

Фазированная антенная решетка кругового обзора над проводящей цилиндрической поверхностью из излучателей вертикальной поляризации

И.А. ФАНЯЕВ, В.П. КУДИН

Найдено общее решение трехмерной электродинамической задачи о фазированной антенной решетке вблизи проводящей цилиндрической поверхности. Проведен расчет электромагнитного поля антенной решеткой кругового обзора из излучателей вертикальной поляризации.

Ключевые слова: фазированная антенная решетка, цилиндрическая поверхность, напряженность электрического поля, численные методы, диаграмма направленности.

A general solution of the electrodynamic problem of a phased array antenna near a conducting cylindrical surface is found. The electromagnetic field of the circular view antenna array from radiators with vertical polarization is calculated.

Keywords: phased antenna array, cylindrical surface, electric field, numerical methods, radiation pattern.

Введение. Одним из перспективных вариантов антенных систем для обзорных радиолокационных станций являются цилиндрические фазированные антенные решетки. Интерес именно к цилиндрическим решеткам объясняется тем, что присущая им симметрия позволяет сканировать по азимуту в пределах 360^0 без изменения коэффициента направленного действия и формы диаграммы направленности. К сожалению, построение строгих электродинамических моделей решеток цилиндрического типа сопряжено со значительными трудностями.

Фазирование кольцевых и цилиндрических решеток при формировании однолучевых диаграмм направленности может осуществляться, к примеру, с использованием концепции эквивалентного линейного раскрытия [1], кольцевых (азимутальных) гармоник [2], [3]. Метод парциальных диаграмм в различных модификациях применен для формирования однолучевых (многолучевых) диаграмм направленности антенных решеток в [4], [5].

В трехмерной электродинамической постановке задача анализа щелевых излучателей на круговом цилиндре была решена в [6]–[8]. Однако излучатели (щели) в данной постановке находятся в плоскости цилиндра, тем самым упрощается решение задачи. Значительный интерес представляет случай возбуждения цилиндра излучателями, находящимися над проводящей поверхностью. Частный случай такой задачи был рассмотрен в [9], где учитывалась только z -я компонента источников излучения (излучатели ориентировались вдоль оси цилиндра). Решение трехмерной электродинамической задачи для цилиндрических антенных решеток в литературе не встречается.

Общее решение задачи. В работе [10] рассматривалась задача о произвольном внешнем возбуждении круглого идеально проводящего цилиндра бесконечной длины, в котором поле в каждой точке пространства вне цилиндра представлялось в виде суммы падающего и отраженного поля. При этом использовалась функция Грина в цилиндрической системе координат, которая содержит модуль разности квадратов волновых функций, что приводит к трудностям нахождения полей. Однако разложение функции Грина можно привести в виде спектра бегущих волн, распространяющихся в радиальном направлении [10]

$$G(r, \varphi, z; r', \varphi', z') = \frac{1}{8\pi i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{-in(\varphi-\varphi')} \int_{h=-\infty}^{\infty} e^{-ih(z-z')} \begin{cases} H_n^{(2)}(vr') J_n(vr), & r < r' \\ J_n(vr') H_n^{(2)}(vr), & r > r' \end{cases} dh, \quad (1)$$

где $v = -i\sqrt{h^2 - k^2}$.

Решая поставленную задачу тем же путем, что и в [10, с. 119], но с другой формой записи функции Грина, мы можем найти полное поле $E_i^{\text{сум}}$ во внешней области кругового цилиндра, где i – цилиндрические координаты r, φ, z .

$$\begin{aligned}
 E_{zjh}^{\text{суммм}} &= E_{zjh}^{\text{nad}} + E_{zjh}^{\text{omp}}, & H_{zjh}^{\text{суммм}} &= H_{zjh}^{\text{nad}} + H_{zjh}^{\text{omp}}, \\
 E_{zjh}^{\text{суммм}} &= e^{-ihz-in\varphi} \cdot \begin{cases} F_1^{\text{э}}(h) \left[J_n(\nu r) - \frac{J_n(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} H_n^{(2)}(\nu r) \right], & r < r' \\ H_n^{(2)}(\nu r) \left[F_2^{\text{э}}(h) - \frac{J_n(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} F_1^{\text{э}}(h) \right], & r > r' \end{cases}, & (2) \\
 H_{zjh}^{\text{суммм}} &= e^{-ihz-in\varphi} \cdot \begin{cases} F_1^{\text{м}}(h) \left[J_n(\nu r) - \frac{J_n'(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} H_n^{(2)}(\nu r) \right], & r < r' \\ H_n^{(2)}(\nu r) \left[F_2^{\text{м}}(h) - \frac{J_n'(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} F_1^{\text{м}}(h) \right], & r > r' \end{cases}, & (3)
 \end{aligned}$$

