

ВЛИЯНИЕ КРАЕВЫХ ЭФФЕКТОВ НА СТРУКТУРУ ПОЛЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТИПОВ КОЛЕБАНИЙ РЕЗОНАТОРА С ПЛОСКИМИ ЗЕРКАЛАМИ

И. Ф. Балашов, В. А. Беренберг, Я. М. Жилейкин и М. В. Соколовский

Исследован процесс установления амплитудного и фазового распределения двух низших нестационарных типов колебаний резонатора с плоскими зеркалами с учетом краевых дифракционных эффектов. Произведена оценка величины неоднородности коэффициента отражения зеркал, при которой дифракцией от края зеркал можно пренебречь.

При исследовании процесса установления структуры поля нестационарных типов колебаний (ТК) резонатора с плоскими зеркалами в работе [1] была рассмотрена модель резонатора с неоднородными неограниченными зеркалами, не учитывающая влияния дифракции на краях зеркал, которое в реальных резонаторах может быть существенным.

В данной статье на основе численного решения задачи на ЭВМ исследовано влияние краевых эффектов на процесс установления структуры поля ТК и определены условия, при которых этим влиянием можно пренебречь.

1. Оператор P , описывающий трансформацию поля за один проход в двумерном резонаторе длиной L , состоящем из двух плоских зеркал шириной $2a$ с гауссовым профилем коэффициента отражения, можно записать в виде

$$PU = \left[\frac{k}{2\pi L} \right]^{1/2} \exp \left[ikL - \frac{i\pi}{4} \right] \int_{-a}^a dx U(x) \exp \left[-d(x^2 + y^2) + \frac{ik}{2L}(x - y)^2 \right], \quad (1)$$

где $d > 0$, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, $U(x)$ — распределение поля на зеркале.

Нетрудно показать, что все свойства резонатора определяются двумя параметрами: $c = ka^2/L$, $\alpha = 2da^2$.

Нестационарные ТК являются решениями уравнений [1]

$$P^{+N} P^N \tilde{U}_{Nn} = \Lambda_{Nn}^2 \tilde{U}_{Nn}, \quad (2)$$

$$P^N P^{+N} U_{Nn} = \Lambda_{Nn}^2 U_{Nn}, \quad (3)$$

где P^+ — оператор, сопряженный оператору P , N — число проходов световой волны по резонатору, Λ_{Nn}^2 — коэффициент передачи энергии n -м ТК за N проходов по резонатору.

Поскольку ядро оператора P симметрично, то решения уравнений (2), (3) комплексно сопряжены $\tilde{U}_{Nn} = U_{Nn}^*$ и достаточно ограничиться рассмотрением, например, уравнения (3).

Уравнение (3) решалось численно на ЭВМ для $c = 16$, $N = 2^m$ ($m = 0, 1, \dots$) при различных значениях α . Определялись амплитудное и фазовое распределения и величина Λ_{Nn}^2 для четно-симметричного и нечетно-симметричного ТК ($n = 0, 1$). Для сравнения с помощью соотношений, приведенных в работе [1], производился расчет аналогичных характеристик резона-

тора с неограниченными зеркалами, характеризуемого параметром $\nu = \alpha/c$.

Результаты расчета для резонатора с однородными зеркалами ($\alpha=0$) представлены на рис. 1, 2.

