

МНОГОФОТОННАЯ РЕЗОНАНСНАЯ ИОНИЗАЦИЯ В НЕКОГЕРЕНТНОМ ПОЛЕ

П. В. Елютин

Рассматривается задача о кинетике многофотонной резонансной ионизации атомов излучением, которое считается стационарным комплексным гауссовым шумом. С помощью техники цепных дробей получены выражения для спектрального образа функции суммарной заселенности дискретного спектра, пригодные при любых соотношениях между частотой Раби, шириной спектра шума и расстройкой от резонанса. Исследовано влияние высших корреляционных функций поля на зависимость скорости ионизации от интенсивности поля и на штарковский сдвиг и уширение линий.

1. Цель работы — рассмотрение кинетики резонансной многофотонной ионизации в некогерентном поле, в особенности случаев, когда существенны высшие корреляционные функции поля. Такая задача представляет интерес для интерпретации данных, полученных в экспериментах с многомодовым лазерным излучением, и как одна из задач развивающейся теории взаимодействия сильного некогерентного излучения с веществом.

Для скорости резонансной ионизации в монохроматическом поле в работе Келдыша [1] (а также [2]) было предложено выражение

$$W_0 = \frac{|M_{0k}|^2}{[E_k - (E_0 + k\omega)]^2 + [W_k + \gamma_k]^2} W_k \quad (1)$$

где W_0 и W_k суть скорости ионизации с уровней 0 и k соответственно, M_{0k} — элемент матрицы перехода на резонансный уровень k , γ_k — радиационная ширина резонансного уровня. Здесь и далее принято $\hbar=1$.

Попытки учесть влияние шумового характера поля усреднением выражения (1) по распределению интенсивности [3] или по спектру поля [4] используют разные характеристики поля и приводят к разным результатам, область применимости которых не ясна. В работе [5] выражение для скорости перехода, учитывающее эффекты, связанные с туннелированием, усреднялось и по распределению интенсивности, и по спектру поля. В области применимости формулы (1) такой способ дает интерполяцию между результатами упомянутых выше подходов. Применимость и всех этих методов, и формулы (1) принципиально ограничена тем, что зависимость от времени суммарной заселенности дискретного спектра $S(t)$ в когерентном поле не всегда может быть описана постоянной скоростью W_0 [4, 6, 7].

Метод, принятый в этой работе, основан на вычислении усредненных по реализациям случайного процесса рядов, представляющих итерационное решение системы интегральных уравнений для элементов матрицы плотности атома. Такие ряды удобно представлять и исследовать с помощью диаграммной техники, использованной и подробно описанной в работах [8, 9]. В тех случаях, когда параметр разложения не мал, ряды можно просуммировать с помощью описанной в [9] техники цепных дробей. Правила этой техники, изложенные в [9], могут быть перенесены на случай спектра произвольной формы, если положить

$$B(t_i - t_k) = \int \xi(x_n) e^{-ix_n(t_i - t_k)} dx_n. \quad (2)$$

Тогда все правила вычисления диаграмм остаются справедливыми при замене в показателях экспонент членов $\pm \eta t_j$ на $\pm ix_n t_j$. Для вычисления неприводимой диаграммы порядка N нужно сверх того провести N -кратное интегрирование по совокупности аргументов x_n .

Будем предполагать интенсивность ионизирующего поля I малой в сравнении с определяющим границу туннельной области масштабом $I_c = m \omega^3 / 16 \pi \alpha$, где m — масса электрона, ω — частота поля, α — постоянная тонкой структуры [1, 2]. Ионизирующее поле будем представлять в виде

$$\varepsilon(t) = E_0 f(t) e^{i\omega t} + E_0^* f^*(t) e^{-i\omega t}, \quad (3)$$

где $f(t)$ есть случайный стационарный комплексный гауссов процесс с равным нулю средним и известной функцией корреляции $\langle f(t) f^*(t+\tau) \rangle = B(\tau)$. Такая модель хорошо описывает излучение многомодовых лазеров.