Аналогичным образом, получаем поперечные составляющие суммарного поля. При этом для электрических волн ($H_z = 0$).

$$E_{mh}^{\text{э. суммм}} = \frac{-ih}{k^2 - h^2} e^{-ihz-in\varphi} \nu \cdot \begin{cases} F_1^{\text{э}}(h) \left[J_n'(\nu r) - \frac{J_n(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} H_n^{(2)'}(\nu r) \right], & r < r' \\ H_n^{(2)'}(\nu r) \left[F_2^{\text{э}}(h) - \frac{J_n(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} F_1^{\text{э}}(h) \right], & r > r' \end{cases}, \quad (4)$$

$$H_{mh}^{\text{э. суммм}} = \frac{\omega \varepsilon_a' n}{k^2 - h^2 r} e^{-ihz-in\varphi} \cdot \begin{cases} F_1^{\text{э}}(h) \left[J_n(\nu r) - \frac{J_n(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} H_n^{(2)}(\nu r) \right], & r < r' \\ H_n^{(2)}(\nu r) \left[F_2^{\text{э}}(h) - \frac{J_n(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} F_1^{\text{э}}(h) \right], & r > r' \end{cases}, \quad (5)$$

$$E_{\varphi h}^{\text{э. суммм}} = \frac{-h}{k^2 - h^2} \frac{n}{r} e^{-ihz-in\varphi} \nu \cdot \begin{cases} F_1^{\text{э}}(h) \left[J_n(\nu r) - \frac{J_n(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} H_n^{(2)}(\nu r) \right], & r < r' \\ H_n^{(2)}(\nu r) \left[F_2^{\text{э}}(h) - \frac{J_n(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} F_1^{\text{э}}(h) \right], & r > r' \end{cases}, \quad (6)$$

$$H_{\varphi h}^{\text{э. суммм}} = \frac{-i\omega \varepsilon_a' n}{k^2 - h^2} e^{-ihz-in\varphi} \nu \cdot \begin{cases} F_1^{\text{э}}(h) \left[J_n'(\nu r) - \frac{J_n(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} H_n^{(2)'}(\nu r) \right], & r < r' \\ H_n^{(2)'}(\nu r) \left[F_2^{\text{э}}(h) - \frac{J_n(\nu a)}{H_n^{(2)}(\nu a)} F_1^{\text{э}}(h) \right], & r > r' \end{cases}, \quad (7)$$

Для магнитных волн ($E_z = 0$).

$$E_{mh}^{\text{м. суммм}} = \frac{-\omega \mu_a' n}{k^2 - h^2} \frac{n}{r} e^{-ihz-in\varphi} \cdot \begin{cases} F_1^{\text{м}}(h) \left[J_n(\nu r) - \frac{J_n'(\nu a)}{H_n^{(2)'}(\nu a)} H_n^{(2)}(\nu r) \right], & r < r' \\ H_n^{(2)}(\nu r) \left[F_2^{\text{м}}(h) - \frac{J_n'(\nu a)}{H_n^{(2)'}(\nu a)} F_1^{\text{м}}(h) \right], & r > r' \end{cases}, \quad (8)$$

$$H_{mh}^{\text{м. суммм}} = \frac{-ih}{k^2 - h^2} e^{-ihz-in\varphi} \nu \cdot \begin{cases} F_1^{\text{м}}(h) \left[J_n'(\nu r) - \frac{J_n'(\nu a)}{H_n^{(2)'}(\nu a)} H_n^{(2)'}(\nu r) \right], & r < r' \\ H_n^{(2)'}(\nu r) \left[F_2^{\text{м}}(h) - \frac{J_n'(\nu a)}{H_n^{(2)'}(\nu a)} F_1^{\text{м}}(h) \right], & r > r' \end{cases}, \quad (9)$$

