

приведены результаты расчетов для пучка с  $r_0 = 0.22$  мм и «обратным телескопом» с отношением фокусных расстояний  $f_2/f_1 = 18$ .

На рис. 2 приведены зависимости  $\Delta\Phi_2$  от ширины щели, полученные путем расчета на ЭВМ по формуле (3) для тех же исходных данных. Из табл. 1 и 2 следует, что при использовании «бесконечно» узкой щели с  $b = r_{\text{оп}}$  фазовый сдвиг  $\Delta\Phi_2$  в 1.6–1.8 раза меньше, чем в случае круглой диафрагмы с  $r = r_{\text{оп}}$ , и настройке на «бесконечно» широкую полосу. Повышенное значение  $\Delta\Phi_2$  для круглой диафрагмы объясняется большим вкладом точек, удаленных от центра по оси  $z$ . По этой же причине  $\Delta\Phi_2$  монотонно возрастает при увеличении ширины щели (рис. 2). В связи с тем, что увеличение участков, удаленных от центра, приводит к увеличению фазового сдвига, в случае использования щели и круглой диафрагмы с одинаковыми площадями сдвиг  $\Delta\Phi_2$  для щели будет

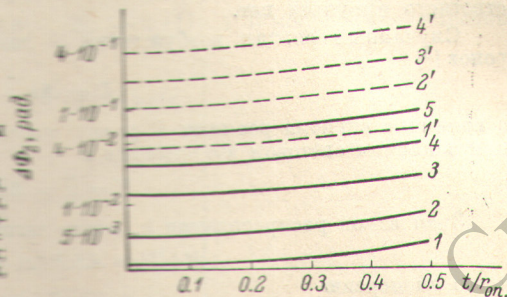


Рис. 2. Зависимость  $\Delta\Phi_2$  от ширины щели.

1–5 — с «обратным телескопом»  $f_2/f_1 = 18$ ,  $z_{\text{оп.}} = 0$ ; 1 —  $z_{\text{щ.}} = 1$  м, 2 —  $z_{\text{щ.}} = 2$  м, 3 —  $z_{\text{щ.}} = 5$  м, 4 —  $z_{\text{щ.}} = 10$  м, 5 —  $z_{\text{щ.}} = 20$  м. 1'–4' — для неколлимированного излучения: 1' —  $z_{\text{оп.}} = 0.2$  м,  $z_{\text{щ.}} = 0.5$  м; 2' —  $z_{\text{оп.}} = 0.2$  м,  $z_{\text{щ.}} = 1.0$  м; 3' —  $z_{\text{оп.}} = 0.5$  м,  $z_{\text{щ.}} = 1$  м; 4' —  $z_{\text{оп.}} = 0.5$  м,  $z_{\text{щ.}} = 2$  м.

несколько больше. Полученные данные отличаются от результатов, приведенных в [5], где была допущена ошибка в вычислениях и не учитывался фазовый сдвиг  $\Delta\Phi_1$  на оси.

Дальнейшее уточнение значений реальных фазовых сдвигов возможно при учете дифракции на зеркалах лазера и интерферометра [7].

В заключение авторы благодарят Э. Е. Фрадкина и В. М. Уваровсона за полезные обсуждения.

#### Литература

- [1] В. Л. Шур, И. Ш. Экин. Автометрия, № 3, 1976.
- [2] С. Г. Зейгер, Н. И. Калитетский, Э. Е. Фрадкин, М. П. Чайка. Опт. и спектр., 19, 256, 1975.
- [3] Н. Когельник. Appl. Opt., 4, 1562, 1965.
- [4] Х. Когельник, Т. Ли. ТИИЭР, 54, 95, 1965.
- [5] И. М. Корженевич, А. Я. Дейкин, А. М. Ратнер, В. С. Соловьев, В. Б. Телегин. Метрология, № 1, 61, 1973.
- [6] W. Tango, R. Q. Twiss. Appl. Opt., 13, 1814, 1974.

Поступило в Редакцию 14 декабря 1976 г.