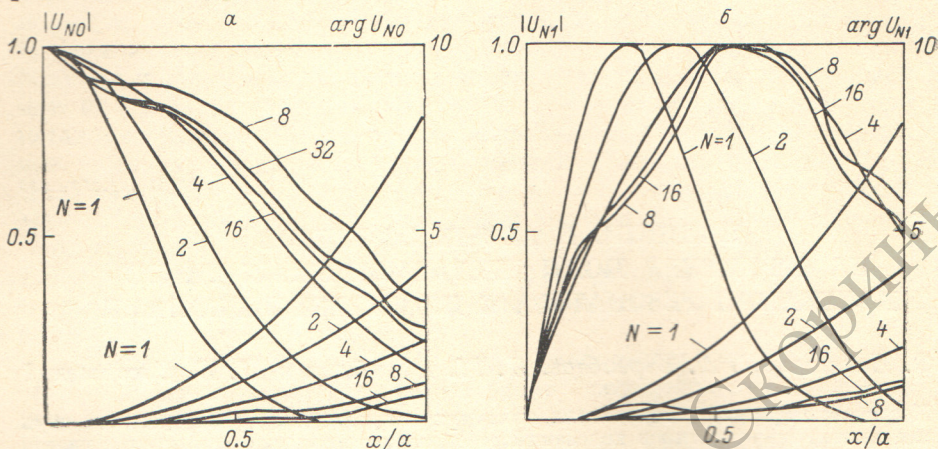


Рис. 1. Амплитудное и фазовое распределение четно-симметричного (а) и нечетно-симметричного (б) ТК резонатора с однородными зеркалами при $c=16$.

Как видно из рис. 1, 2, процесс установления амплитудного и фазового распределения ТК и величины $x_{Nn} = |\ln \Delta_{Nn}^2| / N$ ($n = 0, 1$) состоит из двух этапов. На первом этапе распределение амплитуды и фазы гладкое, причем, как показывают численные расчеты, амплитудное распределение в пределах графической точности описывается соответствующим

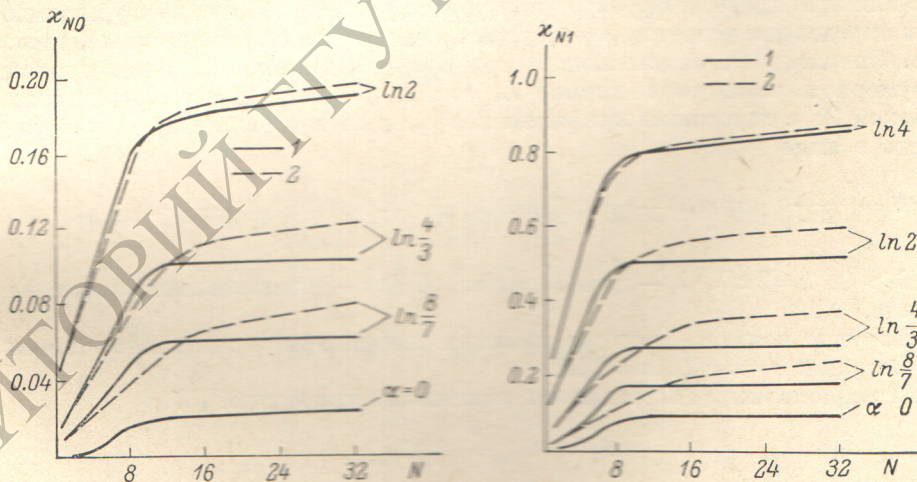


Рис. 2. Зависимости x_{Nn} от числа проходов N для резонатора с ограниченными (1) и неограниченными (2) зеркалами при $c=16$.

ыми функциями Гаусса—Эрмита, а волновой фронт является сферическим с радиусом кривизны, равным NL . На этом этапе дифракционные потери ТК пренебрежимо малы. На втором этапе начиная с некоторого значения N_n амплитудное и фазовое распределения становятся волнистыми и нерегулярными, а величина x_{Nn} приближается к предельному значению.

