УДК 535.34 : 537.311.33.01

ОПТИЧЕСКИЕ ПЕРЕХОДЫ С УЧАСТИЕМ ГЛУБОКИХ ЦЕНТРОВ ВО ВНЕШНИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ

Я. А. Рознерица и *В. Д. Продан*

Вычисляется коэффициент примесного оптического поглощения в полупроводниках во внешних произвольно ориентированных электрическом и магнитном полях для переходов глубокий уровень—ближайшая и дальная зона. Рассмотрены различные частные случаи.

Волновые функции

В работе [1] исследовалось сечение фотоионизации глубоких центров для оптических переходов в ближайшую зону на основе модельного дельта-потенциала, а в работе [2] — на основе потенциала Хюлтена, который содержит как короткодействующую (дельта-образную), так и дальнодействующую (кулоновскую) составляющие. Примесное электропоглощение на этих потенциалах рассмотрено соответственно в работах [3, 4]. В работе [5] вычислялся коэффициент примесного поглощения в сильном квантующем магнитном поле.

Для оптических переходов глубокий уровень—дальняя зона сечения фотоионизации (коэффициент поглощения) вычислены в работах [6] в отсутствие полей, в [7, 8] — в сильном электрическом поле, в [5] — в сильном квантующем магнитном поле и в [9] — в скрещенных полях.

В настоящем сообщении рассматриваются оптические переходы во внешних произвольно ориентированных электрическом ($\mathbf{F}$) и магнитном ($\mathbf{H}$) полях на основе дельта-потенциала. Рассматривается случай, когда обе зоны не вырождены и имеют эстремумы в одной и той же точке $\mathbf{k}$-пространства.

Предполагается, что не очень глубокий (но и не мелкий) донорный уровень определяется в основном структурой ближайшей зоны проводимости. Тогда в приближении метода эффективной изотропной массы (m_c) волновая функция электрона глубокого центра в модели дельта потенциала имеет вид

$$\psi_D(\mathbf{r}) = U_{c\mathbf{k}}(\mathbf{r})\, F_D(\mathbf{r}), \quad F_D(\mathbf{r}) = \left(\frac{\lambda_D}{2\pi}\right)^{1/2} \frac{l^{-\lambda_D r}}{r}, \tag{1}$$

где $U_{c\mathbf{k}}(\mathbf{r})$ — моделирующая часть блоховской амплитуды в зоне проводимости. Параметр теории λ_D определяется по экспериментальному значению энергии ионизации

$$E_D = \frac{\hbar^2 \lambda_D^2}{2m_c}. \tag{2}$$

При написании формул (1) и (2) мы предполагали, что внешние электрическое и магнитное поля не влияют на основное состояние глубокого уровня.

Волновая функция носителя заряда в зоне $j\,(c,\ v)$ записывается в виде

$$\psi_j(\mathbf{r}) = U_{j\mathbf{k}}(\mathbf{r})\, F_j(\mathbf{r}), \tag{3}$$

где $F_j(\mathbf{r})$ является решением уравнения Шредингера во внешних электрическом и магнитном полях. Если магнитное поле направлено вдоль оси oz ($\mathbf{H} \parallel oz$), а электрическое поле действует в плоскости xz, то это уравнение в приближении метода эффективной массы записывается в виде

$$\left[\frac{\hat{p}_x^2}{2m_j} + \frac{(\hat{p}_y + m_j\Omega_j x)^2}{2m_j} - eF_x x + \frac{\hat{p}_z^2}{2m_j} - eF_z z\right] F_j(x,\ y,\ z) = E_j F_j(x,\ y,\ z). \tag{4}$$

Здесь m_j, F_j — эффективная масса носителя в зоне $j = c,\ v$ и проекции вектора $\mathbf{F}$ на соответствующие оси. Решение уравнения (4) хорошо известно [10]

$$F_j(x,\ y,\ z) = \frac{\exp(ik_y y)}{\sqrt{L_y\lambda}}\, \Phi_{j,\,n}\left(\frac{x + x_0}{\lambda}\right) \chi_j(z), \tag{5}$$

где $\Phi_n(x)$ — осцилляторные функции,

$$\Omega_j = \frac{eH}{m_j c},\quad x_0 = \lambda^2 k_y + \frac{V_H}{\Omega_j},\quad V_H = c\,\frac{F_x}{H},\quad \lambda = \left(\frac{\hbar c}{eH}\right)^{1/2}, \tag{6}$$

c — скорость света в вакууме.

