

КАНАЛИРОВАНИЕ СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ  
В ОПТИЧЕСКОМ УСИЛИТЕЛЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

И. П. Мазанько и М. В. Свиридов

Исследуется процесс распространения спонтанного излучения в среде оптического усилителя бегущей волны. Получены усредненные функции «распространения», учитывающие отражение этого излучения от диэлектрических стенок, фильтрацию излучения при его усилении, а также пространственную неоднородность инверсии.

В [1, 2] показано, что отражение спонтанного излучения от стенок кюветы газового оптического усилителя (ОУ) может существенно увеличить его шумы и определенным образом ограничить коэффициент усиления. Однако, с другой стороны, возможно использование таких отражений для накопления полезного сигнала [3]. В связи с этим представляет интерес дальнейшее, более детальное изучение работы ОУ с учетом влияния его стенок.

В отличие от [1] в настоящей работе дана теория спонтанного излучения ОУ, учитывающая неоднородность инверсии в поперечном сечении кюветы, а также пространственную и временную фильтрацию этого излучения в активной среде. Кроме того, проведена уточненная односторонняя модели ОУ, использованной в [1].

Как и в [1], рассмотрены три случая: отражения от стенок кюветы ( $R=0$ , где  $R$  — средний коэффициент отражения [4]), френелевские отражения ( $0 < R < 1$ ) и случай полного внутреннего отражения ( $0 < R < 1$ ), более характерный для твердотельных ОУ.

Кроме того, проведена оценка влияния на спонтанное излучение ОУ пространственной неоднородности параметра насыщения активной среды.

При расчетах использованы следующие основные допущения.

- Параметры активной среды ОУ обладают осевой симметрией.
- Уширение спектральной линии рабочего перехода близко к однородному, что является хорошим приближением для ОУ на газовых смесях Ne—He ( $\lambda=3.39$  мкм) и Xe—He (3.51 мкм).
- Зависимость показателя  $g$  усиления от полярной координаты  $r$  в сечении ОУ имеет максимум на оси  $x$ , когда  $r=0$ , и монотонно спадает при  $r \rightarrow r_0$  — радиусу ОУ. Такая зависимость характерна для газовых активных сред. В частности, для Ne—He и Xe—He хорошо выполняется закон [4, 5]

$$g(r) = g^0 \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2}\right). \quad (1)$$

г. Значение  $g=g^0$  на центре спектральной линии при  $r=0$  и величины  $r_0$ ,  $L$  (длина ОУ) удовлетворяют соотношению

$$\lambda \ll r_0 \ll (g^0)^{-1} \ll L. \quad (2)$$

Условие (2), определяющее характерную геометрию рассматриваемых ОУ, позволяет не учитывать усиление поперечных потоков излучения и использовать асимптотику «больших» усиления, когда  $g_0 L \gg 1$ .



Основные уравнения. Чтобы достаточно корректным образом ввести одномерную модель ОУ, рассмотрим распространение спонтанного излучения в активной среде без учета отражений от стенок ( $R=0$ ). Тогда спектральная объемная плотность  $W_{\xi}$  этого излучения в точке  $q$  активной среды может быть представлена в виде

$$W_{\xi}(q) = \frac{4\pi}{c} \int_V H_{\xi}(q, q') I_{\xi}(q') dq' \quad (3)$$

Здесь  $V$  — объем активной среды ОУ,  $\xi$  — расстройка относительно центральной частоты рабочего перехода,  $I_{\xi}$  — спектральное распределение интенсивности источников спонтанного излучения, а

$$H_{\xi}(q, q') = \frac{1}{(4\pi)^2 (q - q')^2} \exp \left\{ \int_{l(q, q')} g_{\xi} dl \right\} \quad (4)$$

функция «распространения», равная квадрату модуля функции Грина уравнения Гельмгольца (интегрирование в (4) ведется по прямой  $l(q, q')$ , соединяющей точки  $q'$  и  $q$ ) [6].

Если параметры среды постоянны по сечению ОУ [ $g(q) = g^s(x)$  и  $I(q) = I(x)$ ], то при условии (2) в (3) будут входить только функции  $x$  и для спонтанного излучения, распространяющегося в сторону выхода ОУ ( $x=L$ ), из (3) и (4) при  $x \gg r_0$  следует ( $dl \approx dx$ )

$$W_{\xi}^s(x) = \frac{1}{4\pi c} \int_0^x \Omega_0(x-y) I_{\xi}(y) \exp \left\{ \int_y^x g_{\xi}(z) dz \right\} dy, \quad (5)$$

где для  $(x-y) \gg r_0$  будет  $\Omega_0(x-y) = \pi r_0^2 / (x-y)^2$  — телесный угол, под которым из точки  $x$  виден находящийся вблизи  $y$  излучающий элемент среды.

