

Поэтому для качественного анализа процессов нестационарного рассеяния можно использовать приведенные соотношения.

Выражая из уравнений (1), (2) переменную β через u и подставляя ее в уравнения (4), (5), получим зависимость силы света рассеянного излучения соответствующих производных от безразмерного времени, которая в общем виде запишется следующим образом:

$$I_{\text{расс.}}(u) = \frac{a^2 E_0}{8} f(u; n; R/a; 2ka), \quad (6)$$

где E_0 — плотность потока падающей радиации; f — функция, которая, как видно, зависит только от безразмерных параметров. Из-за громоздкости ее конкретный вид здесь не приводится.

Используя формулу (6), исследовалась временная и угловая структура рассеянного излучения для различных n , R/a , $2ka$.

Результаты расчетов для $R/a=10$ приведены на рис. 2. Здесь по оси ординат отложена величина f , по оси абсцисс — безразмерное время u . Отсчет времени начинается от момента поступления первого рассеянного луча на приемник. Значения β (числа в градусах) около отмеченных расчетных точек на рис. 2 означают, что в соответствующие моменты времени u на приемник попадает излучение, рассеянное под указанными углами.

Рассмотрим сначала случай $n > 1$. Соответствующие ему кривые обозначены на рис. 2 цифрами 1—4. Из представленных данных видно, что с увеличением n происходит перераспределение энергии между первыми и вторыми производными в сторону увеличения энергии рассеянного излучения первых производных, а также возрастает длительность «отклика» $\Delta u^{(2)} = u_{\beta=\beta_{\text{макс}}}^{(2)} - u_{\beta=0^\circ}^{(2)}$ вторых производных. Длительность же отклика первых производных $\Delta u^{(1)} = u_{\beta=0^\circ}^{(1)} - u_{\beta=180^\circ}^{(1)}$ от n не зависит. Влияние поглощения в частице рассмотрено для случая $n=1.33$ и иллюстрируется на графике тремя штриховыми кривыми. Расчет выполнен до значения $\beta=70^\circ$. Из рис. 2 видно, что при наличии поглощения на первоначальной стадии развития импульса, когда структура света определяется первой производной, форма сигнала естественно не зависит от $2ka$, затем с момента попадания на приемник вторых производных интенсивность становится функцией поглощательной способности. При этом скорость убывания f от u слабо зависит от $2ka$.

На рис. 3 представлены характеристики временных зависимостей рассеянного излучения от параметра R/a . По оси абсцисс отложено отношение R/a , по оси ординат — величины $\Delta u^{(1)}$, $\Delta u^{(2)}$ и длительность «паузы» Δu_n между откликами первых и вторых производных. Как видно, с ростом R/a величина $\Delta u^{(1)}$ стремится к своему предельному значению; из анализа формул (1) и (2) нетрудно убедиться, что оно равно двум.

Длительность паузы с увеличением R/a монотонно убывает, причем

кривые для разных n подобны, они лишь сдвинуты по оси ординат. Предельные значения, к которым стремятся соответствующие кривые, определяются соотношением

$$\lim_{R/a \rightarrow \infty} \Delta u_n = 2(n-1).$$

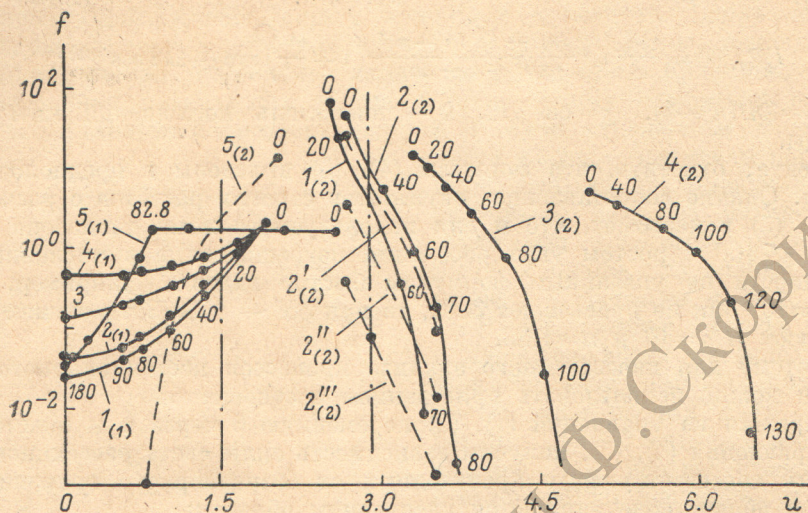


Рис. 2. Временная структура рассеянного излучения при облучении частицы δ -импульсом.