Волновая функция $\chi_j(z)$ является решением уравнения Шредингера

$$\left(\frac{\hat{p}_z^2}{2m_j} - eF_z z\right)\chi_j(z) = E_j''\chi_j(z). \tag{7}$$

Здесь E_j'' — энергия движения носителя заряда в направлении оси oz. При этом полная энергия носителя заряда в зоне, соответствующая волновой функции (5), равна

$$E_j = \hbar\Omega_j\left(n + \frac{1}{2}\right) - \hbar k_y V_H - \frac{m_j V_H^2}{2} + E_j''. \tag{8}$$

Уравнение (7) решено в [11]. Однако для дальнейших вычислений удобнее представить $\chi_j(z)$ в виде

$$\chi_j(z) = \int\limits_{-k_a/2}^{k_a/2} a_j(k_z)\, e^{ik_z z}\, dk_z, \tag{9}$$

где $a_j(k_z)$ является решением уравнения Шредингера в $\mathbf{p}$-представлении

$$\left(\frac{\hbar^2 k_z^2}{2m_j} - ieF_z\frac{d}{dk_z}\right) a_j(k_z) = E_j'' a_j(k_z). \tag{10}$$

Решение уравнения (10) известно [11]

$$\left.\begin{aligned} a_j(k_z) &= \frac{1}{\sqrt{k_0}}\exp\left[\frac{i}{eF_z}\left(E_j'' k_z - \frac{\hbar^2 k_z^2}{6m_j}\right)\right], \\ E_j'' &= \frac{2\pi e F_z}{k_0}\,\nu + \frac{\hbar^2 k_0^2}{24 m_j}. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Оператор взаимодействия излучения с веществом для случая поглощения берется в виде

$$\hat{H}' = Qe^{-i\omega t},\quad Q = -\frac{e}{m_0}\left(\frac{2\pi\hbar\bar{N}}{\varepsilon\omega}\right)^{1/2}\left(\frac{E_e}{E_0}\right)(\boldsymbol{\xi}\mathbf{p})\, e^{i\mathbf{qr}}, \tag{12}$$

где m_0 — масса свободного электрона, ε — диэлектрическая проницаемость среды, ω — частота света с единичным вектором поляризации $\boldsymbol{\xi}$ и волновым вектором $\mathbf{q}$, $\mathbf{p}$ — квазиимпульс электрона, $\bar{N}$ — число фотонов в единице объема. Коэффициент (E_e/E_0) учитывает увеличение амплитуды перехода за счет того, что эффективное локальное поле E_e превышает среднее макроскопическое поле E_0 в кристалле [12]. Далее предполагается, что $\mathbf{q} \ll \mathbf{p}/\hbar$.

Вероятность оптического перехода $D \to j$ вычисляется по формуле

$$P_{Dj} = \frac{2\pi}{\hbar}\,|Q_{Dj}|^2\,\delta(E_{\text{кон.}} - E_{\text{нач.}} - \hbar\omega), \tag{13}$$

где $E_{\text{нач.}}$ и $E_{\text{кон.}}$ — энергия носителя заряда в конечном и начальном состояниях, Q_{Dj} — электронный матричный элемент, который вычисляется ниже для двух случаев: переход глубокий уровень—ближайшая зона и глубокий уровень—дальняя зона. Для получения полной вероятности ионизации P_{ion} необходимо просуммировать (интегрировать) (13) по всем состояниям свободной зоны.

Оптический переход глубокий уровень—ближайшая зона

В данном случае матричный элемент оптического перехода равен

$$Q_{Dc} = -\frac{e\hbar}{m_c}\left(\frac{E_e}{E_0}\right)\left(\frac{2\pi\hbar\bar{N}}{\varepsilon\omega}\right)^{1/2}\int F_D^*(\mathbf{r})\,(\xi\mathbf{k})\,F_{c,n}(\mathbf{r})\,d\tau. \tag{14}$$