Регулярность амплитудного и фазового распределений ТК и малость радиационных потерь на первом этапе процесса установления свидетельствуют о том, что краевые дифракционные эффекты слабо влияют на структуру поля ТК на этом этапе. Последнее замечание позволяет упростить уравнение (3) и найти его решения в аналитическом виде. Действи-

тельно, пренебрегая действием краевых эффектов на всех проходах, за исключением первого, нетрудно преобразовать уравнение (3) к виду

$$\int_{-a}^a dx U_{Nn}(x) \frac{\sin \frac{ka}{NL} (y-x)}{\pi (y-x)} \exp \left[\frac{ik}{2NL} (y^2 - x^2) \right] = \Lambda_{Nn}^2 U_{Nn}. \quad (4)$$

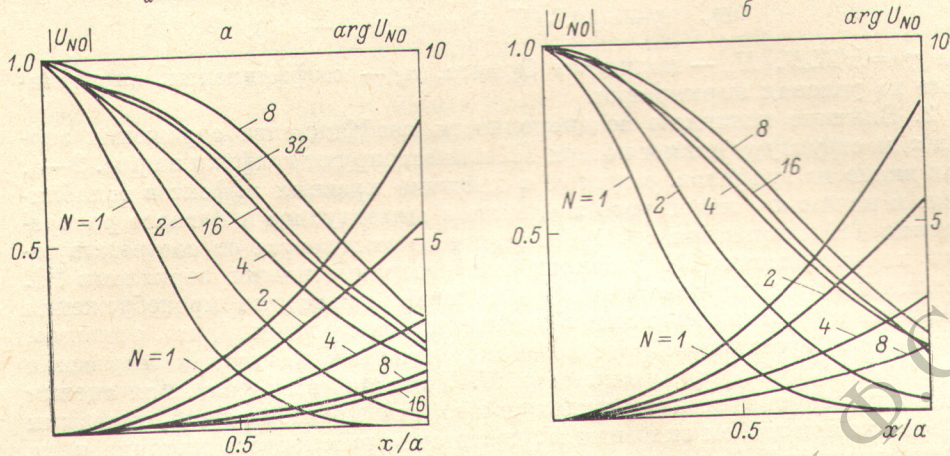


Рис. 3. Амплитудное и фазовое распределение четно-симметричного ТК резонатора с неоднородными зеркалами при $c=16$.

$a - \alpha = \ln(4/3)$, $b - \alpha = \ln 2$.

Интегральное уравнение (4) хорошо изучено [2, 3]. Решения уравнения (4) являются сфероидальные функции, которые при $ka^2/NL \gg 1$ могут быть аппроксимированы функциями Гаусса—Эрмита. Очевидно, что только те решения уравнения (4) могут быть отождествлены с ТК ис-

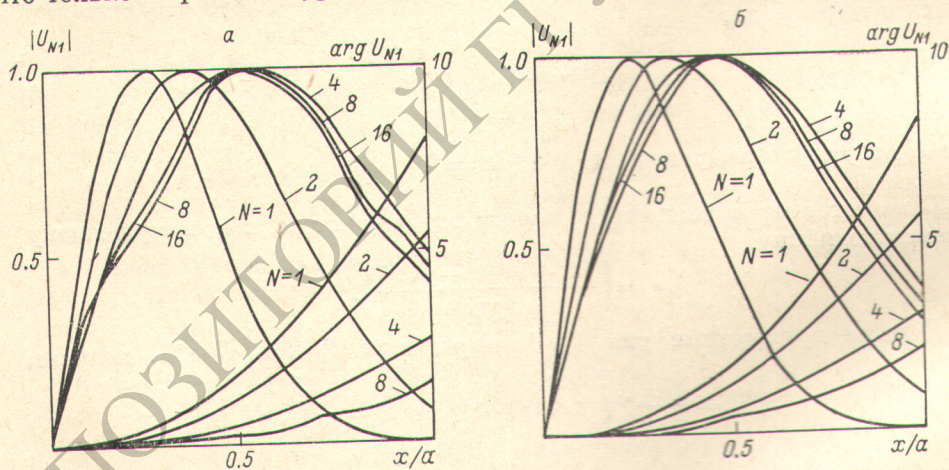


Рис. 4. Амплитудное и фазовое распределение нечетно-симметричного ТК резонатора с неоднородными зеркалами при $c=16$.

$a - \alpha = \ln 2$, $b - \alpha = \ln 4$.