1 — $n=1.25$, 2 — 1.33, 3 — 1.67, 4 — 2.5, 5 — 0.75; цифры без штрихов — $2ka=0$, с одним штрихом — 0.1, с двумя штрихами — 0.5, с тремя штрихами — 1.0; индексы (1), (2) обозначают соответственно первые и вторые производные.

Длительность отклика $\Delta u^{(2)}$ при возрастании R/a также монотонно стремится к своему предельному значению, которое может быть определено для конкретных n по формулам (1)–(3).

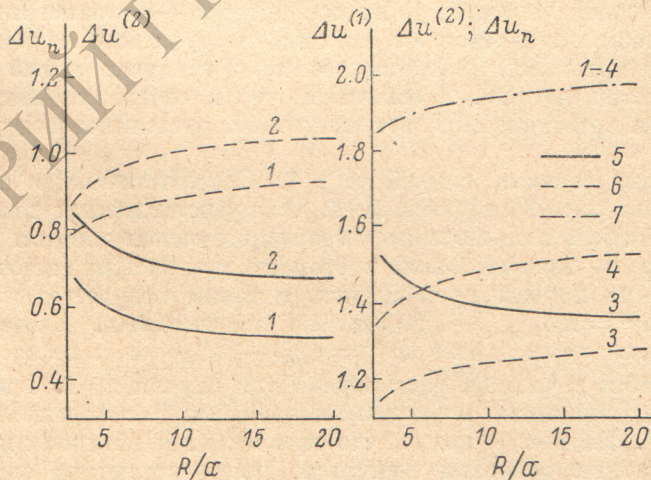


Рис. 3. Зависимость временной структуры рассеянного излучения от параметра R/a .

1 — $n=1.25$, 2 — 1.33, 3 — 1.67, 4 — 2.5, 5 — Δu_n , 6 — $\Delta u^{(2)}$, 7 — $\Delta u^{(1)}$.

Рассмотрим теперь случай $n < 1$. Результаты расчетов для частиц с $n < 1$ (воздушный пузырек в воде) показывают, что во всем рассматриваемом нами диапазоне $10 \leq R/a < 1000$ отклики первых и вторых производных перекрываются (в отличие от случая для частиц с $n > 1$ для той же геометрии эксперимента, где наложение не наблюдается). Например, для $R/a=10$ указанные отклики представлены на рис. 2 кривыми 5.

Кроме того, отклик вторых производных $\Delta u^{(2)}$ для данного диапазона отношений R/a целиком лежит в пределах длительности отклика $\Delta u^{(1)}$ первых производных.

Следует отметить, что увеличение R/a слабо влияет на изменение общей формы суммарного сигнала двух производных и в основном определяет в нем лишь длительности $\Delta u^{(1)}$ и $\Delta u^* = u_{\beta=0^\circ}^{(1)} - u_{\beta=0^\circ}^{(2)}$. Характерно, что при всех исследуемых значениях R/a наблюдается довольно точное выполнение соотношения

$$\Delta u^{(1)} - \Delta u^* = 2.$$

Важно подчеркнуть, что в отличие от случая частиц с $n > 1$ в рассматриваемой задаче появляется качественно новое явление — полное внутреннее отражение, которое накладывает свой специфический отпечаток на временную и угловую структуру рассеянного пузырьком излучения.

До сих пор мы считали, что приемник по форме представляет собой описанную вокруг частицы концентрическую сферу радиуса R . Однако реализуемые на практике случаи предполагают использование приемников более простой конфигурации — например, в виде

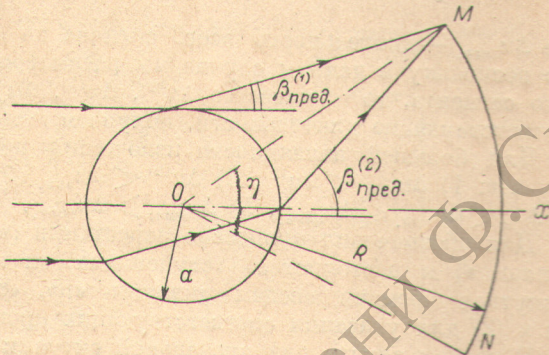


Рис. 4. Схема регистрации света приемником в виде шарового сегмента.