Вычислим интеграл (14). Для этого необходимо учесть, что [5]

$$\int F_D^*(\mathbf{r})\,e^{i(k_y y + k_z z)}\Phi_{c,n}\left(\frac{x+x_0}{\lambda}\right)d\tau \approx \frac{2\sqrt{2\pi\lambda_D}\,\Phi_{c,n}\left(\frac{x_0}{\lambda}\right)}{(\lambda_D^2 + k_y^2 + k_z^2)}. \tag{15}$$

Интеграл (15) в работе [5] вычислен при выполнении неравенства $E_i/\hbar\Omega_c \gg 1$, которое накладывает ограничение на величину магнитного поля. При дальнейших вычислениях в (15) пренебрегаем k_y по сравнению с λ_D [5], а $k_z^2 \simeq 2m_c E_j''/\hbar^2$. Тогда (14) принимает вид

$$Q_{Dc} \simeq -\frac{e\hbar}{m_c}\frac{E_e}{E_0}\left(\frac{4\pi\hbar\bar{N}\lambda_D}{\varepsilon\omega k_0 L_y\lambda}\right)^{1/2}\frac{\left(\frac{2m_c eF_z}{\hbar^2}\right)^{1/3}}{(\lambda_D^2 + k_z^2)}\left\{\xi_z\Phi_{c,n}\left(\frac{x_0}{\lambda}\right)\left(\frac{2m_c eF_z}{\hbar^2}\right)^{1/3}A_i'\left(-\frac{E_c''}{\hbar\Theta_c}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{\xi_y}{\lambda}\left[\sqrt{\frac{n}{2}}\,\Phi_{c,n-1}\left(\frac{x_0}{\lambda}\right) + \sqrt{\frac{n+1}{2}}\,\Phi_{c,n+1}\left(\frac{x_0}{\lambda}\right) + \frac{V_H}{\lambda\Omega_c}\Phi_{c,n}\left(\frac{x_0}{\lambda}\right)\right]A_i\left(-\frac{E_c''}{\hbar\Theta_c}\right)\right\}. \tag{16}$$

Здесь $A_i(x)$ и $A_i'(x)$ — функция Эйри и ее первая производная [13]. При написании (16) учли, что

$$k_y\Phi_n\left(\frac{x_0}{\lambda}\right) = \frac{1}{\lambda}\left[\frac{x_0}{\lambda}\Phi_n\left(\frac{x_0}{\lambda}\right) + \frac{V_H}{\lambda\Omega_c}\Phi_n\left(\frac{x_0}{\lambda}\right)\right], \quad \Theta_c = \left(\frac{e^2F_z^2}{2m_c\hbar}\right)^{1/3}. \tag{17}$$

Далее (16) подставляем в (13), после чего проводим суммирование по n и ν и интегрирование по k_y. Последнее легко осуществить, воспользовавшись условием ортогональности осцилляторных функций

$$\int \Phi_n(\lambda k_y)\,\Phi_{n'}(\lambda k_y)\,dk_y = \frac{1}{\lambda}\delta_{nn'}.$$

Суммирование по ν заменяется интегрированием по E_c'' (11), которое легко провести за счет δ-функции. В результате несложных вычислений получим

$$\left.\begin{aligned} P_{\text{ion}}'' &= \left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2\frac{16\pi e^2\bar{N}\hbar\Omega_c(\hbar\Theta_c)^{1/2}}{m_c\varepsilon\omega E_D^{3/2}}\sum_{n=0}\frac{A_i'^2\left[\dfrac{E_D + \hbar\Omega_c\left(n+\frac{1}{2}\right) - \hbar\omega - \delta_0}{\hbar\Theta_c}\right]}{B_c(n)}, \\ P_{\text{ion}}^{\perp} &= \left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2\frac{8\pi e^2\bar{N}(\hbar\Omega_c)^2}{m_c\varepsilon\omega E_D^{3/2}(\hbar\Theta_c)^{1/2}}\times \\ &\times\sum_{n=0}\frac{\left(n+\frac{1}{2}+\gamma_c\right)}{B_c(n)}A_i^2\left[\frac{E_D + \hbar\Omega_c\left(n+\frac{1}{2}\right) - \hbar\omega - \delta_0}{\hbar\Omega_c}\right]. \end{aligned}\right\} \tag{18}$$