При большой расстройке $\Delta = E_k - (E_0 + k\omega)$ скорость n -фотонной ионизации будет определяться n -м моментом распределения интенсивности и не будет зависеть от спектра шума. Поэтому при резонансном n -фотонном процессе наибольший интерес представляют существенно нелинейные эффекты, определяемые более высокими, чем n -й, моментами интенсивности. Такие эффекты могут проявиться в зависимости скорости ионизации от интенсивности, связанной с кинетикой возбуждения резонансного уровня, и в штарковском сдвиге и уширении резонансного уровня. Первый эффект рассматривается ниже для случая $n=2, k=1$, а второй — для случая $n=4, k=3$. Вычисления для других значений n и k отличаются несущественными деталями, а рассмотренные случаи наиболее благоприятны для эксперимента.

2. Для оценки вкладов различных диаграмм мы используем конкретные значения параметров. Задачу характеризуют пять параметров с размерностью обратного времени: частота Раби для резонансного перехода $V = M_{0k}$, скорость ионизации с резонансного уровня $W_k = 2v$, расстройка от резонанса Δ , ширина спектра поля η и обратная длительность импульса поля T^{-1} . Два последних параметра мало различны для известных экспериментов. Длительность T импульсов, получаемых от лазеров с модулированной добротностью, обычно близка к 10^{-8} с. Для импульсов такой длительности можно пренебречь влиянием радиационного затухания, так как $\gamma_k \ll T^{-1}$. Ширина спектра η ограничена сверху шириной линии люминесценции, а снизу — условием применимости модели гауссова шума (число возбужденных мод должно значительно превосходить квадрат степени многофотонности процесса [10]). В экспериментах величина η обычно лежит в интервале $2 \cdot 10^{11} - 2 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}$ [11-13]. Для дипольных переходов имеем оценки для частоты Раби $V \sim 10^9 E_0 \text{ с}^{-1}$ для $k=1$, $V \sim 10^{-1} E_0^3 \text{ с}^{-1}$ для $k=3$. Скорость ионизации $v \sim 10^4 E_0^2 \text{ с}^{-1}$. Здесь и далее значение E_0 указывается в единицах СГСЕ.

3. Рассмотрим двухфотонную резонансную ионизацию ($n=2, k=1$). Учитывая в дискретном спектре амплитуды только основного и резонансного состояний, систему уравнений для элементов матрицы плотности приведем к системе двух интегральных уравнений

$$S(t) = 1 - \int_0^t v f(t') f^*(t') (R + S) dt', \quad (4)$$

$$R(t) = -1 + \int_0^t v f(t') f^*(t') (R + S) dt' - 2[P + P^*], \quad (5)$$

$$P = \int_0^t V^* f^*(t) \exp(-i\Delta t_1) \sum_{n=0}^{\infty} (-I v f(t) f^*(t))^n \int_0^{t_{n+1}} V f(t') \exp(i\Delta t') R dt' dt_1. \quad (6)$$

Здесь есть оператор интегрирования по t_i от 0 до t_{i-1} . Решение задачи определяется средним по реализациям случайного процесса от величины $S(t)$.

В отличие от задачи, рассмотренной в [8, 9], в нашем случае в диаграммах существуют вершины двух типов. При вычислении диаграмм проводится одно интегрирование по аргументу каждой вершины $f(t_i)$ или $f^*(t_i)$, связанной со множителем V или V^* (вершины типа V), и одно интегрирование по аргументу пары вершин $f(t_i)f^*(t_i)$, связанных со множителем v (пара вершин типа v). Как и в [9], перейдем к спектральному представлению, помня

$$H(p) = \int_0^\infty S(t) e^{-pt} dt, \quad p = i\omega + 0. \quad (7)$$

В области, далекой от вычисления, т. е. при $S(T) \approx 1$, в экспериментах выполняется условие $v \ll \eta$. Малость параметра v/η мы используем при отборе диаграмм. Если пара вершин типа v соединена петлей и не охвачена другими петлями,

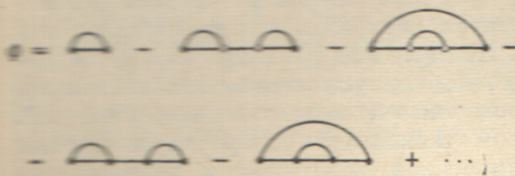


Рис. 1. Первые члены в диаграммном разложении для Φ .