части сферы — шарового сегмента радиуса R (рис. 4), расположенного за частицей симметрично относительно оси Ox и наблюдаемого из центра последней под плоским углом η .

Пусть в этом случае предельные углы рассеяния первых и вторых производных, еще попадающих на приемник, будут соответственно $\beta_{\text{пред.}}^{(1)}$ и $\beta_{\text{пред.}}^{(2)}$. Предполагается, что $\beta_{\text{пред.}}^{(2)} < \beta_{\text{макс.}}^{(2)}$; в противном случае использование шарового сегмента вместо полной сферы не произведет никаких изменений во временной структуре вторых производных. Из геометрических соображений нетрудно вывести зависимости

$$\beta_{\text{пред.}}^{(1)} = f_1(\eta, R/a), \quad (7)$$

$$\beta_{\text{пред.}}^{(2)} = f_2(n, \eta, R/a), \quad (8)$$

которые мы не приводим ввиду их громоздкости.

Задавая конкретные значения n , R/a , η , можно по формулам (7), (8) вычислить предельные углы и, ориентируясь по указанным значениям β около расчетных точек на рис. 2, определить моменты начала и окончания сигнала на приемнике.

Например, для случая $n=1.33$, $\eta = \pi/3$, $R/a=10$ приемник зарегистрирует лишь сигнал, показанный на рис. 2 между двумя вертикальными штрих-пунктирными линиями, проведенными через расчетные точки, соответствующие углам $\beta_{\text{пред.}}^{(1)}$ и $\beta_{\text{пред.}}^{(2)}$.

Напомним, что сказанное выше относилось к случаю рассеяния на частице импульса столь малой длительности, что его можно было считать δ -импульсом. Однако практический интерес представляют ситуации, когда рассеивается импульс конечной длительности.

Известно, что если отклик на δ -импульс какой-либо линейной системы описывается функцией $I(u)$, то отклик $F(u)$ этой же системы на импульс $E(u)$ определяется через интеграл свертки

$$F(u) = \int_0^{\Delta u_{\text{имп.}}} I(u - \tau) E(\tau) d\tau.$$

В нашем случае указанные функции имеют следующий смысл: $F(u)$ — сила света рассеянного излучения при облучении частицы импульсом $E(u)$, $I(u)$ — сила света при рассеянии на частице δ -импульса, $E(u)$ — плотность потока падающей радиации, $\Delta u_{\text{имп.}}$ — длительность импульса $E(u)$, τ — безразмерное время задержки.

Для простоты определим функцию $E(u)$ следующим образом: $E(u) = A$ (постоянная величина) при $0 \leq u \leq \Delta u_{\text{имп.}}$ и $E(u) = 0$ вне указанного интервала.

Рассмотрим конкретный случай $n = 1.33$, $\eta = \pi/3$, $R/a = 10$ без учета поглощения в частице. Для него, как видно из рис. 2,

$$\Delta u^{(2)} < \Delta u^{(1)} < \Delta u_n < \Delta u_{\text{сигн.}}$$

где $\Delta u_{\text{сигн.}}$ — длительность всего сигнала на приемнике. Следует отметить, что поскольку в данном случае мы рассматриваем приемник в виде шарового сегмента, то в качестве $\Delta u^{(2)}$, $\Delta u^{(1)}$, Δu_n и $\Delta u_{\text{сигн.}}$ мы должны брать соответствующие длительности, получаемые на приемнике в виде сегмента.

Для большей наглядности изложения целесообразно рассмотреть пять случаев: 1) $\Delta u_{\text{имп.}} \leq \Delta u^{(2)}$, 2) $\Delta u^{(2)} < \Delta u_{\text{имп.}} \leq \Delta u^{(1)}$, 3) $\Delta u^{(1)} < \Delta u_{\text{имп.}} \leq \Delta u_n$, 4) $\Delta u_n < \Delta u_{\text{имп.}} \leq \Delta u_{\text{сигн.}}$, 5) $\Delta u_{\text{имп.}} > \Delta u_{\text{сигн.}}$.

