КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 535.39

О ПОЛНОМ ОТРАЖЕНИИ СВЕТОВОГО ПУЧКА

С. Г. Веселаго и А. А. Колоколов

Полное отражение от прозрачной среды пучков, ограниченных в поперечном сечении, исследовано довольно подробно [1-3]. Во всех работах основное внимание уделялось описанию отраженного пучка, в то время как пространственная структура преломленного пучка практически не изучена. Знание распределения поля преломленного пучка в области полного отражения необходимо для расчета ряда оптических систем, используемых в интегральной оптике. В настоящей работе рассмотрена пространственная структура преломленного пучка для случая полного отражения света от прозрачной однородной среды.

Пусть на границу раздела двух прозрачных сред падает под углом θ монохроматический плоский пучок с гауссовым распределением амплитуды электрического поля, поляризованный перпендикулярно плоскости падения. Электрические поля падающего E_i и преломленного E_t пучков удобно записать в виде интеграла Фурье по плоским волнам

$$\left.\begin{aligned} E_i(x, z) &= \frac{1}{2\pi\cos\theta}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\exp\left[-\left(\frac{k_x-k_1\sin\theta}{2\cos\theta}w\right)^2+ik_xx+ik_{1z}z\right]dk_x,\\ E_t(x, z) &= \frac{1}{2\pi\cos\theta}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}T(k_x)\exp\left[-\left(\frac{k_x-k_1\sin\theta}{2\cos\theta}w\right)^2+ik_xx+ik_{2z}z\right]dk_x.\end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Здесь w — ширина пучка, $k_1=\omega n_1/c$, $k_2=\omega n_2/c$, n_1 и n_2 — соответственно показатель преломления среды, из которой падает свет, и отражающей среды, ω и c — соответственно частота и скорость света в вакууме, $k_{1z}=(k_1^2-k_x^2)^{1/2}$, $k_{2z}=(k_2^2-k_x^2)^{1/2}$, $T(k_x)=2k_{1z}/(k_{1z}+k_{2z})$ — френелевский коэффициент пропускания. Оси x и z направлены соответственно параллельно и перпендикулярно поверхности раздела двух сред.

Электрическое поле преломленного пучка $E_t(x, z)$ при $k_2w \gg 1$ может быть разложено в ряд по степеням малого параметра $(k_2\omega)^{-1}$

$$E_t(x, z)=E_t^{(0)}(x, z)+E_t^{(1)}(x, z)+E_t^{(2)}(x, z)+\ldots. \qquad (2)$$

Первый член разложения $E_t^{(0)}$ не зависит от величины $(k_2w)^{-1}$ и соответствует приближению геометрической оптики. Величина первого поправочного члена $E_t^{(1)}$, описывающего так называемую боковую волну, зависит от угла падения θ. Если угол θ лежит вне малой окрестности критического угла, где $\theta-\theta_c \gg (k_2w)^{-1}$, то $E_t^{(1)} \sim (k_2w)^{-1}$. При выполнении условия $|\theta-\theta_c| \leqslant (k_2w)^{-1}$ порядок поправочного члена определяется величиной $(k_2w)^{-1/2}$.

Рассмотрим сначала область $\theta-\theta_c \gg (k_2w)^{-1}$, где вкладом боковой волны можно пренебречь. В этом случае функция $T(k_x)$ слабо зависит от k_x, поэтому ее можно считать постоянной и вынести из-под знака интеграла

$$E_t^{(0)}(x_1z) \simeq \frac{T(k_1\sin\theta)}{2\pi\cos\theta}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\exp\left[-\left(\frac{k_x-k_1\sin\theta}{2\cos\theta}w\right)^2+ik_xx+ik_{2z}z\right]dk_x. \qquad (3)$$

Функциональная зависимость $E_t^{(0)}$ определяется величиной параметра $\gamma_0=z/z_0$, где $z_0=w^2(k_1^2\sin^2\theta-k_2^2)^{1/2}/2\cos^2\theta$. При $\gamma_0 \leqslant 1$ вычисление интеграла (3) приводит к следующему результату:

$$E_t^{(0)}(x, z) \sim \frac{T(k_1\sin\theta)}{2\pi\cos\theta}\exp\left\{-\frac{x^2\cos^2\theta}{w^2}+i\frac{k_1x\sin\theta}{1+z/z_0}-\right.$$
$$\left.-k_1z\left[\frac{\sin^2\theta}{(1+z/z_0)^2}-\sin^2\theta_c\right]^{1/2}\right\}. \qquad (4)$$

Из выражения (4) следует, что в ближней к границе раздела сред зоне, где $z \leqslant z_0$, основную роль в формировании преломленного пучка играют неоднородные волны, амплитуда которых экспоненциально уменьшается с ростом z. Эффективное значение k_x для преломленной волны уменьшается с увеличением z, согласно формуле $k_x = k_1 \sin\theta/(1+z/z_0)$. Таким образом, в процессе распространения преломленного пучка происходит фильтрация его углового спектра. Интересно отметить, что положение максимума амплитуды преломленного пучка не зависит от z и совпадает с положением максимума амплитуды падающей волны на границе раздела сред.