$$E_{\varphi h}^{M, \text{сумм}} = \frac{i\omega\mu'_a}{k^2 - h^2} e^{-ihz - in\varphi} \nu \cdot \begin{cases} F_1^M(h) \left[J'_n(\nu r) - \frac{J'_n(\nu a)}{H_n^{(2)'(\nu a)}} H_n^{(2)'(\nu r)} \right], & r < r' \\ H_n^{(2)'(\nu r)} \left[F_2^M(h) - \frac{J'_n(\nu a)}{H_n^{(2)'(\nu a)}} F_1^M(h) \right], & r > r' \end{cases}, \quad (10)$$

$$H_{\varphi h}^{M, \text{сумм}} = \frac{-h}{k^2 - h^2} \frac{n}{r} e^{-ihz - in\varphi} \cdot \begin{cases} F_1^M(h) \left[J_n(\nu r) - \frac{J'_n(\nu a)}{H_n^{(2)'(\nu a)}} H_n^{(2)'(\nu r)} \right], & r < r' \\ H_n^{(2)'(\nu r)} \left[F_2^M(h) - \frac{J'_n(\nu a)}{H_n^{(2)'(\nu a)}} F_1^M(h) \right], & r > r' \end{cases}, \quad (11)$$

Полное поле для каждой компоненты определяется суммой составляющих электрических и магнитных волн.

Расчет бесконечной фазированной антенной решетки. Рассмотрим линейную решетку излучателей с периодом d_z , расположенных вдоль оси z . Нумерация излучателей по оси z начинается с нуля и осуществляется индексом m , причем $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Каждый излучатель возбуждается с одинаковой амплитудой и с линейным фазовым сдвигом

$$j_{zm}^{(m)}(r'; \varphi'; z' - md_z) = j_z^{(m)}(r'; \varphi'; z') e^{-im\psi},$$

где ψ – сдвиг фаз между соседними излучателями.

Продольная составляющая напряженности электрического поля имеет вид

$$E_z^{общ} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} E_{zm}^{сумм}(r - r'; \varphi - \varphi'; (z - z') - md_z) e^{-im\psi}.$$

В процессе решения из $E_z^{общ}$ можно выделить выражение $\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-imd_z \left(\frac{\psi}{d_z} - h \right)}$, которое с помощью формулы суммирования Пуассона можно привести к виду

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} e^{-imd_z \left(\frac{\psi}{d_z} - h \right)} = \frac{2\pi}{d_z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(h_m - h),$$

где δ – дельта-функция Дирака; $h_m = \frac{\psi}{d_z} + \frac{2\pi m}{d_z}$.

Полученное выражение за счет свойств дельта-функции Дирака позволяет избавиться от интегрирования по волновой функции h .

Теперь, добавляя к расчету антенной решетки N излучателей, расположенных по оси φ (рисунок 1). Период решетки составляет $d_\varphi = 2\pi b/N$, где $b = a + \Delta$, a – радиус цилиндра, Δ – расстояние от цилиндрической поверхности до излучателя. Нумерация излучателей по оси φ начинается с нуля и осуществляется индексом p , причем $p \in [0; N-1]$. Учитывая то, что каждый излучатель возбуждается с одинаковой амплитудой и с фазовым сдвигом равным $\frac{2\pi}{N} p$, получим

$$E_{zq}^\Sigma = \sum_{p=0}^{N-1} E_z^{общ} \left(r - r'; (\varphi - \varphi') + \frac{2\pi}{N} p; z - z' \right) e^{i \frac{2\pi}{N} pq},$$

где $q \in [0; N-1]$ – номер режима возбуждения.