УДК 535.7

## ИНФОРМАЦИОННАЯ ОЦЕНКА ПРОЦЕССА ЗРИТЕЛЬНОГО ВОСПРИЯТИЯ

В. Ф. Нестерук и Н. Н. Порфирьева

В работах [1, 2] на основании анализа экспериментальных данных был сформулирован закон контрастного восприятия света, объясняющий S-образный характер (см. рисунок) зависимости величины сигнала реакции  $V$  от логарифма внешнего светового воздействия  $I$ . Для приведенного центрированного сигнала реакции он имеет вид

$$\sigma = \frac{V - V_0}{V^*} = \frac{I^{2\gamma} - I_0^{2\gamma}}{I^{2\gamma} + I_0^{2\gamma}}, \quad (1)$$

где  $I_0$  — интенсивность светового воздействия, определяющая состояние адаптации,  $\gamma$  — параметр, постоянный для данного биологического вида на заданном уровне зрительной системы (сетчатка, поле коры головного мозга, психофизическая реакция),  $V^*$  — половина расстояния между асимптотами S-образной кривой,  $V_0$  — ордината ее центра.

Формула (1) представляет собой обобщенный контраст световых воздействий  $I$  и  $I_0$ , чем и обусловлено название сформулированного закона.

Целью настоящей статьи является показать, что закон контрастного восприятия света есть экстремаль вариационной задачи на максимум информации, получаемой зрительной системой о внешнем световом сигнале.

При доказательстве мы исходили из того, что процесс зрительного восприятия света по своей природе представляет собой статистический процесс, поскольку возбуждение светом активных нейронов, т. е. нейронов, давших ответный импульс, происходит с определенной вероятностью  $P(x)$ , где  $x = \ln(I/I_0)$  [3].

Это значит, что число  $k$  активных нейронов на заданном уровне зрительной системы есть случайная величина, распределение которой можно считать биномиальным, так как нейрон формально находится лишь в двух состояниях: есть ответный импульс, ответного импульса нет.

Случайный сигнал возбуждения  $U$  линейно зависит от числа активных нейронов [3]

$$U = Ak + A_0, \quad (2)$$

а величина сигнала реакции  $V$  равна среднему значению сигнала возбуждения  $U$  при заданном световом воздействии  $x$

$$V = \bar{U} = A\bar{k} + A_0. \quad (3)$$

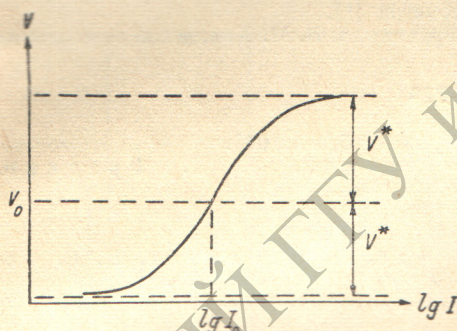
Зная закон распределения  $k$ , легко вычислить математическое ожидание

$$M[U] = ANP(x) + A_0 = V(x) \quad (4)$$

и его дисперсию

$$D[U] = A^2NP(x)[1 - P(x)], \quad (5)$$

где  $N$  — полное число нейронов на данном уровне зрительной системы. Из выражения (4) видно, что при  $P(x) = 1$   $V = V_{\max} = AN + A_0$  и при  $P(x) = 0$   $V = V_{\min} = A_0$ .



Введем параметры графика функции  $V(x)$ , характеризующие «центр» кривой  $V_0$  и ее «размах»  $V^*$

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= \frac{V_{\max} + V_{\min}}{2} = \frac{AN}{2} + A_0, \\ V^* &= \frac{V_{\max} - V_{\min}}{2} = \frac{AN}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Теперь на основании (1) и (6) получим выражение для приведенного сигнала реакции  $\sigma(x)$  как функцию  $P(x)$

$$\sigma(x) = \frac{V(x) - V_0}{V^*} = 2P(x) - 1. \quad (7)$$

Итак, согласно (7), величина приведенного сигнала реакции  $\sigma(x)$  полностью определяется  $P(x)$  — вероятностью возникновения ответного импульса у нейрона при заданном внешнем воздействии  $x$ .