Для обозначения процессов нарастания («разгорания»), убывания («затухания») и постоянства («ступеньки») силы света на определенных промежутках времени введем индексы «р», «з» и «с», сохраняя индексы (1) и (2) для указания соответствующих производных.

В первом случае для предельной ситуации $\Delta u_{\text{имп.}} = \Delta u^{(2)}$ процессы разгорания и затухания силы света вторых производных, нормированные на наибольшее значение, представлены на рис. 5 кривыми $1_p^{(2)}$ и $1_z^{(2)}$, описываемыми некоторыми функциями $F_p^{(2)}(u)$ и $F_z^{(2)}(u)$. Можно показать, что взаимосвязь этих функций имеет следующий вид:

$$F_p^{(2)}(u) + F_z^{(2)}(u + \Delta u^{(2)}) = C,$$

где C — постоянная, пропорциональная энергии отклика на δ -импульс вторых производных. Если же $\Delta u_{\text{имп.}} < \Delta u^{(2)}$, то максимальное значение отклика вторых производных находится в некоторой промежуточной точке на кривой $1_p^{(2)}$ (например, в случае $\Delta u_{\text{имп.}}/\Delta u^{(2)} \approx 0.4$ это точка А) и по мере приближения к предельной ситуации оно стремится к своему экстремальному значению в точке Б. Отклики же первых производных для $\Delta u_{\text{имп.}}/\Delta u^{(2)} = 1$ и $\Delta u_{\text{имп.}}/\Delta u^{(2)} \approx 0.4$ обозначены на рис. 5 соответственно через $1_p^{(1)}$, $1_z^{(1)}$ и $2_p^{(1)}$, $2_z^{(1)}$.

В предельной ситуации для второго случая ($\Delta u_{\text{имп.}} = \Delta u^{(1)}$) процессы разгорания и затухания рассеянного излучения первых производных представлены кривыми $3_p^{(1)}$ и $3_z^{(1)}$. Пусть они описываются некоторыми функциями $F_p^{(1)}(u)$ и $F_z^{(1)}(u)$.

Взаимосвязь этих функций имеет вид

$$F_p^{(1)}(u) + F_z^{(1)}(u + \Delta u^{(1)}) = D,$$

где D — постоянная, пропорциональная энергии отклика на δ -импульс первых производных.

Для рассматриваемого случая ($\Delta u^{(2)} < \Delta u_{\text{имп.}} \leq \Delta u^{(1)}$) вторые производные после достижения максимума в точке Б образуют ступеньку $\Delta u_c^{(2)}$ длительностью $\Delta u_c^{(2)} = \Delta u_{\text{имп.}} - \Delta u^{(2)}$. Процесс последующего затухания (см., например, кривую $3_z^{(2)}$), как можно показать, описывается функцией $F_z^{(2)}(u)$.

В третьем случае ступеньку длительностью $\Delta u_c^{(1)} = \Delta u_{\text{имп.}} - \Delta u^{(1)}$ начинают образовывать уже и первые производные, а процессы их разгорания и затухания описываются соответственно функциями $F_p^{(1)}(u)$ и $F_z^{(1)}(u)$. В предельной ситуации для третьего случая ($\Delta u_{\text{имп.}} = \Delta u_n$) ступенька первых производных простирается вплоть до начала отклика вторых производных и при дальнейшем увеличении длительности падающего импульса временная структура отраженных лучей уже не видоизменяется.