После несложных преобразований с учетом соотношения

$$\sum_{p=0}^{N-1} e^{-i \frac{2\pi}{N} p(n-q)} = N \delta_{n, q+wN},$$

где $\delta_{n, q+wN}$ – дельта-символ Кронекера, $w \in (-\infty; +\infty)$ – натуральные числа, для продольных составляющих напряженностей электрического и магнитного полей антенной решетки получим

$$E_{zq}^{\Sigma} = -\frac{\pi i}{2} \frac{b}{d_{\varphi} d_z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_V e^{-ih_m(z-z')-iq_n(\varphi-\varphi')} \cdot \begin{cases} Q_1^3(h_m) \left[J_{q_n}(v_m r) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \right], & r < r' \\ H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \left[Q_2^3(h_m) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} Q_1^3(h_m) \right], & r > r' \end{cases} dv \quad (12)$$

$$H_{zq}^{\Sigma} = -\frac{\pi i}{2} \frac{b}{d_{\varphi} d_z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_V e^{-ih_m(z-z')-iq_n(\varphi-\varphi')} \cdot \begin{cases} Q_1^M(h_m) \left[J_{q_n}(v_m r) - \frac{J'_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \right], & r < r' \\ H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \left[Q_2^M(h_m) - \frac{J'_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} Q_1^M(h_m) \right], & r > r' \end{cases} dv \quad (13)$$

где $q_n = q + nN$, $v_m = \sqrt{k^2 - h_m^2}$,

$$Q_s^3(h_m) = \frac{k^2 - h_m^2}{i\omega \varepsilon'_a} j_z^s R_{q_n}(v_m r') + \left(\frac{h_m}{\omega \varepsilon'_a} j_{\varphi}^s - j_r^s \right) \frac{in}{r'} R_{q_n}(v_m r') + \left(\frac{h_m}{\omega \varepsilon'_a} j_r^s + j_{\varphi}^s \right) v_m R'_{q_n}(v_m r'),$$

$$Q_s^M(h_m) = \frac{k^2 - h_m^2}{i\omega \mu'_a} j_z^s R_{q_n}(v_m r') + \left(\frac{h_m}{\omega \mu'_a} j_{\varphi}^s + j_r^s \right) \frac{in}{r'} R_{q_n}(v_m r') + \left(\frac{h_m}{\omega \mu'_a} j_r^s - j_{\varphi}^s \right) v_m R'_{q_n}(v_m r'),$$

при $s=1$ $R_{q_n}(v_m r') = H_{q_n}^{(2)}(v_m r')$ и при $s=2$ $R_{q_n}(v_m r') = J_{q_n}(v_m r')$, $j_i^{(s)}$ – электрические и магнитные токи, возбуждаемые на нулевом излучателе (i – координаты r, φ, z).

Зная продольные составляющие поля, с учетом уравнений Максвелла можно определить и поперечные составляющие электромагнитного поля, создаваемого цилиндрической антенной решеткой:

$$E_{r\varphi}^{\Sigma} = \frac{\pi i}{2} \frac{b}{d_{\varphi} d_z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_V e^{-ih_m(z-z')-iq_n(\varphi-\varphi')} \cdot \left\{ \frac{ih_m}{v_m} \cdot \begin{cases} Q_1^3(h_m) \left[J'_{q_n}(v_m r) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)'}(v_m r) \right], & r < r' \\ H_{q_n}^{(2)'}(v_m r) \left[Q_2^3(h_m) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} Q_1^3(h_m) \right], & r > r' \end{cases} + \right. \\ \left. + \frac{kW}{v_m^2} \frac{n}{r} \cdot \begin{cases} Q_1^M(h_m) \left[J_{q_n}(vr) - \frac{J'_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \right], & r < r' \\ H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \left[Q_2^M(h_m) - \frac{J'_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} Q_1^M(h_m) \right], & r > r' \end{cases} \right\} dv \quad (14)$$

$$H_{r\varphi}^{\Sigma} = -\frac{\pi i}{2} \frac{b}{d_{\varphi} d_z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_V e^{-ih_m(z-z')-iq_n(\varphi-\varphi')} \cdot \left\{ \frac{k}{Wv_m^2} \frac{n}{r} \cdot \begin{cases} Q_1^3(h_m) \left[J_{q_n}(v_m r) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \right], & r < r' \\ H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \left[Q_2^3(h_m) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} Q_1^3(h_m) \right], & r > r' \end{cases} + \right. \\ \left. + \frac{-ih_m}{v_m} \cdot \begin{cases} Q_1^M(h_m) \left[J'_{q_n}(v_m r) - \frac{J'_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)'}(v_m r) \right], & r < r' \\ H_{q_n}^{(2)'}(vr) \left[Q_2^M(h_m) - \frac{J'_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} Q_1^M(h_m) \right], & r > r' \end{cases} \right\} dv \quad (15)$$