С другой стороны, вся информация, получаемая зрительной системой о внешнем световом сигнале  $x$ , содержится в  $\sigma(x)$  и сигнал  $x$  можно рассматривать как случайную величину, которая с определенной вероятностью вызывает сигнал реакции заданной величины  $\sigma$ . В этом смысле соотношение (7), записанное в виде

$$P(x) = \frac{\sigma(x) + 1}{2}, \quad (8)$$

можно рассматривать как функцию распределения  $x$ .

Нашей задачей являлось определить, при каком законе распределения  $P(x)$  информация о  $x$ , содержащаяся в приведенном сигнале  $\sigma(x)$ , будет максимальной. Иными словами решить вариационную задачу на максимум информации, численно равного энтропии  $H$

$$H = - \int_{-\infty}^{\infty} P'(x) \ln P'(x) dx, \quad (9)$$

при естественных требованиях нормировки для функции распределения плотности вероятности  $P'(x) = dP(x)/dx$

$$\int_{-\infty}^{\infty} P'(x) dx = 1 \quad (10)$$

и конечности суммарной дисперсии случайного сигнала возбуждения на всем интервале внешних воздействий, которая, согласно (5), равна

$$\int_{-\infty}^{\infty} D[U] dx = A^2 N \int_{-\infty}^{\infty} P(x)(1-P(x)) dx = A^2 NB = \text{const}, \quad (11)$$

где

$$B = \int_{-\infty}^{\infty} P(x)(1-P(x)) dx. \quad (12)$$

На основании (7) вариационная задача (9), (10), (11), (12) может быть записана в виде

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c'(x)}{2} \ln \frac{c'(x)}{2} dx &= \text{extr}, \\ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{c'(x)}{2} dx &= 1, \\ \frac{1}{4} \int_{-\infty}^{\infty} (1-c^2(x)) dx &= B. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Решая эту задачу, получим дифференциальное уравнение Эйлера

$$c'(x) = \frac{1}{2B} [1 - c^2(x)] = \gamma [1 - c^2(x)]. \quad (14)$$

Уравнение (14) совпадает с законом контрастного восприятия света в дифференциальной форме [1, 2]. Оно показывает, что процесс контрастного восприятия есть процесс с квадратичным торможением, при этом он определяется единственным параметром дифференциального уравнения  $\gamma$ . Структура параметра  $\gamma$  аналогична соотношению (14)

$$\gamma = \frac{1}{2B}. \quad (15)$$

Величина его уменьшается с увеличением суммарной дисперсии случайного сигнала возбуждения  $U$  [см. формулы (11), (12)].

При интегрировании (14) получим выражение для контрастного сигнала  $c$ , которое в исходных переменных  $I$  имеет вид

$$c(I) = \frac{I^2 - I_0^2}{I^2 + I_0^2}, \quad (16)$$

т. е. полностью совпадает с (1), полученным ранее на основании анализа экспериментальных данных законом контрастного восприятия света. Это значит, что обработка светового сигнала зрительной системой по алгоритму обобщенного контраста обеспечивает максимум получаемой от него информации.

Отметим в заключение, что закон контрастного восприятия света как в интегральной, так и дифференциальной формах является феноменологическим законом. Предложенная в настоящей статье его статистическая трактовка ограничена рамками изучения статистических закономерностей случайных микропроцессов, происходящих в зрительном тракте, и не претендует на объяснение их физиологических механизмов. Она указывает лишь на характер процесса в среднестатистическом смысле, а также раскрывает структуру макроскопического параметра  $\gamma$  [см. формулу (15)]. Здесь можно провести аналогию со статистической физикой, которая объясняет структуру газовых законов на основании рассмотрения статистических закономерностей в газовой системе, не вдаваясь при этом в тонкости внутримолекулярных процессов.

#### Литература

- [1] В. Ф. Нестерук, Н. Н. Порфирьева. *Опт. и спектр.*, 29, 1138, 1970.
- [2] V. F. Nesteruk, N. N. Porfirieva. *Vision Research*, 14, № 9, 1974.
- [3] Л. Л. Васильев. В сб.: *Применение математических методов в биологии*. Изд. ЛГУ, 1960.

Поступило в Редакцию 4 апреля 1977 г.