УДК 621.373.535+538.61

К ТЕОРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ

Е. А. Тиунов и Э. Е. Фрадкин

Исследуется влияние продольного магнитного поля на пороговый режим работы кольцевого газового лазера с анизотропным резонатором. Определяются потери, частоты и состояния поляризаций собственных колебаний резонатора в зависимости от анизотропии резонатора и величины приложенного магнитного поля. Определен класс взаимных (по направлению) кольцевых резонаторов.

1. Рассмотрим кольцевой резонатор, схематически изображенный на рис. 1. Здесь F — совокупность произвольных поляризационных элементов и зеркал, не содержащая невзаимных фарадеевских вращателей, G — трубка с активной средой с наложенным на нее продольным магнитным полем. Пусть $\hat{F}_n$ — матрица Джонса для совокупности F ($n=r, l$ — индекс направления распространения волны в резонаторе). В системе координат с циркулярно поляризованными ортами, общей для двух встречных направлений, матричные элементы матрицы $\hat{F}_n$ могут быть выражены

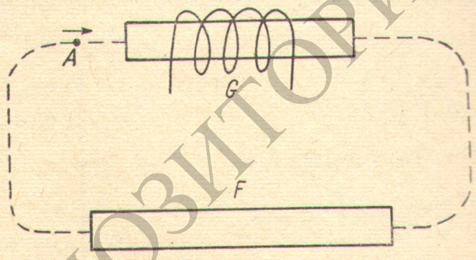

Рис. 1.

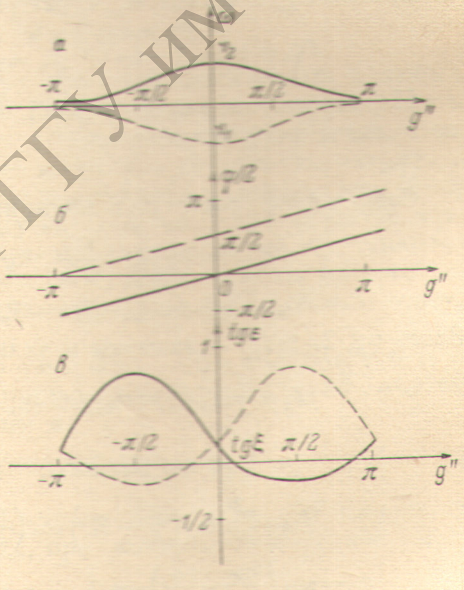

Рис. 2.

через собственные значения λ_k ($k=1, 2$) и собственные векторы резонатора $\mathbf{q}_n^k$, рассчитанные в отсутствие G [1, 2].

Пусть $\hat{G}_n$ — матрица Джонса для активной среды с наложенным на нее продольным магнитным полем. Легко показать, что в выбранной круговой системе координат $\hat{G}_n$ — диагональная матрица.

$$\left.\begin{aligned} &\{\hat{G}_n\}_{ss} = \exp(g_{sn}), \quad g_{sn} \equiv \tilde{g}_n - (-1)^s g_n, \quad s=1,\ 2; \\ &\tilde{g}_n = \alpha\,\{[1-\delta_0(f_n^2+\Omega^2)] - i\sigma_0 f_n\}, \quad g_n = \alpha\Omega\,(2\delta_0 f_n + i\sigma_0). \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

Здесь α — полное усиление за проход в резонаторе на центре линии усиления, $f_n = (\omega_n - \omega_0)/ku$ — безразмерная расстройка частоты ω_n относительно

сительно центра линии ω_0; $\Omega = \mu_0 g H / k u$, μ_0 — магнетон Бора, g — факторы Ланде, предполагаемые одинаковыми для обоих рабочих уровней; H — напряженность магнитного поля, δ_0, σ_0 — параметры, зависящие от изотопного состава активной среды: в чистом изотопе $\delta_0 = 1$, $\sigma_0 = -2/\sqrt{\pi}$, для 50%-й смеси изотопов они приведены в [2]. Выражение для g_{sn} написано в предположении $|\Omega| \ll 1$, $|f_n| \ll 1$ с сохранением членов, квадратичных по этим малым параметрам.