$$E_{\varphi q}^{\Sigma} = -\frac{\pi i}{2} \frac{b}{d_{\varphi} d_z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int e^{-ih_m(z-z')-iq_n(\varphi-\varphi')} \cdot \left(\frac{-h_m n}{v_m^2 r} \left\{ \begin{array}{l} Q_1^3(h_m) \left[J_{q_n}(v_m r) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \right], r < r' \\ H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \left[Q_2^3(h_m) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} Q_1^3(h_m) \right], r > r' \end{array} \right. \right. + \left. \right. \quad (16)$$

$$+ \frac{i kW}{v_m} \cdot \left\{ \begin{array}{l} Q_1^M(h_m) \left[J'_{q_n}(v_m r) - \frac{J'_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)'}(v_m r) \right], r < r' \\ H_{q_n}^{(2)'}(v_m r) \left[Q_2^M(h_m) - \frac{J'_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)'}(v_m a)} Q_1^M(h_m) \right], r > r' \end{array} \right\} dv$$

$$H_{\varphi q}^{\Sigma} = \frac{\pi i}{2} \frac{b}{d_{\varphi} d_z} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int e^{-ih_m(z-z')-iq_n(\varphi-\varphi')} \cdot \left(\frac{ik}{W v_m} \left\{ \begin{array}{l} Q_1^3(h_m) \left[J'_{q_n}(v_m r) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)'}(v_m r) \right], r < r' \\ H_{q_n}^{(2)'}(v_m r) \left[Q_2^3(h_m) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} Q_1^3(h_m) \right], r > r' \end{array} \right. \right. \quad (17)$$

$$+ \frac{h_m n}{v_m^2 r} \left\{ \begin{array}{l} Q_1^M(h_m) \left[J_{q_n}(v_m r) - \frac{J'_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \right], r < r' \\ H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \left[Q_2^M(h_m) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} Q_1^M(h_m) \right], r > r' \end{array} \right\} dv$$

где $W = 120\pi$ (Ом) – волновое сопротивление.

Полученные общие выражения (12)–(17) позволяют вычислять полное электромагнитное поле, возбуждаемое бесконечной фазированной антенной решеткой, расположенной над проводящей цилиндрической поверхностью как между цилиндром и излучателями, так и вдали от всей системы. При этом в решении учитываются все компоненты сторонних электрических и магнитных токов $j_i^{(s)}$ (i – координаты r, φ, z).

Расчет электромагнитного поля антенной решетки кругового обзора из излучателей вертикальной поляризации. Рассмотрим частный случай задачи о внешнем возбуждении идеально проводящего бесконечно длинного круглого цилиндра антенной решеткой из электрических вибраторов полоскового типа (рисунок 1), ориентированных вдоль оси цилиндра (вертикальная поляризация). Будем считать поперечные размеры вибраторов гораздо меньше длины волны и продольных размеров. Поэтому в решении достаточно учитывать только z -ю компоненту токов. На рисунке 1, б представлена модель элементарной ячейки.