Черные кружки — вершины типа V , белые кружки — вершины типа v .

то она вносит в значение соответствующей диаграммы множитель v/p . Если пара вершин типа v охвачена петлей или связана петлями с другими парами вершин типа v или вершинами типа V , то она вносит множитель порядка v/η . В рассматриваемой задаче существенна область частот $p \ll \eta$, так как $T \gg \eta^{-1}$. Поэтому вершинами типа v , вносящими вклад $\sim v/\eta$, определяются малые поправки.

Перегруппировав члены ряда, имеем

$$H(p) = \frac{1}{p} \left[1 - \frac{\varphi\Phi}{1 - \varphi\Phi} \right], \quad \varphi = \frac{v}{p + 2v}, \quad (8)$$

где Φ есть сумма диаграмм, не содержащих неприводимых частей из одних только вершин v . Все такие неприводимые части учтены множителем v . На рис. 1 показано несколько первых диаграмм в разложении для Φ . В них сохранены вершины типа v , окруженные нечетным числом вершин типов V и V^* . Такие вершины в общем случае вносят малые множители, но при некоторых условиях должны быть учтены, что будет ясно из дальнейшего.

Если опустить в Φ вершины типа v , то для $H(p)$ получим выражение

$$H(p) = \frac{p + 2v + \Gamma}{p^2 + p(2v + \Gamma) + v\Gamma}. \quad (9)$$

Функция $\Gamma(p, \Delta)$ изображается бесконечной цепной дробью, определенной рекуррентными соотношениями

$$T_n = \frac{4V^2 u(n)}{p + iX_{n-1}} \int \frac{dx_n g(x_n)}{(p + iX_n)^2 + \Delta^2} \frac{1}{1 + T_{n+1}} \quad (n = 2k + 1); \quad (10)$$

$$T_n = \frac{4V^2 u(n)}{(p + iX_{n-1})^2 + \Delta^2} \int \frac{dx_n g(x_n)}{p + iX_n} \frac{1}{1 + T_{n+1}} \quad (n = 2k); \quad (11)$$

$$X_n = \sum_{j=1}^n x_j, \quad \Gamma(p, \Delta) = pT_1. \quad (12)$$

Здесь $u(k)$ есть целая часть числа $(k+1)/2$. Поскольку $p \ll \eta$, то мнимой частью p можно пренебречь в сравнении с iX_n , заменив $\Gamma(p, \Delta)$ на не зависящую от p величину $\Gamma(0, \Delta) = \Gamma(\Delta)$.

Рассмотрим случай $\Delta \ll \eta$. Тогда детали формы линии не существенны, и удобно выбрать линию лорентцовой формы, положив

$$B(\tau) = \exp - \eta |\tau|. \quad (13)$$

В этом случае все входящие в T_n интегралы определяются вычетом в единственном полюсе $g(x)$ в верхней полуплоскости, и $\Gamma(\Delta)$ представляется цепной дробью

$$\Gamma(\Delta) = \eta \left[0; \frac{\varepsilon}{1+z^2}, \frac{\varepsilon}{2}, \dots, \frac{u(k)\varepsilon}{k+\zeta(k)}, \dots \right], \quad (14)$$

где введены обозначения

$$\varepsilon = \frac{4V^2}{\eta^2}, \quad z = \frac{\Delta}{\eta}, \quad \zeta(k) = \frac{z^2}{2k} [1 - (-1)^k]. \quad (15)$$

Выражение (14) мы и используем для оценки роли существенно нелинейных эффектов. Во временном представлении из (9) имеем

$$S(t) = \frac{r_1}{r_1 - r_2} e^{-r_2 t} - \frac{r_2}{r_1 - r_2} e^{-r_1 t}, \quad (16)$$

$$r_{1,2} = v + \left(\frac{\Gamma}{2} \right) \pm \sqrt{v^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}. \quad (17)$$

При заметном различии между v и Γ поведение $S(t)$ будет определяться членом с r_2 — наименьшим показателем в экспоненте.