Здесь введены обозначения

$$\left.\begin{aligned} \delta_0 &= \frac{m_c V_H^2}{2} = \frac{m_c c^2}{2}\frac{F_x^2}{H^2}, \quad \gamma_c = \frac{V_H^2}{\lambda^2\Omega_c^2} = \frac{m_c^2 c^3 F_x^2}{\hbar H^3}, \\ B_c(n) &= \left[\frac{\hbar\omega + \delta_0 - \hbar\Omega_c\left(n+\frac{1}{2}\right)}{E_D}\right]^2. \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

Согласно [14], сечение фотоионизации определяется по формуле

$$\sigma = \frac{\sqrt{\varepsilon}}{c} \frac{P_{\text{ion}}}{\bar{N}} \tag{20}$$

и подстановка (18) в (20) дает

$$\sigma''_D(\omega, \mathbf{F}, \mathbf{H}) = \left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2 \frac{16\pi e^2 \hbar\Omega_c (\hbar\Theta_c)}{m_c \sqrt{\varepsilon}\, \omega c E_D^{3/2}} \sum_{n=0} \frac{A_i'^2 \left[\dfrac{E_D + \hbar\Omega_c\left(n+\frac{1}{2}\right) - \hbar\omega - \delta_0}{\hbar\Theta_c}\right]}{B_c(n)}, \tag{21}$$

$$\sigma^{\perp}_D(\omega, \mathbf{F}, \mathbf{H}) = \left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2 \frac{8\pi e^2 (\hbar\Omega_c)^2}{m_c \sqrt{\varepsilon}\, \omega c E_D^{3/2} (\hbar\Theta_c)^{1/2}} \times$$

$$\times \sum \frac{\left(n + \frac{1}{2} + \gamma_c\right) A_i^2 \left[\dfrac{E_D + \hbar\Omega_c\left(n+\frac{1}{2}\right) - \hbar\omega - \delta_0}{\hbar\Theta_c}\right]}{B_c(n)}. \tag{22}$$

Нетрудно убедиться, что при $\mathbf{F} \to 0$ из (21) и (22) получим результаты [5], а при $\mathbf{F} \perp \mathbf{H}$ ($F_z = 0$) — результаты работы [9]. В случае параллельных полей ($\mathbf{F} \| \mathbf{H}$) в формулах (21) и (22) необходимо положить $\delta_0 = 0$ и $\gamma_c = 0$. Эти формулы справедливы для случая, когда магнитное поле сильнее электрического, так что электрическое поле не размазывает полностью уровни Ландау, т. е. $\Omega_c > \Theta_c$. Функция Эйри и ее производная, входящие в эти формулы, экспоненциально убывают при больших положительных значениях своего аргумента, принимают максимум в нуле и осциллируют с убывающей амплитудой при больших отрицательных значениях аргумента. Легко показать, что

$$A_i^2(\eta) \approx \begin{cases} \dfrac{1}{4\eta^{1/2}} \exp\left(-\dfrac{4}{3}\eta^{3/2}\right), & \eta > 0, \\ 0.40, & \eta = 0, \\ \dfrac{1}{4|\eta|^{1/2}}\left(1 - \cos\dfrac{4}{3}|\eta|^{3/2}\right), & \eta \ll 0; \end{cases} \tag{23}$$

$$A_i'^2(\eta) \simeq \begin{cases} \dfrac{1}{4}\eta^{1/2} \exp\left(-\dfrac{4}{3}\eta^{3/2}\right), & \eta > 0, \\ 0.21, & \eta = 0, \\ \dfrac{1}{4}|\eta|^{1/2}\left(1 + \cos\dfrac{4}{3}|\eta|^{3/2}\right), & \eta \ll 0. \end{cases} \tag{24}$$

Таким образом, коэффициент оптического поглощения в параллельных полях имеет осциллирующий характер, причем максимум поглощения соответствует переходам на уровнях Ландау. Однако если векторы $\mathbf{H}$ и $\mathbf{F}$ направлены под углом φ, то пики магнитного поглощения смещаются в сторону меньших значений энергий на величину

$$\delta_0 = \frac{m_c c^2}{2} \frac{F_x^2}{H^2} = \frac{m_c c^2}{2} \frac{F^2}{H^2} \sin^2\varphi.$$