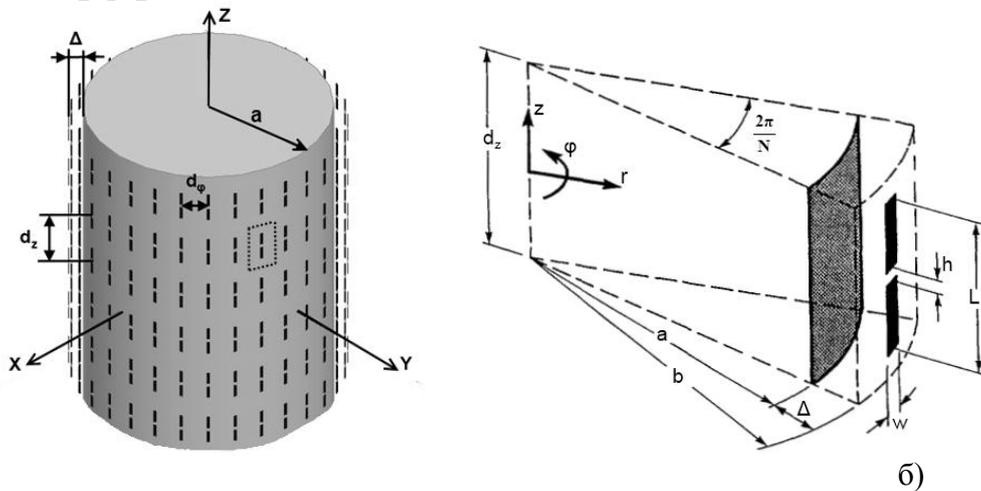


Рисунок 1 – Бесконечная антенная решетка полосковых излучателей вертикальной поляризации над идеально проводящим цилиндром (а), модель излучателя (б)

Продольные составляющие напряженностей электрического и магнитного полей примут вид

$$E_{zq}^{\Sigma} = -\frac{\pi}{2} \frac{b}{d_z d_{\varphi}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \int_V \frac{k^2 - h_m^2}{\omega \varepsilon'_a} j_z^2 e^{-ih_m(z-z') - iq_n(\varphi-\varphi')} \cdot \begin{cases} J_{q_n}(v_m r') \left[J_{q_n}(v_m r) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m \rho) \right], & r < r' \\ H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \left[J_{q_n}(v_m r') - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m r') \right], & r > r' \end{cases}, \quad (18)$$

При этом плотность тока будем определять следующим выражением $j_z^2(r', \varphi', z') = J(\varphi', z') \cdot \delta(r' - b)$.

Тогда

$$E_{zq}^{\Sigma} = -\frac{\pi}{2} \frac{kWb}{d_z d_{\varphi}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{v_m}{k} \right)^2 e^{-ih_m z - iq_n \varphi} \cdot \begin{cases} J_{q_n}(v_m r) \left[J_{q_n}(v_m b) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m b) \right], & r < b \\ H_{q_n}^{(2)}(v_m r) \left[J_{q_n}(v_m b) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m b) \right], & r > b \end{cases} \iint_{\varphi' z'} J(\varphi', z') e^{ih_m z' + iq_n \varphi'} dz' d\varphi', \quad (19)$$

$$H_{zq}^{\Sigma} = 0, \quad (20)$$

В формуле (19) остается только определить вид поверхностной плотности тока $J(\varphi', z')$.

Предположим, что наш вибратор возбуждается напряжением $V_g = -E_g h$ в зазоре, где \vec{E}_g – напряженность стороннего электрического поля. Полагая вне зазора $\vec{E}_g = 0$ и учитывая, что, согласно граничному условию на поверхности вибратора тангенциальная составляющая электрического поля обращается в нуль, получим интегральное уравнение относительно поверхностной плотности электрического тока

$$-\frac{\pi}{2} \frac{kWb}{d_z d_{\varphi}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{v_m}{k} \right)^2 e^{-ih_m z - iq_n \varphi} \cdot H_{q_n}^{(2)}(v_m b) \left[J_{q_n}(v_m b) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m b) \right] \iint_{\varphi' z'} J(\varphi', z') e^{ih_m z' + iq_n \varphi'} dz' d\varphi' = \begin{cases} 0 \\ \vec{E}_g \end{cases}, \quad (21)$$

Будем решать полученное интегральное уравнение методом Галеркина. Для этого представим $J(\varphi', z')$ в виде $J(\varphi', z') = \sum_{u=1}^Q c_u \psi_u(\varphi', z')$,

где c_u – неизвестные весовые коэффициенты. Используем в качестве базисных функций

$$\psi_u(\varphi', z') = \sin\left(\frac{u\pi}{L} \left[z' + \frac{L}{2} \right]\right), \quad |z'| \leq \frac{L}{2}, \quad |\varphi'| \leq \frac{w}{2b}, \quad u = 1, 2, \dots, N.$$

В итоге получается система уравнений, аналогичная работе [9], в которой непосредственно для рассматриваемого частного случая вертикальных вибраторов построено интегральное уравнение и подробно описывается его решение.