Учет члена с r_1 необходим при $v \approx \Gamma$: тогда кинетика ионизации отличается от экспоненциальной. При $\varepsilon \ll 1$ можно ограничиться первой подходящей дробью в (14). Тогда $\Gamma = 4V^2 \eta^{-1} \gg v$. Зависимость Γ и v от интенсивности одинаковая, а потому всегда $r_2 \approx v$. При $\varepsilon \gg 1$ и фиксированном z функция Γ растет подобно $\sqrt{\varepsilon}$ (медленнее, чем v), но равенство $\Gamma = 2v$ достигается в полях с интенсивностью, превышающей I_c . Область существенно нелинейных эффектов определяется одновременным выполнением условий $\varepsilon \geq 1$, $\Gamma \leq v$ и в настоящее время, по-видимому, экспериментально недостижима.

Если $z^2 \gg \varepsilon$, то при $z \geq 1$ можно ограничиться первой подходящей дробью. Тогда при достаточно больших Δ скорость ионизации определяется показателем $r_2 = 2V^2 \eta \Delta^{-2}$. Это значение в силу условия $v \ll \eta$ значительно больше следующего из теории возмущений значения $r_0 = 2V^2 v \Delta^{-2}$. Причина такого различия — в использованной корреляционной функции (13). Крыло линии шума спадает в этом случае как Δ^{-2} . Каскадный процесс, в котором уровень 1 возбуждается крылом линии шума со скоростью r_2 , а ионизация с уровня 1 идет со скоростью $v \gg r_2$, оказывается более эффективен, чем прямой процесс со скоростью r_0 , при любых значениях Δ .

Поскольку в экспериментально доступной области высшие подходящие дроби не существенны, при вычислении Γ можно ограничиться учетом первых диаграмм. Для первой диаграммы в Φ имеем

$$\Gamma_1 = 2V^2 g(\Delta) 2\pi. \quad (18)$$

Можно интерпретировать Γ_1 как скорость возбуждения узкого резонансного уровня крылом спектральной линии шума. Вклады второй и третьей диаграмм в разложении для Φ равны T_2 и T_3 , где

$$T_2 = 4V^2 v \operatorname{Re} \left(\int \frac{dx g(x)}{x + \Delta - i0} \right)^2, \quad T_3 = 4V^2 v \operatorname{Re} \int \frac{dx g(x)}{(\Delta + x - i0)^2}. \quad (19)$$

Учитывая, что $B(0) = 1$, при $\Delta \gg x \approx \eta$ можно вынести Δ из-под интегралов. Тогда суммарный вклад этих диаграмм есть

$$\Gamma_2 = 2! 4V^2 v \Delta^{-2} \quad (20)$$

для любого спектра $g(x)$. Отношение Γ_2/Γ_1 при $\Delta \ll \eta$ есть малая величина порядка ν/η , а при $\Delta \gg \eta$ может стать сколь угодно большим, если $g(x)$ спадает быстрее лорентцовского закона. Можно интерпретировать Γ_2 как скорость возбуждения состояний в крыле ионизационно уширенной линии всей спектральной линией шума. Хотя ионизационная ширина $\nu \ll \eta$, но при больших расстройках определяющую роль играет лорентцева форма линии при ионизационном уширении. Вывод о такой форме основан на пренебрежении зависимостью сечения ионизации уровня 1 от энергии и справедлив, если Δ мало в сравнении с атомными частотами, что всюду подразумевается.