Это смещение максимально при скрещенных полях. Измерение этого смещения дает возможность определить эффективную массу в зависимости от угла φ и, по-видимому даст возможность исследовать зонную структуру полупроводника. В случае параллельных полей $\delta_0 = 0$. Тогда из формул (21) и (22) при $H \to 0$ получим выражения для коэффициента электропоглощения ($\alpha_D = \sigma_D N_D$, N_D — концентрация примесных центров). Для этого от суммирования по n переходим к интегрированию, получая [3, 4]

$$\alpha_D^{\perp, \|}(\omega, \mathbf{F}) = \left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2 \frac{8\pi e^2 \hbar}{\sqrt{\varepsilon}\, m_c c E_D} \left(\frac{\hbar_c \Theta}{E_D}\right)^3 \Omega_{\perp, \|}(\eta), \tag{25}$$

где введены обозначения

$$\left.\begin{aligned}\Omega_{\perp}(\eta)=\int\limits_0^{\infty} xA_i^2(x+\eta)\,dx=\frac{2}{3}\left[\eta^2A_i^2(\eta)-\eta A_i'^2(\eta)-\frac{A_i(\eta)\,A_i'(\eta)}{2}\right],\\ \Omega_{\parallel}(\eta)=2\int\limits_0^{\infty} A_i'^2(x+\eta)\,dx=\Omega_{\perp}(\eta)-A_i(\eta)\,A_i'(\eta),\quad \eta=\frac{E_D-\hbar\omega}{\hbar\Theta_c}.\end{aligned}\right\}\tag{26}$$

При экспериментальном исследовании электропоглощения обычно измеряют величину $\Delta\alpha(\omega,\ F)=\alpha(\omega,\ F)-\alpha(\omega)$, тогда

$$\Delta\alpha^{\perp,\,\parallel}(\omega,\ F)=\alpha_0(\omega)\left(\frac{\hbar\Theta_c}{E_D}\right)^{3/2}F_{\perp,\,\parallel}(\eta),\quad \alpha_0(\omega)=\left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2\frac{8\pi e^2\hbar N_D}{\sqrt{\varepsilon}\,m_c c E_D}\left(\frac{E_D}{\hbar\omega}\right)^3,\tag{27}$$

где через $F_{\perp,\,\parallel}(\eta)$ обозначена функция

$$F_{\perp,\,\parallel}(\eta)=\Omega_{\perp,\,\parallel}(\eta)-\frac{2}{3}(-\eta)^{3/2}H(-\eta).\tag{28'}$$

Здесь $H(-\eta)=0$ при $\eta>0$ и $H(-\eta)=1$ при $\eta<0$. Графики этой функции приведены, например, в работе [8]. Показано, что они имеют максимум при $\eta\approx 0$, экспоненциально убывают при $\eta>0$ и осциллируют при $\eta<0$.

Переходы глубокий уровень—дальняя зона

Матричный элемент оптического перехода электрона из валентной зоны в состоянии глубокого донорного уровня равен

$$Q_{vD}=-\frac{e}{m_0}\left(\frac{2\pi\hbar\bar{N}}{\varepsilon\omega}\right)^{1/2}\left(\frac{E_e}{E_0}\right)\Big[\xi\mathbf{P}_{cv}(0)\int F_D^*(\mathbf{r})\,F_{v,\,n}(\mathbf{r})\,d\tau+ \\ +\hbar M_{cv}(0)\int F_D^*(\mathbf{r})\,(\xi\mathbf{k})\,F_{v,\,n}(\mathbf{r})\,d\tau\Big],\tag{28}$$

где $P_{cv}(0)=\xi\mathbf{P}_{cv}(0)$ и $M_{cv}(0)$ — известные из теории межзонного оптического поглощения матричные элементы, вычисленные с помощью блоховских множителей. Первый член в (28) соответствует прямым разрешенным переходам, а второй — запрещенным, причем второй интеграл (28) совпадает с (14) с той лишь разницей, что c меняется на v. Если за начало отсчета энергии взять дно зоны проводимости, то в формуле (13)

$$E_{\text{нач.}}=-E_g^0-\hbar\Omega_v\left(n+\frac{1}{2}\right)-k_y'\hbar V_H+\frac{m_v V_H^2}{2}-E_v'',$$

$$E_{\text{кон.}}=-E_D-\hbar k_y-\frac{m_c V_H^2}{2},$$

где E_g^0 — ширина запрещенной зоны в отсутствие внешних полей.