Когда нелинейность заметно не искажает спектральный контур показателя усиления [7], можно записать

$$g_{\xi}^s = g_0^s \frac{\gamma^2}{\xi^2 + \gamma^2}, \quad I_{\xi} = \frac{1}{\pi} I \frac{\gamma}{\xi^2 + \gamma^2}. \quad (6)$$

Здесь  $2\gamma$  — ширина спектральной линии, а  $g_0^s$  и  $I$  могут зависеть от интегрального по спектру потока  $\rho$  спонтанного излучения [7].

Если  $G_0 \gg 1$ , где

$$G_0(x, y) = \int_y^x g_0^s(z) dz, \quad (7)$$

то в (5) можно ограничиться слагаемыми, порядка  $\xi^2$  тейлоровского разложения функций (6) и используя формальное преобразование  $1 - \xi^2/\gamma^2 \approx \exp\{-\xi^2/\gamma^2\}$  проинтегрировать (5) по  $\xi$

$$\rho(x) = c \int_{-\infty}^{+\infty} W_{\xi}^s d\xi \approx \frac{1}{8\pi \sqrt{\pi}} \int_0^x \frac{\Omega_0(x-y) I(y)}{[G_0(x, y) + 1]^{1/2}} \exp\{G_0(x, y)\} dy. \quad (8)$$

Полученное уравнение можно положить в основу феноменологической одномерной модели ОУ, в которой распространяющийся в сторону выхода поток  $\rho$  спонтанного излучения описывается интегральным уравнением

$$\rho(x) = \frac{1}{4\pi} \int_0^x H(x, y) I(y) dy, \quad (9)$$

где

$$H(x, y) = K(x, y) \exp\{G_0(x, y)\}, \quad (10)$$

$G_0$  — интегральный показатель усиления, взятый на оси ОУ и центре спектральной линии, а  $K(x, y)$  — функция, учитывающая ослабление



потока спонтанного излучения при его распространении от излучающего элемента, расположенного вблизи  $y$  до сечения ОУ в точке  $x$  его оси [1].

Если соответствующим образом определить и усреднить функцию  $K$ , в рамках такой модели могут быть учтены отражения излучения от стенок ОУ. Кроме того, поскольку условие (2) приводит к слабому влиянию характера распределения  $I$  по сечению ОУ на величину  $\rho$ , через функцию  $K$  можно учесть также и пространственную неоднородность активной среды.

Выражение (9) особенно удобно при  $x \gg 1/g_0^s$ , когда

$$\rho(x) = \frac{1}{4\pi} I(\bar{x}) K(x, \bar{x}) S_0(x) \int_0^x S_0^{-1}(y) dy, \quad (11)$$

где  $0 < x \ll x$  (см. [1]) и

$$S_0(x) = \exp(G_0(x, 0))$$

усиление на оси ОУ. Если заменить  $g_0^s$  и  $G_0$  на средние по длине ОУ величины

$$\bar{g}_0^s = G_0(L, 0)/L, \quad \bar{G}_0(x, 0) = \bar{g}_0^s x, \quad (12)$$

то, согласно [1],  $x \simeq 1/g_0^s$  и для потока на выходе ОУ ( $x=L$ ) из (11) следует

$$\rho(L) \simeq \frac{1}{4\pi \bar{g}_0^s} I\left(\frac{1}{\bar{g}_0^s}\right) K\left(L, \frac{1}{\bar{g}_0^s}\right) S_0(L). \quad (13)$$

Формула (13) позволяет легко оценивать порядок величины  $\rho(L)$  и изучать влияние тех или иных пространственных эффектов путем исследования лишь функции  $K$ .

1.  $R=0$ . Случай  $R=0$  реализуется, например, для близком к диффузному рассеянию излучения на шероховатых диэлектрических стенках кюветы ОУ (поскольку эффективный коэффициент поглощения будет  $\sim 1/r_0 \gg g_0^s$ , отражением от стенок можно пренебречь).

Тогда, согласно (8), следует положить

$$K_1(x, y) \simeq C_3 \frac{\Omega_0(x-y)}{[G_0(x, y)+1]^2} \quad (x \gg y). \quad (14)$$

где при постоянных по сечению параметрах среды  $b=1/2$ .