Экспериментальные данные часто интерпретируются в терминах зависимости наклона $K = \partial(\ln W_0)/\partial I$ от параметров — интенсивности и расстройки. При фиксированной интенсивности изменение наклона определяется конкуренцией процессов, описываемых членами Γ_1 и Γ_2 , и изменение наклона происходит при расстройке,

близкой к ν_0 -корню уравнения

$$z^2 g(z) = \nu \eta^{-1}. \quad (21)$$

На рис. 2 для гауссовой формы линии показаны характерные линии в плоскости $\lg E_0^2 - z$. Кривая D ограничивает сверху область истощения ($r_2 T = 0.5$). Показатель $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2$

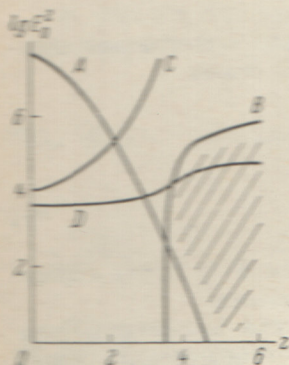


Рис. 2. Характерные линии в плоскости «интенсивность — расстройка» для двухфотонной резонансной ионизации.

Значения параметров: $\nu = 10^4 E_0^2 \text{ с}^{-1}$, $V = 2 \cdot 10^9 E_0 \text{ с}^{-1}$, $\eta = 5 \times 10^{11} \text{ с}^{-1}$, $T = 10^8 \text{ с}$. Обозначения линий: A — $\Gamma_1 = \Gamma_2$, B — $\nu = \Gamma$, C — $\Gamma_1 = \eta$, D — $r_2 T = 0.5$.

является ведущим в области $\nu > \Gamma$, ниже кривой B. Существенно нелинейные эффекты проявляются в области выше кривой C. Справа от кривой A доминирующим в Γ является член Γ_2 . Наклон $K=2$ в заштрихованной области — ниже кривой B и выше кривой A.

4. При рассмотрении n -фотонной ионизации при наличии резонанса с дискретным спектром при $n \geq 4$ возможно проявление впервые указанного авторами [14] изменения наклона за счет штарковского смещения разности резонансных уровней, сравнимого с шириной спектра шумового поля. Результаты [14] имеют качественный характер: если σ — вычисленный во втором порядке теории возмущений штарковский сдвиг, то при $\sigma \geq \eta$ для вычисления штарковского смещения нельзя ограничиваться конечным порядком теории возмущений. Кроме того, меняется приведенная форма линии, которая, в частности, становится зависящей от Δ . Наконец, для описания ионизационного уширения использованная в [14] гауссова форма линии непригодна (см. разд. 3).

Рассмотрим четырехфотонную резонансную ионизацию ($n=4$, $k=3$). Из-за значительно меньшей по сравнению с однофотонным резонансом частоты Раби скорость ионизации будет определяться скоростью возбуждения резонансного уровня Γ . Система уравнений для элементов матрицы плотности в этом случае весьма громоздка, и мы не будем ее выписывать. Для определения влияния существенно нелинейных эффектов на скорость ионизации мы ограничимся вычислением Γ_1 , так как диаграммы, содержащие пары вершин типа ν , по сказанному выше, существенны лишь при $\Delta \gg \eta$, где роль штарковского смещения, дополнительного к Δ , обычно мала. При вычислении Γ_1 все диаграммы, содержащие множители любого порядка по σ/Δ и σ/η , могут быть просуммированы в бесконечную цепную дробь.

Отличительной чертой комбинаторики диаграмм в нашем случае является наличие двух петель, охватывающих каждую диаграмму. Поэтому все аргументы коэффициентов $u(2k+1)$ следует при $k \geq 1$ увеличить на 2, а аргументы $u(2k)$ при $k > 1$ следует уменьшить на 2. Выражение для Γ прини-

мает вид

$$\Gamma = 2 \frac{V^2}{\sigma} u(1) u(3) \int dx_1 g(x_1) \int dx_2 g(x_2) \operatorname{Re} Z, \quad (22)$$

$$Z = \left[1 + u(5) \sigma \int \frac{dx_3 g(x_3)}{\Delta + X_3 + A} \right]^{-1}. \quad (23)$$