2. Влияние магнитного поля на потери, частоты и поляризации собственных колебаний найдем из задачи на собственные значения для полной матрицы резонатора $\hat{\Phi}_n$. Так, для точки A и указанного на рис. 1 направления обхода резонатора $\hat{\Phi}_n \mathbf{E}_n = (\hat{F}_n \hat{G}_n)\, \mathbf{E}_n = \mu_n \mathbf{E}_n$. Собственные значения $\hat{\Phi}_n$ представим в виде

$$\mu_{kn} = \lambda_k \exp\left[\tilde{g}_n + (-1)^k \chi_n\right]. \tag{2}$$

Тогда для χ_n получим выражение

$$\chi_n = \chi_n' + i\chi_n'' = \ln\left[R_n + \sqrt{R_n^2 - \lambda_1 \lambda_2}\right] - \ln \lambda_1, \tag{3}$$

где

$$R_n = \lambda \operatorname{ch} g_n + \Delta\lambda T_n \operatorname{sh} g_n, \quad \lambda = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2), \quad \Delta\lambda = \frac{1}{2}(\lambda_1 - \lambda_2),$$

λ_k — собственные значения матрицы $\hat{F}_n$, которые имеют вид [2]: $\lambda_k = \lambda_k \exp(\pm i\psi_0)$, так что $\ln|\lambda_k|$ определяет потери, а $2\psi_0 = (2\pi L/c)(\nu_2 - \nu_1)$ разность частот двух собственных поляризаций резонатора в нулевом магнитном поле (c — скорость света в вакууме, L — оптическая длина резонатора). T_n — функция собственных векторов резонатора без магнитного поля [см. формулы (6)]. Из (2), (3) найдем выражения для потерь за проход Γ_{kn} и частот ω_{kn} собственных колебаний в магнитном поле

$$\Gamma_{kn} = \ln|\lambda_k| - (-1)^k \chi_n', \quad \omega_{kn} = \nu_k + \frac{c}{2\pi L}\left[\alpha\sigma_0 f_{kn} + (-1)^k \chi_n''\right]. \tag{4}$$

На пороге генерации $|\mu_{kn}| = 1$. Отсюда найдем уравнение для порогового значения усиления α

$$\Gamma_{kn} + \operatorname{Re} \tilde{g}_n = 0.$$

Собственные состояния поляризации в A найдем по формулам

$$\left.\begin{aligned} &\operatorname{tg} \varphi_{kn} = \frac{\Phi_{kn}''}{\Phi_{kn}'}, \quad \operatorname{tg} \varepsilon_{kn} = \frac{1 - |\Phi_{kn}|}{1 + |\Phi_{kn}|}, \\ &\Phi_{kn} = \Phi_{kn}' + i\Phi_{kn}'' = \left[(\lambda + T_n \Delta\lambda)\, e^{g_n} - \mu_{kn} e^{-\tilde{g}_n}\right] / \left(T_{1n} \Delta\lambda e^{-g_n}\right). \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Здесь $\varphi_{kn}/2$, $\operatorname{tg}\varepsilon_{kn}$ — азимуты и эллиптичности собственных поляризаций.

$$\left.\begin{aligned} T_n = &\Big\{\cos(\xi_{1n} + \xi_{2n}) \sin(\xi_{1n} - \xi_{2n}) + \frac{i}{2} \sin(\psi_{1n} - \psi_{2n}) \times \\ &\times \left[\cos^2(\xi_{1n} + \xi_{2n}) - \sin^2(\xi_{1n} - \xi_{2n})\right]\Big\} \Big/ |d_n|^2, \\ T_{1n} = &\frac{2i}{d_n} \cos\left(\frac{\pi}{4} - \xi_{1n}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} - \xi_{2n}\right) \exp\left[-i\, \frac{\psi_{1n} + \psi_{2n}}{2}\right], \\ d_n = &\sin\left(\frac{\psi_{1n} - \psi_{2n}}{2}\right) \cos(\xi_{1n} + \xi_{2n}) + i \cos\left(\frac{\psi_{1n} - \psi_{2n}}{2}\right) \sin(\xi_{1n} - \xi_{2n}), \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

где $\psi_{kn}/2$, $\operatorname{tg}\xi_{kn}$ — азимуты и эллиптичности собственных поляризаций в нулевом магнитном поле.