В дальней зоне, где $\gamma_0 \gg 1$, приближенное вычисление интеграла (3) приводит к новой функциональной зависимости поля

$$E_t^{(0)}(x, z) \sim \frac{\exp\{-[(k_2 - k_1 \sin\theta)\, w/2\cos\theta]^2 + ik_2x\}}{k_2 z}. \tag{5}$$

Выражение (5) справедливо для центральной области преломленного пучка, где $|x| \ll k_2^3 w^4$. Теперь главную роль в формировании $E_t^{(0)}$ играют плоские волны, падающие на границу раздела сред под критическим углом θ_c. В результате амплитуда поля в дальней зоне уменьшается не экспоненциально, а обратно пропорционально z^2.

Если угол падения θ лежит в области $|\theta - \theta_c| \ll (k_2 w)^{-1}$, то функцию $T(k_x)$ нельзя считать постоянной и необходимо учитывать поле боковой волны $E_t^{(1)}(x, z)$. Рассмотрим наиболее интересный случай $\theta = \theta_c$. Параметром, определяющим функциональную зависимость $E_t^{(0)}$ и $E_t^{(1)}$ при $\theta = \theta_c$, является $\gamma_1 = z/z_1$, где $z_1 = w/2(\cos\theta_c k_1 w)^{1/2}$. При $\gamma_1 \ll 1$ вычисления приводят к следующим результатам:

$$\left.\begin{aligned} E_t^{(0)}(x, z) &\sim E_t^{(0)}(x, 0) + i\frac{z}{z_1}\frac{\exp(ik_2x)}{w}\exp\left(\frac{\eta^2}{4}\right)[D_{-3/2}(\eta) + iD_{-3/2}(-\eta)], \\ E_t^{(1)}(x, z) &\sim E_t^{(1)}(x, 0) - \frac{z}{z_1}\frac{1}{(k_2 w)^{1/2}}\frac{x}{w}\exp\left(-\frac{x^2\cos^2\theta_c}{w^2}\right). \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

Здесь $D_{-3/2}(\eta)$ — функция параболического цилиндра, $\eta = i\sqrt{2}\, x\cos\theta_c/w$. Из (6) видно, что в ближней зоне поле преломленного пучка зависит от z очень слабо. Отметим, что $|E_t^{(1)}(x, 0)|/|E_t^{(0)}(x, 0)| \sim (k_2 w)^{-1/2}$, $|x| \leqslant w$.

В дальней зоне $\gamma_1 \gg 1$ функциональные зависимости для преломленного поля имеют вид

$$E_t^{(0)}(x, z) \sim \frac{\exp(ik_2x)}{k_2 z^2}, \quad E_t^{(1)}(x, z) \sim \frac{\exp(ik_2x)}{k_2^2 z^3}. \tag{7}$$

Формулы (7) справедливы для центральной части пучка $|x| \leqslant w/\cos\theta_c$. Таким образом, в дальней зоне для всех значений $\theta \geqslant \theta_c$ зависимость поля $E_t^{(0)}$ от z одинакова. Это объясняется тем, что поле в дальней зоне определяется одной и той же группой плоских волн, угол падения которых $\theta = \theta_c$.

Электрическое E_r и магнитное H_r поля отраженного пучка, а также магнитное поле H_t преломленного пучка могут быть тоже разложены в ряд по степеням малого параметра $(k_2 w)^{-1}$. Представляет интерес рассмотреть выполнение граничных условий для соответствующих членов разложения. Несложный расчет показывает справедливость следующих соотношений для $z=0$:

$$E_i + E_r^{(0)} = E_t^{(0)}, \quad H_i = -H_r^{(0)},$$
$$E_r^{(1)} = E_t^{(1)}, \quad H_r^{(1)} = H_t^{(0)}.$$

При этом $|H_t^{(1)}|/|H_t^{(0)}| \sim (k_2 w)^{-2}$. Следовательно, граничные условия для отдельно взятых отраженной и преломленной боковых волн не выполняются, поэтому их нельзя рассматривать как независимые волновые образования. Последнее обстоятельство отмечалось также в [4].

Полученные в настоящей работе результаты показывают, что пространственная структура преломленного пучка существенно зависит как от глубины его проникновения в отражающую среду, так и от близости угла падения пучка θ к критическому углу полного отражения θ_c.

Авторы благодарны Г. В. Скроцкому за интерес к работе и полезное обсуждение.

Литература

[1] B. R. Horowitz, T. Tamir. J. Opt. Soc. Am., *61*, 586, 1971.
[2] B. R. Horowitz, T. Tamir. Appl. Phys., *1*, 31, 1973.
[3] Л. М. Бреховских. Волны в слоистых средах. «Наука», М., 1973.
[4] Дж. А. Стрэттон. Теория электромагнетизма. ОГИЗ, М., 1948.

Поступило в Редакцию 29 сентября 1976 г.