Комплексная величина A , учитывающая вклад высших моментов в штарковский сдвиг ($\Sigma = \operatorname{Re} A$) и в эффективную ширину линии ($H = \operatorname{Im} A$) определяется цепной дробью

$$A = \left[0; \sigma u(2) \int \frac{dx_4 g(x_4)}{1}, \sigma u(7) \int \frac{dx_5 g(x_5)}{\Delta + X_5}, \dots, a_k, \dots \right], \quad (24)$$

$$a_k = \sigma u(k + z_k) \int \frac{dx_k g(x_k)}{D(k)}, \quad (25)$$

$$z_k = -2, \quad D_k = 1 \quad (k = 2n), \quad z_k = 2, \quad D_k = \Delta + X_k \quad (k = 2n + 1).$$

На рис. 3 показаны вычисленные положения линий постоянного наклона для условий эксперимента, описанного в работе [11]. Вычисления проводились для лорентцовской формы линии, параметр $\eta = 1.56 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$ был выбран из условия совпадения эффективной ширины линии с экспериментальными данными. Расчеты показывают, что Σ и H — того же порядка, что σ и η соответственно, и сильно зависят от Δ и I .

Количественное сравнение с экспериментом работы [11] затруднено рядом

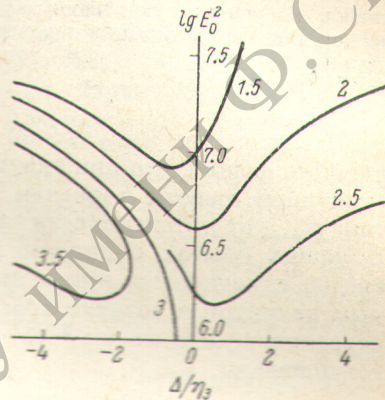


Рис. 3. Линии постоянного наклона в плоскости «интенсивность—расстройка» для условий эксперимента работы [11].

Приведенная ширина линии $\eta_3 = 3\eta = 4.68 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$.

причин. Необходимо учитывать неоднородность средней интенсивности, что приведет к сглаживанию зависимости $\Gamma(I)$. Учет быстрого спада крыльев линии шума, необходимый для описания процесса при больших расстройках, потребует значительно большего объема числовых расчетов. Однако и при том теоретическое значение $K = 1.8 \pm 0.5$ в области малых расстройек согласуется с экспериментальным значением $K = 1.5 \pm 0.2$.

Таким образом, исследование наклона кривых зависимости скорости ионизации от интенсивности и расстройки предоставляет возможность для экспериментального исследования высших корреляционных функций поля.

Автор благодарит Л. В. Келдыша за полезные обсуждения.

Литература

- [1] Л. В. Келдыш. ЖЭТФ, 47, 1945, 1964.
- [2] Н. Б. Делоне, Л. В. Келдыш. Препринт ФИАН СССР № 11, 1970.
- [3] J. Mostowski. Phys. Lett. A, 56, 87, 1976.
- [4] И. В. Лебедев. Опт. и спектр., 30, 381, 1971.
- [5] В. А. Коварский, Н. Ф. Перельман. ЖЭТФ, 68, 465, 1975.
- [6] C. S. Chang, P. Stehle. Phys. Rev. Lett., 30, 1283, 1973.
- [7] V. L. Veers, L. Armstrong, Jr. Phys. Rev., A, 12, 2447, 1975.
- [8] С. Г. Прибельский. Опт. и спектр., 35, 715, 1973.
- [9] П. В. Елютин. Опт. и спектр., 43, 542, 1977.
- [10] И. В. Томов, А. С. Чиркин. В сб.: Квантовая электроника (под ред. Н. Г. Басова), № 1, 110, 1971.
- [11] Г. А. Делоне, Н. Б. Делоне, Г. К. Пискова. Препринт ФИАН СССР № 150, 1971.
- [12] B. Held, G. Mainfray, C. Manus, J. Morelles. Phys. Rev. Lett., 28, 130, 1972.
- [13] C. Lecompte, G. Mainfray, C. Manus, F. Sanchez. Phys. Rev. A., 11, 1009, 1975.
- [14] Б. А. Зон, Н. Л. Манаков, Л. П. Рапопорт. ЖЭТФ, 60, 1264, 1971.

Поступило в Редакцию 9 ноября 1977 г.