УДК 330:005.048

С. Ф. Каморников
sfkamornikov@mail.ru
Гомельский государственный университет им. Ф. Скорины, г. Гомель, Беларусь

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ МОДЕЛИ ХАРРИСА-УИЛСОНА

Задача расчета оптимального размера поставки является центральной в политике управления запасами. Для ее решения в экономической практике уже более ста лет используется простейшая модель Харриса–Уилсона, больше известная в научной и учебной литературе по логистике в вычислительной и графической формах. В данной работе предлагается функциональное представление этой модели.

Как отмечено в [1], модель оптимального размера запасов (*EOQ*) впервые была предложена Фордом Уитманом Харрисом в работе [2] в 1913 году и опубликована в журнале «Factory. The Magazine of Management» (переименованном позже в «Business Week»). Тираж этого специализированного издания составлял 10000 экземпляров (что по тем временам охватывало достаточно широкую аудиторию) и был ориентирован в основном на менеджеров, занятых в производственной сфере.

Несмотря на публикацию в таком солидном издательстве, статья Харриса осталась практически незамеченной в академической среде и не принесла известности автору. Лишь в 1934 году Уилсон Р.Х., профессор Гарвардской школы бизнеса, опубликовал статью [3], в которой проанализировал предложенную Харрисом модель и сформулировал принципиальный вывод о том, что оптимальный размер запасов достигается при балансе между затратами на размещение и издержками на хранение. С того времени в логистике модель *EOQ* стала носить название «модель Уилсона».

Только в 1989 году сотрудник Калифорнийского университета Д. Экленкоттер в статье «Форд Уитман Харрис и модель оптимального размера запасов» [4] отметил авторство самого Харриса в разработке этой модели. С тех пор модель оптимального размера запасов стала встречаться в научной экономической литературе и как «модель Харриса», и как «модель Уилсона».

Говорят, что построена модель управления запасами (вычислительная, графическая или аналитическая (функциональная)), если в соответствующей форме получены ответы на следующие четыре вопроса:

1) Какой объем должна иметь оптимальная партия поставки?

2) Через какие промежутки времени должна осуществляться такая поставка?

3) Каковы издержки в единицу времени, связанные с организацией размещения и хранения запасов, в случае поставки оптимальной партии?

4) При каком уровне запаса и в какой момент времени нужно осуществлять заказ на поставку новой партии (какова точка заказа)?

Модель Харриса–Уилсона описывает ситуацию закупки продукции у внешнего поставщика и характеризуется следующими допущениями: уровень запасов снижается равномерно с интенсивностью v ; заказ поставляется в виде одной партии размером Q единиц и осуществляется в момент, когда все запасы исчерпаны; заказ выполняется мгновенно; расходы, связанные с размещением заказа и поставкой партии, не зависят от объема партии и равны постоянной величине K ; издержки содержания единицы товара на складе в единицу времени равны s ; дефицит недопустим.

Построенная Харрисом и Уилсоном простейшая модель управления запасами относится к классу так называемых *вычислительных* моделей. Она при наличии отмеченных ограничений с помощью нескольких чисел отвечает на сформулированные выше вопросы следующим образом:

1) оптимальный объем Q партии поставки должен иметь значение $\sqrt{\frac{2Kv}{\ }}$;

2) интервал поставки должен иметь значение T, равное $\sqrt{\frac{2K}{\ }}$;

3) издержки в единицу времени, связанные с организацией размещения и хранения запасов, в случае поставки оптимальной партии равны $\sqrt{2Kvs}$.

Вычислительная модель Харриса–Уилсона в логистической теории дополняется графической моделью, отражающей циклы изменения уровня запаса на складе с помощью «пилообразной» ломаной, «зубья» которой имеют высоту Q и ширину T .

Однако для описания уровня запаса в любой момент времени ни вычислительная, ни графическая модели, конечно, не применимы. Эта проблема может быть решена только построением функциональной (аналитической) модели.

В работе на основе свойств функций $y=[x]$ (целая часть числа) и $y=\{x\}$ (дробная часть числа) с использованием техники преобразования графиков функций показывается, что функциональная модель, соответствующая вычислительной модели Харриса–Уилсона, имеет вид $y=Q\left(1-\left\{\frac{x}{T}\right\}\right)$ (или $y=Q\left(1-\left(\frac{x}{T}-\left[\frac{x}{T}\right]\right)\right)$), где $Q=\sqrt{\frac{2Kv}{s}}$ и $T=\sqrt{\frac{2K}{sv}}$.

Таким образом, с учетом значений вычислительной модели аналитическое представление простейшей модели Харриса–Уилсона имеет вид:

$$y=\sqrt{\frac{2Kv}{s}}\cdot\left(1-\left\{\sqrt{\frac{sv}{2K}}\cdot t\right\}\right),\ \text{где } t\geq 0,$$

или

$$y=\sqrt{\frac{2Kv}{s}}\cdot\left(1-\left(\sqrt{\frac{sv}{2K}}\cdot t-\left[\sqrt{\frac{sv}{2K}}\cdot t\right]\right)\right),\ \text{где } t\geq 0.$$

Построенная модель позволяет вычислять величину запаса в каждый момент времени t_0. Для этого достаточно вычислить значения последних функции в точке t_0.

Кроме того, построенная функциональная модель позволяет определять моменты времени, в которые значение запаса имеет заданный уровень y_0. Для этого необходимо решить уравнение $y(t)=y_0$, т.е. уравнение $\sqrt{\frac{2Kv}{s}}\cdot\left(1-\left\{\sqrt{\frac{sv}{2K}}\cdot t_1\right\}\right)=y_0$. Ввиду периодичности функции $y(t)$ общее решение его имеет вид $t=T\cdot(n+1)-\frac{y_0}{v}$, где n – целое неотрицательное число. Таким образом, функция может использоваться на складе для контроля уровня запаса.

Литература

1. Архипов С.В. Модификация модели управления запасами Харриса–Уилсона / Экономист. 2012. №1. С. 59–62.

2. Harris F.W. How many parts to make at once / Factory. The Magazine of Management. 1913. №10. P. 135–136.

3. Wilson R.H. A scientific routine for stock control / System. Harvard Business Review. 1934. №13. P. 116–128.

4. Erlenkotter D. Ford Whitman Harris and the economic order quantity model / Management Science. 1990. №38. P. 37–46.