Входящие в уравнения (21) функции Бесселя и Ханкеля рассчитывались с помощью тех или иных разложений [11] в зависимости от значений аргумента и порядка. Чтобы избежать числового переполнения или опустошения (потери значимости) из-за экспоненциального поведения функций Бесселя и Ханкеля, они рассчитывались не по отдельности, а использовалась асимптотика для всего выражения $H_{q_n}^{(2)}(v_m b) \left[J_{q_n}(v_m b) - \frac{J_{q_n}(v_m a)}{H_{q_n}^{(2)}(v_m a)} H_{q_n}^{(2)}(v_m b) \right]$. Кроме того, для

ускорения сходимости бесконечного ряда по индексу n , который имеет сходимость порядка n^{-2} , использовался метод Эвальда [12]. Ряд по индексу m имеет сходимость порядка m^{-3} и в ускорении не нуждается. Входное сопротивление вибратора $Z_g(q, k_{z0})$ рассчитывалось с точностью до пяти значащих цифр, при этом в двойных рядах достаточно удерживать около 400 членов (индексы m и n пробегает значения в интервале от минус 10 до 10).

Согласование входного сопротивления вибратора с линией питания осуществлялось по такой же схеме и принципу, что и в источнике [9].

Диаграмма направленности антенной решетки. Чтобы определить диаграмму направленности цилиндрической антенной решетки, необходимо знать диаграмму направленности одного элемента и амплитудно-фазовое распределение решетки.

Диаграмма направленности одного элемента записывается в виде

$$F_{s,t}^{\Sigma}(\theta, \varphi) = F(\theta, \varphi - \varphi_s) e^{ikd_z t \cos(\theta)},$$

где $s \in [0, 1, \dots, N-1]$, $t \in (-\infty, +\infty)$.

В общем случае, для создания узконаправленного луча амплитудно-фазовое распределение антенной решетки имеет вид

$$A_{s,t} = a_s e^{-ikb(\varphi_0 - \varphi_s)} a_t e^{-ikd_z t \cos(\theta_0)},$$

где φ_0 , θ_0 – направление фокусировки луча, a_s и a_t – значения амплитуд по осям φ и z соответственно.

Диаграмма направленности антенной решетки равна $F^{обц}(\theta, \varphi) = \sum_{s=0}^{N-1} \sum_{t=-\infty}^{\infty} A_{s,t} F_{s,t}^{\Sigma}(\theta, \varphi)$.

Сравнение полученных результатов с известными [9] показывает полное совпадение, что свидетельствует о правильности численного алгоритма. Дополнительную проверку метода дает сопоставление с результатами, полученными методом конечных элементов (рисунок 2).

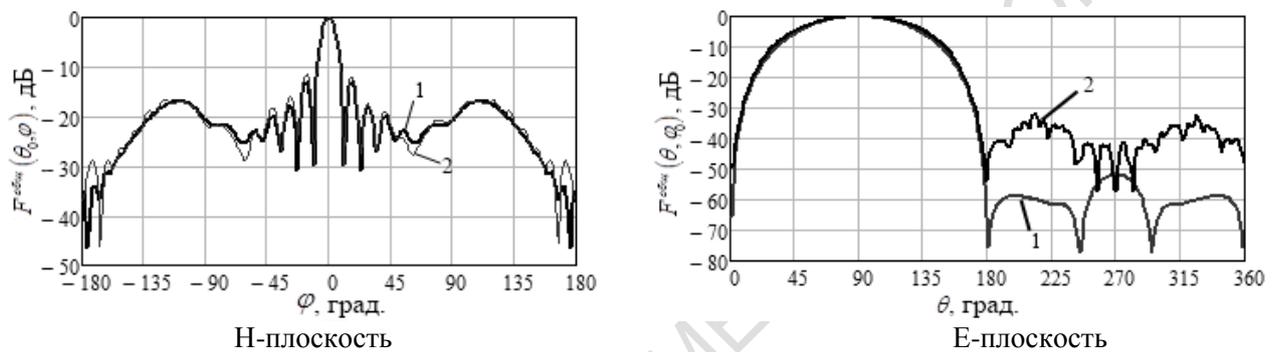


Рисунок 2 – Диаграмма направленности антенной решетки:

1 – расчетная кривая, 2 – метод конечных элементов

Рассчитывалась кольцевая антенная решетка из $N=32$ вертикальных излучателей, при этом возбуждались только 11 из них в секторе углов 120° , с равной амплитудой и требуемой (фазирование в азимутальной плоскости) фазой. Параметры: $d_z=0,7\lambda$, $d_\varphi=0,6\lambda$, $\Delta=\lambda/4$, $w=0,05\lambda$, $L=0,5\lambda$, $h=0,01\lambda$, $Z_l=50$ Ом, $V_{inc}=1$ В.