Коэффициент  $(G_0+1)^{-1/2}$  в (8) учитывает частотную фильтрацию спонтанного излучения в активной среде ОУ [5]. Если же среда неоднородна по сечению кюветы, возникает также фильтрация пространственных гармоник излучения, которую в принятых допущениях (д. а. в. г) можно приближенно учесть введением дополнительного множителя  $(G_0+1)^{-1}$  (показатель степени  $-1=2 \cdot (-1/2)$  соответствует двум пространственным измерениям) [6] и тогда  $b=3/2$ . Коэффициент  $C_3$  всегда порядка 1 и в дальнейшем не учитывается.

Из (14) видно, что пространственная и временная фильтрация усиливающей среды заметно влияют на интенсивность спонтанного излучения ОУ. Так, если  $g$  будет слабо зависеть от  $r < r_0$  и  $\xi$ , то при неизменном усилении  $S_0(L)$  поток  $\rho(L)$  увеличивается [по сравнению со случаем (1), (6)] в  $(1+\ln S_0)^{3/2}$ . Для ОУ на газах Ne-He и Xe-He это увеличение может составить более, чем порядок.

2.  $0 < R < 1$ . Случай френелевского отражения от стенок наиболее характерен для газовых ОУ. При этом учет отражений можно выполнить, некогерентно складывая потоки спонтанного излучения, испытывающие различное число отражений [1]. Действительно, нетрудно убедиться, что при выполнении (2) средняя ширина интерференционной полосы существенно меньше  $L$ , а контраст интерференционной картины невелик, в результате чего интерференцией отраженных потоков можно пренебречь. Тогда для  $b=y=0$  будет

$$K = \Omega_0 + \sum_{\nu=1}^{\infty} R^\nu(\nu) \Omega_\nu S_\nu / S_0, \quad (15)$$



где  $\nu$  — число отражений,  $\Omega_\nu$  — телесный угол, под которым видно отраженное  $\nu$  раз сечение  $x=0$ , а  $S_\nu$  — усиление отраженного излучения, которое из-за неоднородности инверсии по сечению может отличаться от  $S_0$  (в (15) подразумевается также суммирование и по состояниям поляризации спонтанного излучения, которое из-за сильного «перемешивания» при отражениях от стенок считается везде естественно поляризованным).

Воспользовавшись расчетом  $R^\nu \Omega_\nu$ , выполненном в [1], найдем

$$K_n \simeq \Omega_0 \left[ 1 + \frac{4}{S_0} \int_0^\infty \nu S_\nu \left( \exp \left\{ -\frac{8\nu^2 r_0}{mx} \right\} + \exp \left\{ -\frac{8\nu^2 n^2 r_0}{mx} \right\} \right) d\nu \right], \quad (16)$$

где  $n$  — показатель преломления материала стенок ( $1 < n \leq 2$ ), а  $m^2 = n^2 - 1$ .

При оценке  $S_\nu$  будем считать инверсию активной среды постоянной в некотором эффективном сечении радиусом

$$\bar{r} = (g_0^s)^{-1} \int_0^{r_0} g_0(r) dr \quad (17)$$

и равной 0 при  $r > \bar{r}$  (см. рисунок, а).

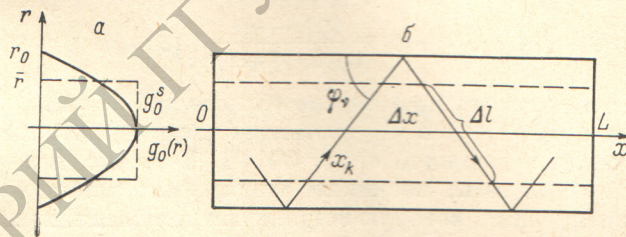
Тогда (см. рисунок, б) путь  $\Delta l$ , проходимый излучением между двумя последовательными отражениями в области  $r < \bar{r}$ , в среднем равен

$$\Delta l \simeq \frac{2\bar{r}}{\sin \varphi_s} f(\bar{r}) = \Delta x \frac{\bar{r}}{r_0} f(\bar{r}) \left( 1 + \frac{4r_0^2}{x^2} \nu^2 \right)^{1/2}, \quad (18)$$

где

$$\varphi_s \simeq \text{tg } \varphi_s = \frac{2r_0}{x} \nu \quad (19)$$

угол скольжения «центрального» (пересекающего ось  $x$ ) луча, испытывающего  $\nu$  отражений,  $\Delta x$  — интервал между точками  $x_k$  пересечения этого