ходного резонатора, для которых $\Lambda_{Nn}^2 \approx 1$. Отличительной особенностью этих ТК является наличие каустик, которые достаточно далеко расположены от края зеркал, благодаря чему влияние краевых эффектов на процесс установления незначительно.

С увеличением N за счет дифракционных эффектов происходит расплывание поля ТК. При некотором значении N_n каустика n -го ТК подходит к краю зеркала и влияние краевых эффектов становится существенным.

Используя известные из теории конфокальных резонаторов результаты [3, 4] для N_n можно получить следующее выражение:

$$N_n = \frac{2c}{\pi(n + 1.8)}.$$

При $N \leq N_n$ амплитудное и фазовое распределения ТК является гладким и может быть аппроксимировано следующими функциями:

$$U_{N_n}(x) = a_n H_n[\sqrt{2\gamma_N} x] \exp[-\gamma_N(1-i)x^2],$$

где $\gamma_N = k/2LN$, H_n — полиномы Эрмита, a_n — коэффициенты, определяемые из условия нормировки.

2. Влияние величины неоднородности коэффициента отражения зеркал α на структуру поля и потери ТК иллюстрируют графики на рис. 2—4. Как видно из графиков, с ростом α действие краевых эффектов ослабляется, и начиная с некоторого значения α амплитудное и фазовое распределения ТК и величина κ_{N_n} практически не отличаются от соответствующих характеристик ТК резонатора с неограниченными зеркалами [1]. Численные расчеты показывают, что необходимая для пренебрежения краевыми эффектами величина α увеличивается с ростом N , что, очевидно, обусловлено возрастанием роли краевых эффектов в процессе формирования структуры поля ТК при увеличении N . Учитывая этот факт, для оценки минимального значения α , необходимого для пренебрежения краевыми эффектами при любом значении N , достаточно рассмотреть влияние α на характеристики ТК в предельном случае, когда структура поля ТК устанавливается. Как показано в работе [1], установившиеся конфигурации поля двух низших нестационарных ТК подчиняются уравнению

$$PU_n = \lambda_n U_n, \quad n = 0, 1, \quad (5)$$

где $|\lambda_n| = \text{Im}[\Lambda_{N_n}]^{1/N}$ при $N \rightarrow \infty$.

Если в качестве невозмущенной системы выбрать резонатор с неограниченными зеркалами, а ограничение размера зеркал рассматривать как возмущение, то в первом приближении теории возмущений для поправок к собственным числам невозмущенного уравнения нетрудно получить следующее выражение:

$$\lambda_n^{(1)} = -2\lambda_n \int_a^\infty U_n^2 dx, \quad (6)$$

где U_n нормированы условием $\int_a^\infty U_n^2 dx = 1$.

В качестве меры близости возмущенного резонатора к невозмущенному возьмем величину

$$\epsilon_n = \left| \frac{|\lambda_n + \lambda_n^{(1)}|^2 - |\lambda_n|^2}{|\lambda_n|^2 - |\lambda_1|^2} \right|.$$

Используя известные для U_n , λ_n выражения [1] при $v^{1/2} \ll 1$, получим

$$\epsilon_0 = \frac{2^{1/4} c}{\pi^{1/2} z^2} \left| \int_a^\infty dx \exp[-x^2] \cos\left[x^2 - \frac{\pi}{8}\right] \right|, \quad (7)$$

$$\epsilon_1 = \frac{2^{1/4} c}{\pi^{1/2} z^2} \left| z \exp[-z^2] \cos\left[z^2 - \frac{\pi}{8}\right] + \int_a^\infty dx \exp[-x^2] \cos\left[x^2 - \frac{\pi}{8}\right] \right|, \quad (8)$$

где $z = [ac]^{1/4}$.