Таким образом, формулы (4)—(6) определяют влияние продольного магнитного поля на потери, частоты и поляризации в резонаторе, который в отсутствие магнитного поля характеризуется произвольной поляризационной анизотропией и произвольными собственными состояниями поляризации. Из этих формул следует, что при центральной настройке резонатора ($g_n' = 0$) магнитное поле оказывает периодическое воздействие на параметры собственных колебаний с периодом, определяемым из условия $g_n'' = \alpha\sigma_0\Omega = 2\pi$. Эта периодичность связана с тем, что при изменении g_n'' на 2π азимут любой поляризации поворачивается на π. Отметим, что в газовых лазерах при выполнении условия $|\mu_0 gH| < ku$[1] наблюдение периодического влияния магнитного поля возможно при больших усилениях $\alpha \gg 1$, т. е. например, для линии 3.39 мкм в He—Ne-лазерах. При наличии отстройки от центра линии точная периодичность нарушается, но изменения параметров собственных колебаний в магнитном поле оказываются промодулированными с указанным периодом вплоть до расстроек $f_n \leqslant 1$.

3. Рассмотрим подробнее резонаторы, для которых $T_n=0$. Это условие выделяет класс анизотропных резонаторов, в которых собственными состояниями поляризации являются эллипсы с ортогональными большими полуосями, одинаковыми эллиптичностями и одинаковыми направлениями вращения (при $\varepsilon_1=\varepsilon_2=0$ эллипсы переходят в линейные ортогональные поляризации). Кроме того, $T_n=0$ для ортогональных круговых поляризаций. Напомним, что поляризации встречных волн в таком резонаторе в отсутствие магнитного поля одинаковы. Как следует из формул (2), (3) и (4), частоты и потери при $T_n=0$ не зависят от направления магнитного поля. В силу этих двух обстоятельств пороговые частоты и потери для встречных волн в таком кольцевом лазере с наложенным магнитным полем одинаковы. Поэтому резонаторы, для которых величина T_n (6) обращается в нуль, можно назвать взаимными.

Рассмотрим отдельно резонаторы с амплитудной и фазовой анизотропией и ограничимся случаем центральной настройки $f_n=0$.

1. Фазоанизотропные резонаторы ($|\lambda_1|=|\lambda_2|$). К таким резонаторам относятся, например, резонаторы с нечетным числом зеркал, в которых частоты обоих поляризаций в нулевом магнитном поле разведены на половину межмодового расстояния, а потери подобраны одинаковыми. В этом случае

$$\chi' = 0, \quad \chi'' + \psi_0 = \arccos(\cos\psi_0 \cos g'').$$

При этом из (4) следует, что потери остаются одинаковыми в любых магнитных полях, а частоты четным образом зависят от Ω. Зависимость частот, азимутов и эллиптичностей от Ω приведены на рис. 2. Здесь на каждом графике приведены по две кривые, которые следует рассматривать порознь. Сплошные кривые соответствуют настройке на центр (при $\Omega=0$) одной поляризации, штриховые — другой. Отметим, что в фазоанизотропных резонаторах зависимость азимутов и эллиптичностей от Ω такая же (с точностью до числовых коэффициентов ~ 1), как и в случае распространения бегущей волны в среде с наложенным продольным магнитным полем, но без резонатора.