луча с осью  $x$ , а коэффициент  $f(\bar{r})$  учитывает возможные поперечные смещения («нецентральность») лучей относительно оси  $x$ , которые приводят к «винтовому» движению излучения в кювете ОУ (отметим, что углы скольжения для таких лучей будут несколько меньше, чем  $\varphi_s$ , однако соответствующий поправочный коэффициент в среднем не сильно отличается от единицы и имеет среднюю величину  $1 - r^2/6r_0^2$ ). Функция  $f$  слабо зависит от  $\bar{r}$  и с достаточной точностью дается выражением

$$f(\bar{r}) \simeq \frac{2}{3} + \frac{1}{3} \left( \frac{\bar{r}}{r_0} \right)^2. \quad (20)$$

Учитывая (18), величину  $S_\nu$  можно оценить по формуле

$$\ln S_\nu = G(\nu) \simeq \sum_k g_0^s(x_k) \Delta l \simeq f \frac{\bar{r}}{r_0} \left( 1 + \frac{4r_0^2}{x^2} \nu^2 \right)^{1/2} G_0. \quad (21)$$

При малых  $\varphi_s$

$$S_\nu \simeq S_0^{f\bar{r}/r_0} \quad (22)$$

и  $S_\nu$  не зависит от  $\nu$ . Тогда из (16)

$$K_n \simeq \Omega_0 \left[ 1 + \frac{m}{4} \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right) \frac{x}{r_0} S_0^{-s} \right], \quad (23)$$



где

$$\varepsilon = 1 - f(\bar{r}) \frac{\bar{r}}{r_0} \quad (24)$$

параметр, характеризующий степень неоднородности инверсии.

В случае  $b \neq 0$  и  $y \neq 0$

$$K_n(x, y) \simeq K_1(x, y) \left[ 1 + \frac{m}{4} \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right) \Delta(G_0) \frac{x-y}{r_0} \exp \{ -\varepsilon G_0(x, y) \} \right]. \quad (25)$$

Функция

$$\Delta(G_0) \simeq \frac{(G_0 + 1)^b}{[(1 - \varepsilon) G_0 + 1]^q} \quad (26)$$

учитывает изменение фильтрации при усилении отраженного от стенок излучения. Поскольку это излучение сильно «перемешивается» в активной среде, пространственная фильтрация не может быть особенно заметной и  $0 \leq q \sim 1/2$ .

Из (13) и (25) следует, что отраженный от стенок поток спонтанного излучения может дать заметный вклад в полный поток  $\rho(L)$  на выходе ОУ лишь при условии, что второе слагаемое в квадратных скобках (25) больше или порядка единицы, т. е. когда  $S_0 < S_m$ , где  $S_m$  определяется из уравнения

$$\varepsilon \ln S_m = \ln \left[ \frac{m}{4} \left( 1 + \frac{1}{n^2} \right) \Delta(\ln S_m) \frac{L}{r_0} \right]. \quad (27)$$

Если зависимость  $g_\varepsilon(r)$  имеет вид (1), (6), то  $b=3/2$ ,  $q=1/2$  и, согласно (20), (24),  $\varepsilon \simeq 0.46$ . При этом для значений  $L/r_0 = 20 - 500$ , которые обычно реализуются в ОУ на смесях Ne-He и Xe-He,  $m=1.4$  из (27) следует  $\lg S_m \simeq 1 + 2.6 \lg(L/r_0)$ . Из этого соотношения видно, что при заданной длине ОУ величина  $S_m$ , как правило, превышает достигнутые в указанных средах усиления. Однако если  $\varepsilon \neq 0$ , вклад отраженных потоков спонтанного излучения уменьшается по сравнению со случаем однородного распределения инверсии ( $\varepsilon=0$ ) в  $\sim S_0^\varepsilon$  раз (обычно на несколько порядков). Кроме того, этот эффект оказывается критичным к величине  $\varepsilon$  (т. е. к виду зависимости  $g_0(r)$ ) и, следовательно, к условиям возбуждения разряда. Например, при больших токах разряда, когда происходит заметное выравнивание зависимости  $g_0(r)$  [9], роль отражений от стенок может существенно возрасти.

Очевидно, что указанные выводы относятся и к накоплению (за счет отражений) полезного сигнала, откуда следует определенное ограничение такого способа использования ОУ.

3.  $0 < R \leq 1$ . Если  $R(\nu)=1$ , то ряд (15) расходится, что означает возникновение генерации на отражениях от стенок кюветы. Однако может быть  $R=1$  лишь для  $\varphi_\nu < \varphi_t$ , когда происходит полное внутреннее отражение спонтанного излучения. Тогда оценку  $K$  можно выполнить по формуле (15), ограничиваясь конечным числом членов ряда, для которых  $\nu < \nu_t$ , где

$$\nu_t = \frac{mx}{2r_0}, \quad m^2 = n^2 - 1 \quad (28)$$

(здесь  $n$  — показатель преломления активной среды).