При $2\sqrt{2}z^2 \gg 1$ интеграл в соотношениях (7), (8) можно заменить асимптотическим приближением, так что окончательно будем иметь

$$\epsilon_0 = \frac{c \exp[-z^2]}{2^{1/4} \pi^{1/2} z^2} \left| \cos\left[z^2 + \frac{\pi}{8}\right] \right|, \quad (9)$$

$$\epsilon_1 = \frac{2^{1/4} c \exp[-z^2]}{\pi^{1/2} z} \left| \cos\left[z^2 - \frac{\pi}{8}\right] \right|. \quad (10)$$

С помощью соотношений (7), (8) или (9), (10) нетрудно определить искомую связь между α и c , задавшись определенным значением ϵ_0 и ϵ_1 . Для $\epsilon_0 = \epsilon_1 = 0.1$ результаты вычислений представлены на рис. 5. Как следует из графиков на рис. 5, с увеличением параметра c величина α , начиная с которой влиянием краевых эффектов можно пренебречь, быстро уменьшается, причем для ТК с $n=1$ необходима более сильная неравномерность коэффициента отражения зеркал, чем для ТК с $n=0$.

Следует отметить, что в реальных лазерах, как правило, используются зеркала с однородным распределением коэффициента отражения, а неравномерным является распределение коэффициента усиления в поперечном сечении активной среды. Однако все полученные выше результаты применимы и к этому случаю, поскольку, как известно [5], для резонаторов, характеризующихся большим числом Фре-

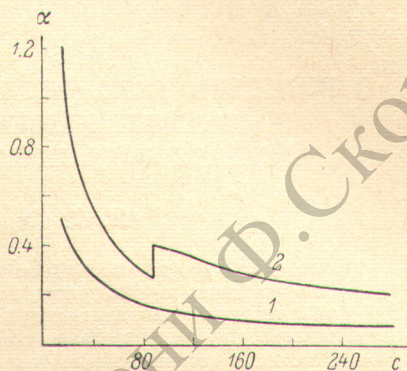


Рис. 5. Зависимость значения α , необходимого для пренебрежения краевыми эффектами, от параметра c для четно-симметричного (1) и нечетно-симметричного (2) ТК.

неля, неравномерно возбужденную активную среду можно считать сосредоточенной в узких зонах вблизи зеркал.

В реальных лазерах степень неравномерности распределения коэффициента усиления зависит от типа осветителя, применяемого для накачки активного элемента, и может изменяться в широких пределах. В частности, для лазеров на неодимовом стекле, в которых используются осветители в виде эллиптических или круговых цилиндров с зеркальным отражающим покрытием, коэффициент равномерности распределения накачки может составлять величину порядка (0.7—0.8) [6]. Этой величины неравномерности достаточно, как следует из графиков на рис. 5, чтобы для значений параметра $c > 200$ —250 структура поля двух низших ТК и длительность процесса установления низшего ТК в резонаторе определялись неравномерностью распределения коэффициента усиления, а не краевыми эффектами.

Таким образом, влияние дифракции от края зеркала на процесс установления и структуру поля низших ТК в реальных резонаторах с плоскими зеркалами в ряде случаев невелико и может проявляться при высокой степени равномерности распределения коэффициента усиления в поперечном сечении активной среды.

Литература

- [1] И. Ф. Балашов, В. А. Беренберг. Квант. электрон., 2, 283, 1975.
- [2] G. D. Boyd, J. P. Gordon. Bell Syst. Techn. J., 40, 489, 1961.
- [3] Л. А. Вайнштейн. Открытые резонаторы и открытые волноводы, 247. «Сов. радио», М., 1966.
- [4] В. Стейфер, Х. Гамо. В сб.: Квантоптика (под ред. Б. З. Каценеленбаума и В. В. Шевченко). 226, «Мир», М., 1966.
- [5] Ю. А. Ананьев. Усп. физ. наук, 103, 705, 1971.
- [6] Е. И. Антошина, Н. А. Козлов, А. А. Мак, А. И. Степанов, Д. С. Прилежаев. Ж. прикл. спект., 5, 167, 1966.

Поступило в Редакцию 30 марта 1977 г.