В случае прямых разрешенных переходов с помощью (28) и (13) после суммирования по n, интегрирования по k_y и E_v'' получим

$$\alpha_D(\omega,\ \mathbf{F},\ \mathbf{H})=\left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2\frac{32\pi e^2 N_D P_{cv}^2(0)}{m_0^2\sqrt{\varepsilon}\,c\omega\,(\hbar\Theta_v E_D)^{1/2}}\left(\frac{m_v}{m_c}\right)^{3/2}\frac{\hbar\Omega_v}{E_D}\sum_{n=0}\frac{A_i^2\left[\dfrac{\hbar\Omega_v\left(n+\frac{1}{2}\right)-E_v}{\hbar\Theta_v}\right]}{B_v(n)},\tag{29}$$

где введены обозначения

$$\left.\begin{aligned}E_v=\hbar\omega+\delta-E_g^0+E_D,\quad \Theta_v=\left(\frac{e^2F_z^2}{2m_v\hbar}\right)^{1/3},\quad \Omega_v=\frac{eH}{m_v c},\\ B_v(n)=\left[1+\frac{m_v}{m_c}\,\frac{E_v-\hbar\Omega_v\left(n+\frac{1}{2}\right)+\delta}{E_D}\right]^2,\quad \delta=\frac{m_c+m_v}{2}\left(c\,\frac{F_x}{H}\right)^2.\end{aligned}\right\}\tag{30}$$

Прямые запрещенные переходы рассматриваются в двух случаях:
а) световая волна поляризована вдоль направления магнитного поля

$$\alpha''_D(\omega,\ \mathbf{F},\ \mathbf{H}) = 2\alpha_D^0 \left[\frac{\hbar\Theta_v (\hbar\Omega_v)^2}{E_D^3}\right]^{1/2} \sum_{n=0} \frac{A_i'^2\left[\dfrac{\hbar\Omega_v\left(n+\dfrac{1}{2}\right)-E_v}{\hbar\Theta_v}\right]}{B_v(n)}, \tag{31}$$

$$\alpha_D^0 = \left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2 \frac{16\pi e^2 N_D M_{cv}^2(0)}{\sqrt{\varepsilon}\, m_v \omega c} \frac{m_v}{m_0}\left(\frac{m_v}{m_c}\right)^{3/2}; \tag{32}$$

б) когда световая волна поляризована в плоскости, перпендикулярной направлению $\mathbf{H}$, имеем

$$\alpha_D^{\perp}(\omega,\ \mathbf{F},\ \mathbf{H}) = \alpha_D^0 \frac{(\hbar\Omega_v)^2}{(E_D^3 \hbar\Theta_v)^{1/2}} \sum_{n=0} \frac{\left(n+\dfrac{1}{2}+\gamma_v\right) A_i^2\left[\dfrac{\hbar\Omega_v\left(n+\dfrac{1}{2}\right)-E_v}{\hbar\Theta_v}\right]}{B_v(n)}. \tag{33}$$

И в данном случае при $\mathbf{F}\to 0$ получим результаты работы [5], а при $\mathbf{F}\perp\mathbf{H}$ — работы [9]. Если поля параллельные, то необходимо воспользоваться (29), (31) и (33), в которых $\delta=\gamma_v=0$.

Рассмотрим случай, когда $H=0$ (электропоглощение). Тогда эти формулы дают результаты работ [7, 8]

$$\left.\begin{aligned}
&\alpha_D(\omega,\ \mathbf{F}) = \left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2 \frac{32\pi e^2 P_{cv}^2(0)}{m_0^2\sqrt{\varepsilon}\, c\omega}\left(\frac{m_v}{m_c}\right)^{1/2} \frac{(\hbar\Theta_v)^{1/2}}{E_D^{3/2}}\psi_1(\eta_v),\\
&\psi_1(\eta_v) = \int_0^\infty A_i^2(x+\eta_v)\,dx = A_i'^2(\eta_v) - \eta_v A_i^2(\eta_v),\\
&\alpha_D^{\perp,\parallel}(\omega,\ \mathbf{F}) = \alpha_D^0\left(\frac{\hbar\Theta_v}{E_D}\right)^{3/2}\Omega_{\perp,\parallel}(\eta_v),\quad \eta_v = -\frac{E_v}{\hbar\Theta_v}.
\end{aligned}\right\} \tag{34}$$

Можно вычислить также $\Delta\alpha_D(\omega,\ \mathbf{F})$, однако это довольно подробно обсуждено в работах [7, 8].