2. Амплитудноанизотропные резонаторы ($\psi_0=0$). Таковыми могут являться, например, резонаторы с четным числом зеркал. В этом случае λ_k вещественны и

$$\chi = \ln\left[\lambda \cos g'' + \sqrt{(\Delta\lambda)^2 - \lambda^2 \sin^2 g''}\right] - \ln \lambda_1. \tag{7}$$

Отсюда видно, что χ зависит от Ω четным образом, и существует критическое значение магнитного поля $\Omega_{кр}$, при котором подкоренное выражение меняет знак

$$|\sin(\alpha\sigma_0\Omega_{кр.})| = \left|\frac{\Delta\lambda}{\lambda}\right|.$$

Из (4), (7) следует, что в магнитных полях, для которых $|\sin g''| \leqslant |\Delta\lambda/\lambda|$ — потери обоих колебаний, изменяясь, сравниваются при $\Omega \to \Omega_{кр.}$, тогда как их частоты остаются одинаковыми (так как $\chi''=0$ при $\cos g'' > 0$) или разведены на межмодовое расстояние (так как $\chi''=\pi$ при $\cos g'' < 0$). При $|\sin g''| > |\Delta\lambda/\lambda|$ потери остаются одинаковыми, а частоты изменяются с изменением Ω.

---

[1] Это условие ограничивает применимость наших формул, но, по-видимому, периодичность сохраняется и при больших значениях магнитного поля.

На рис. 3, *б*, *в* приведены графики зависимостей потерь и частот собственных колебаний от Ω. Кривые *г*, *д* на этом рисунке иллюстрируют зависимость азимутов и эллиптичностей от Ω. Кривая *а* определяет положение критических точек $\Omega=\Omega_{\text{кр}}$. Две кривые на каждом графике соответствуют двум различным собственным колебаниям, одновременно настроенным на центр линии при $\Omega=0$.

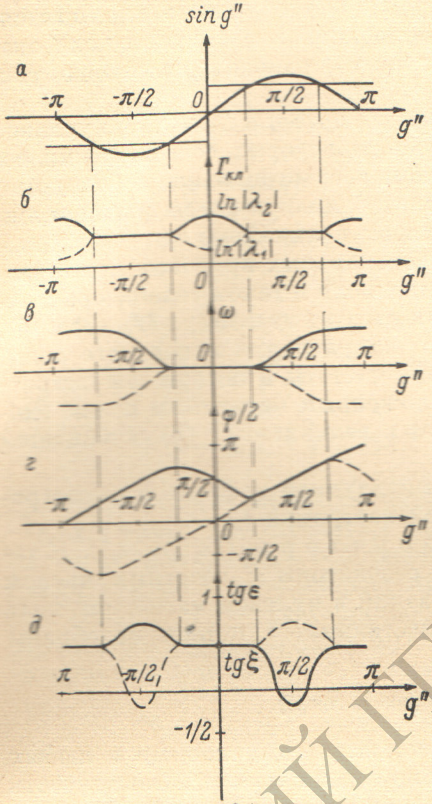

Рис. 3.

В заключение отметим, что результаты этой работы обобщают соответствующие результаты работы [3] на случай произвольных собственных поляризаций, произвольной поляризационной анизотропии и сильного фарадеевского вращения ($g'' \geqslant 1$), вследствие которого обнаруживается периодичность воздействия магнитного поля на параметры собственных колебаний.

В работе [4] рассматривался линейный лазер с амплитудно-анизотропным резонатором в магнитном поле. Нетрудно показать, что результаты работы [4] могут быть получены из соответствующих формул нашей работы в приближениях слабой анизотропии [с точностью до членов, линейных по $(1/2)(\ln\lambda_1-\ln\lambda_2)$] и слабого фарадеевского вращения $|g''| \ll 1$ (с точностью до членов, квадратичных по g''). Отметим, что в указанных приближениях методом [4] могут быть рассчитаны и другие типы резонаторов в магнитном поле, содержащие как амплитудную, так и фазовую анизотропию.

Литература

[1] В. Я. Молчанов, Г. В. Скроцкий. Квантовая электроника, *4*, 3, 1971.
[2] В. А. Зборовский, Э. Е. Фрадкин. ЖЭТФ, *66*, 1219, 1974.
[3] И. А. Андронова, П. А. Хандохин. Изв. вузов, радиофизика, *15*, 705, 1972.
[4] М. И. Дьяконов. ЖЭТФ, *49*, 1169, 1965.

Поступило в Редакцию 15 августа 1977 г.