В четвертом случае отклики первых и вторых производных начинают перекрываться. Для предельной ситуации ($\Delta u_{\text{имп.}} = \Delta u_{\text{сигн.}}$) процесс совместного нарастания интенсивности рассеянного излучения $F_p^{(1+2)}(u)$ графически представлен кривой $5_p^{(1+2)}$. Затем начинается затухание первых производных, описываемое функцией $F_p^{(1)}(u)$, и после образования ступеньки длительностью $\Delta u_c^{(2)} = \Delta u_{\text{имп.}} - \Delta u_c^{(1)} - \Delta u_c^{(2)}$ начинается затухание и вторых производных, происходящее по закону $F_p^{(2)}(u)$. Можно показать, что $F_p^{(1+2)}(u)$ и $F_p^{(2)}(u)$ связаны простым соотношением

$$F_p^{(1+2)}(u) = F_p^{(2)}(u) + D.$$

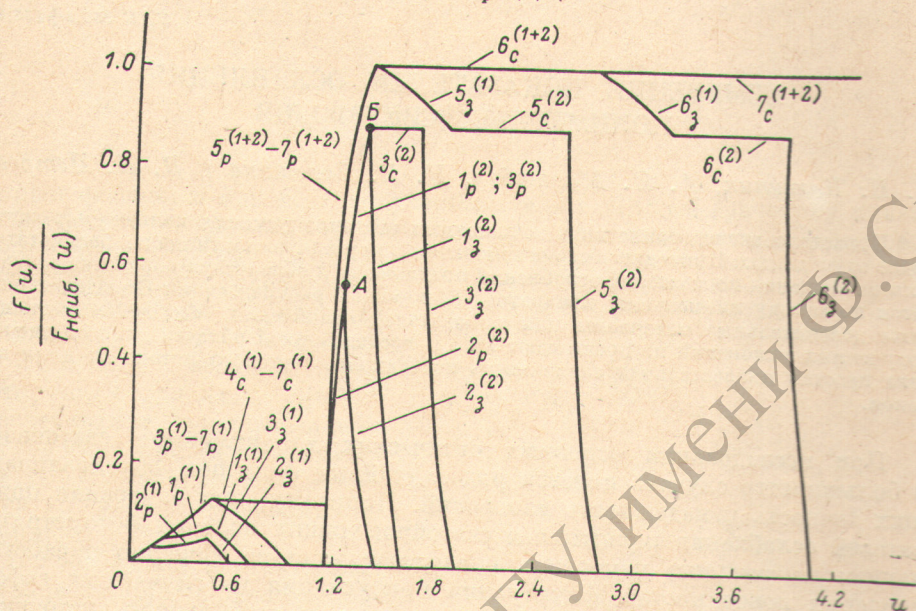


Рис. 5. Временная структура рассеянного излучения при облучении частицы прямоугольным импульсом. $R/a=10$, $n=1.33$, $2ka=0$, $\eta=\pi/3$.

1 - $\Delta u_{\text{имп.}}/\Delta u_c^{(2)} = 1$, 2 - $\Delta u_{\text{имп.}}/\Delta u_c^{(2)} \approx 0.4$, 3 - $\Delta u_{\text{имп.}}/\Delta u_c^{(1)} = 1$, 4 - $\Delta u_{\text{имп.}}/\Delta u_c = 1$, 5 - $\Delta u_{\text{имп.}}/\Delta u_{\text{сигн.}} = 1.9$, 6 - $\Delta u_{\text{имп.}}/\Delta u_{\text{сигн.}} = 1.9$, 7 - $\Delta u_{\text{имп.}}/\Delta u_{\text{сигн.}} = \infty$.

В пятом случае при $\Delta u_{\text{имп.}} > \Delta u_{\text{сигн.}}$ отличие от предыдущего заключается лишь в появлении совместной ступеньки первых и вторых производных

$$\Delta u_c^{(1+2)} = \Delta u_{\text{имп.}} - \Delta u_{\text{сигн.}}$$

после чего происходит последовательное затухание первых производных, образование ступеньки вторых производных и их затухание.

Конечно, рассмотренная нами схема наблюдения рассеяния импульса света не является единственной, и описанный метод расчета может быть распространен на любые геометрические системы регистрации. Однако, как уже отмечалось в начале статьи, критерием их выбора должно быть требование, чтобы схема наблюдения не вносила искажений в трансформированный частицей рассеянный импульс.

Литература

- [1] А. И. Калинин, С. Д. Творогов. Изв. вузов, физика, № 8, 80, 1972.
 [2] К. С. Шифрин. Рассеяние света в мутной среде. Изд. технико-теор. лит., М.—Л., 1951.

Поступило в Редакцию 20 апреля 1976 г.