Анализируя расчетные кривые, видим, что значительные различия в числовых значениях двух методов начинаются с уровня ниже минус 30 дБ. Это объясняется тем, что в предложенной авторами модели не учитываются поперечные токи на полосковом вибраторе, а также сказывается конечность элементарной ячейки при расчете методом конечных элементов.

Заключение. Получены общие выражения для электромагнитного поля, возбуждаемого расположенной над проводящей цилиндрической поверхностью бесконечной фазированной антенной решеткой, состоящей из излучателей в виде произвольных объемных токовых элементов электрического и магнитного типов.

В качестве практического примера рассмотрен частный случай излучателей в виде полосковых вибраторов вертикальной поляризации, для которого получено интегральное уравнение для поверхностных токов и проведено сравнение выходных характеристик с известными результатами. Полученные результаты показывают высокую точность предложенного численного алгоритма.

Литература

1. Вендик, О.Г. Антенны с электронным сканированием / О.Г. Вендик, М.Д. Парнес; под ред. Л.Д. Бахраха. – М. : Сайнс-Пресс, 2001. – 252 с.
2. Шелег, Б. Кольцевая решетка с матричной схемой возбуждения для непрерывного сканирования / Б. Шелег // ТИИЭР. – 1968. – Т. 56. – № 11. – С. 287–298.
3. Воскресенский, Д.И. Выпуклые сканирующие антенны / Д.И. Воскресенский, Л.И. Пономарев, В.С. Филипов. – М. : Сов. радио, 1978. – 304 с.

4. Сазонов, Д.М. Синтез многолучевых кольцевых антенных решеток с полной круговой симметрией / Д.М. Сазонов, Ю.С. Ушаков // Радиотехника и электроника. – 1970. – № 5. – С. 897–904.
5. Мануилов, Б.Д. Алгоритм управления многофункциональными антенными решетками на основе метода парциальных диаграмм / Б.Д. Мануилов, П.Н. Башлы, Ю.Д. Безуглов // Антенны. – 2005. – № 9. – С. 72–77.
6. Munger, A.D. Mutual coupling on a cylindrical array of waveguide elements / A.D. Munger, B.R. Gladman // Transactions on Antennas and Propagation. – 1971. – Vol. 19. – No. 1. – P. 131–134.
7. Gerini, G. Multilayer array antennas with integrated frequency selective surfaces conformal to a circular cylindrical surface / G. Gerini, L. Zapelli // Transactions on Antennas and Propagation. – 2005. – Vol. 53. – № 6. – P. 2020–2030.
8. Мануилов, И.Б. Электродинамический анализ и параметрический синтез многолучевых решеток продольных щелей на круговом цилиндре / И.Б. Мануилов, Б.Д. Мануилов, П.Н. Башлы // Антенны. – 2009. – № 9. – С. 3–11.
9. Herper, J.C. Element pattern of an axial dipole in a cylindrical phased array, Part I : Theory / J.C. Herper, A. Hessel, B. Tomasic // Transactions on Antennas and Propagation. – 1985. – Vol. 33. – No. 3. – P. 259–272.
10. Марков, Г.Т. Возбуждение электромагнитных волн. / Г.Т. Марков, А.Ф. Чаплин. – М. : Радио и связь, 1983. – 296 с.
11. Абрамовиц, М. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и таблицами / М. Абрамовиц, И. Стиган. – М. : «Наука», 1979. – 832 с.
12. Ewald, P. Die Berechnung optischer und elektrostatischer Gitterpotentiale / P. Ewald // Ann. Phys. – 1921. – Vol. 64. – P. 253–287.

Гомельский государственный
университет им. Ф. Скорины

Поступила в редакцию 03.11.2014