При $F\to 0$ из (34) легко получить

$$\alpha_D(\omega) = \left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2 \frac{16\pi e^2 P_{cv}^2(0)}{\sqrt{\varepsilon}\, c m_0^2 \omega E_D} \frac{m_v}{m_c} \frac{x_v^{1/2}}{(1+x_v)^2},\quad x_v = \frac{m_v E_v}{m_c E_D} \tag{35}$$

для прямых разрешенных переходов [6] и

$$\alpha_D(\omega) = \left(\frac{E_e}{E_0}\right)^2 \frac{32\pi e^2 M_{cv}^2(0)}{3 m_0\sqrt{\varepsilon}\,\omega c} \frac{m_v}{m_0} \frac{x_v^{3/2}}{(1+x_v)^2} \tag{36}$$

для прямых запрещенных переходов.

Выше мы рассмотрели прямые оптические переходы глубокий уровень — дальняя зона в предположении, что экстремумы валентной зоны и зоны проводимости находятся при $\mathbf{k}=0$. Расчеты поглощения в случае, когда минимум зоны проводимости находится при $\mathbf{k}=\mathbf{k}_0$ проводится во втором порядке теории возмущений. Этот вопрос в случае электропоглощения приближенным методом рассматривался в работах [8]. Понятно, что он применим и к случаю оптических переходов во внешних магнитном и электрическом полях. В случае непрямых разрешенных переходов можно воспользоваться формулой (29), в которой необходимо заменить [8].

$$P_{cv}^2(0) \to \nu_0(\mathbf{k}_0)\, n_0\left[\bar{n}(\mathbf{k}_0)+\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\right]|P|^2, \tag{37}$$

где $|P|^2$ — величина, выражающаяся через матричные элементы, которые трудно вычислить в явном виде [8], $\nu_0 = 4\pi\lambda_D^2/3(2\pi)^3$ — число фононов с волновым вектором $\mathbf{k}_0$, эффективно взаимодействующих с электроном в связанном состоянии, находящееся в единице объема, $\pm\omega(\mathbf{k}_0)$ — частота излучаемого или поглощаемого фонона

$$\bar{n}(\mathbf{k}_0) = \left(e^{\frac{\hbar\omega(\mathbf{k}_0)}{kT}} - 1\right)^{-1}, \tag{38}$$

n_0 — число эквивалентных минимумов в зоне проводимости.

Наконец, укажем на то, что полученные формулы могут быть применены и к акцепторным глубоким уровням. Для этого везде необходимо менять местами D на A и c на v.

Литература

[1] G. Lucovsky. Sol. St. Commun., *3*, 299, 1960.
[2] Я. С. Матроницкий, Я. А. Рознерица, А. Г. Чебан. Изв. вузов, физика, № 8, 153, 1973.
[3] В. С. Виноградов. ФТТ, *13*, 3266, 1971.
[4] Я. С. Матроницкий, В. Д. Продан, Я. А. Рознерица. Изв. вузов, физика, № 10, 159, 1975.
[5] В. А. Гринберг. ФТП, *8*, 1000, 1974.
[6] Я. С. Матроницкий, Я. А. Рознерица, А. Г. Чебан. ФТП, 7, 304, 1973; 7, 1172, 1973.
[7] Я. С. Матроницкий, Я. А. Рознерица, А. Г. Чебан. ФТП, 7, 1025, 1973.
[8] В. С. Виноградов, ФТТ, *15*, 395, 1973; Препринт № 155, ФИАН СССР, 1972.
[9] Е. Б. Осипов, В. Я. Яковлев. ФТП, *8*, 2324, 1974.
[10] М. И. Клингер. ЖЭТФ, *26*, 154, 1954.
[11] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Квантовая механика. Физматгиз, М., 1973.
[12] В. Г. Карпов, Н. В. Колесников. ФТП, *8*, 1987, 1974; *10*, 1614, 1976.
[13] В. А. Фок. Таблицы функций Эйри. М., 1946.
[14] W. P. Dumke. Phys. Rev., *132*, 1998, 1963.

Поступило в Редакцию 13 января 1977 г.