Заменяя, как и ранее, суммирование в (15) интегрированием и используя аппроксимацию

$$\Omega_\nu \simeq \frac{8\pi r_0^2}{n x^2} \nu \left( 1 + \frac{4r_0^2}{x^2} \nu^2 \right)^{-1/2} \quad (1 < n \leq 2),$$

с учетом (21) и (24) можно найти

$$K_t \simeq \frac{2\pi}{n} \frac{\exp\{-G_0\}}{(1-\varepsilon)G_0} [\exp\{(1-\varepsilon)nG_0\} - 1], \quad (29)$$



где  $b=q=y=0$  [по аналогии с (25) соотношение (29) нетрудно обобщить для  $b, q$  и  $y$  не равных нулю]. Остаточная сумма ряда (15) (для  $\nu > \nu_t$ ) имеет порядок, меньший, чем  $r_0/x$ , и ею можно пренебречь.

Из (29) следует, что при любом  $\varepsilon$  прямой поток спонтанного излучения будет существенно меньше отраженного. Процесс усиления последнего можно характеризовать эффективным показателем усиления  $g_t = -(1-\varepsilon)ng_0^s$  и использовать при расчетах общепринятую модель «плоской волны». При  $\varepsilon < 1-1/n$  коэффициент усиления для отраженного потока будет превышать усиление  $S_0$  на оси ОУ, что связано с увеличением длины оптического пути, проходимого излучением в активной среде.

4. Неоднородное насыщение. В предыдущих расчетах полагалось, что параметр  $\beta$  насыщения активной среды не зависит от  $r$ . Однако известно, что  $\beta$  может возрастать при  $r \rightarrow r_0$  [10]. Очевидно, что это приведет к увеличению  $\varepsilon$  и соответственно уменьшению потока отраженного спонтанного излучения.

Для однородно уширенной спектральной линии рабочего перехода

$$g_0(r) = \frac{\alpha_0(r)}{1 + \beta(r)\rho_0}, \quad (30)$$

где  $\rho_0$  — мощность спонтанного излучения (включая и волну, распространяющуюся в сторону  $x=0$ ), которую из-за «перемешивания» этого излучения при отражениях от стенок будем считать независимой от  $r$ , а  $\alpha_0$  — линейный показатель усиления на оси ОУ.

Положим, что  $\alpha_0(r)$  дается (1), а  $\beta(r) = \beta^s [1 + \kappa(r^2/r_0^2)]$ . Тогда, согласно (17) и (30),

$$\frac{\bar{r}}{r_0} = \frac{1}{a} \left( 1 + \frac{1}{a^2} \right) \arctg a - \frac{1}{a^2}, \quad (31)$$

где  $a^2 = \kappa \beta^s \rho_0 (1 + \beta^s \rho_0)^{-1}$  и при  $\beta^s \rho_0 \gg 1$  (сильное насыщение)  $a^2 = \kappa$ . Из (20) и (24) следует, что

$$\varepsilon \approx 0.46 + 0.1a \quad (32)$$

и при сильном насыщении величина  $\varepsilon$  будет заметно зависеть от  $\kappa$ . В свою очередь из-за большого усиления ОУ это приведет к существенному изменению баланса между отраженным и прямыми потоками спонтанного излучения в пользу последнего.

#### Литература

- [1] И. П. Мазанько, М. В. Свиридов. Опт. и спектр., 33, 314, 1972.
- [2] С. М. Козел, Е. П. Кузнецов. Изв. вузов, радиофизика, 15, 1486, 1972.
- [3] В. Е. Белонучкин. Квант. электрон., 4, 1348, 1977.
- [4] W. R. Bennett. J. Appl. Opt., Suppl., № 1, 24, 1962.
- [5] В. А. Царьков. Радиотехн. и электрон., 20, 138, 1975.
- [6] М. В. Свиридов, В. Т. Скорик. Квант. электрон., 3, 1417, 1976.
- [7] Г. Н. Змиевской, М. В. Свиридов. Изв. вузов, радиофизика, 18, 975, 1975.
- [8] И. П. Мазанько. Опт. и спектр., 17, 203, 1964.
- [9] И. П. Мазанько. Опт. и спектр., 30, 927, 1971.
- [10] И. П. Мазанько, В. А. Царьков. Радиотехн. и электрон., 19, 2013, 1974.

Поступило в Редакцию 25 мая 1977 г.