

Ж. Н. Кульбакова

г. Гомель, ГГУ имени Ф. Скорины

ОБ ЭВРИСТИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

Одним из инструментов, позволяющих формировать логическое мышление у студентов математических специальностей, является культура доказательств всевозможных утверждений: теорем, предположений, решение задач на доказательство и т. п. Надо отметить, что в современном образовании в связи с принятием тестирования как основной формы проверки знаний учащихся при поступлении в вузы культура обоснований, аргументации, доказательности стремительно теряется. И это предмет отдельного разговора. В данной работе мы не ставим задачу убедить в необходимости поддерживать должный уровень культуры доказательств. Достаточно познакомиться со статьями академика В.И. Арнольда

«Антинаучная революция и математика» [1], а также «Математическая безграмотность губительнее костров инквизиции» [2]. В одной из них он пишет: «Особенно опасна тенденция изгнания всех доказательств из школьного обучения. Роль доказательств в математике подобна роли орфографии или даже каллиграфии в поэзии. Тот, кто не научился искусству доказательств в школе, не способен отличить правильное суждение от неправильного. ...Результатом может стать массовый гипноз и социальные потрясения». Более того, В.И. Арнольд считает, что тенденция подавления науки и научного образования может привести к уничтожению науки и культуры современного человечества.

Понятие доказательства играет центральную роль в математике, а наличие доказательств определяет статус любых математических результатов. В данной работе, подчеркивая необходимость развития доказательной стороны математического образования будущих педагогов, умения логически рассуждать, аргументировать свои высказывания, предлагаем один из способов, как показать студентам ценность изучения материала на основе логических связей. На примере показано, как соединение известных фактов логическими связями приводит к возникновению объяснительных (доказательных) цепочек умозаключений, которые, в свою очередь, приводят обучаемых от аксиом через теоремы и другие утверждения к новому результату.

Пример, иллюстрирующий, как с помощью математической интуиции и аналогии между различными фактами и теоремами без большого умственного напряжения и без существенных временных затрат можно восстановить целый ряд теорем, на изучение которых в средней школе

требуется немало уроков, был приведен в статье [3]. Речь шла о мастер-классе для студентов факультета математики и технологий программирования на тему «Опора на логику при изучении математики», проведенном доцентом кафедры социальной и педагогической психологии В.Г. Ермаковым. Красной нитью через данное мероприятие проходила мысль о том, что недопустимо, и даже опасно изучать математику без осмысления, обоснований, опоры на логику. Ведь тот материал, который предлагается в готовом виде, не дает возможности для развития личности, следовательно, является угрозой в процессе устранения неуверенности перед предметом в целом, достижении успеха на пути усвоения математики. И наоборот, подведение учащихся к открытию новых результатов путем установления логических связей между уже известными определениями и фактами позволяет приобщить и учащихся, и студентов к математике как инструменту овладения материалом, который на первый взгляд кажется сложным, хотя на самом деле таковым не является.

Упомянутое выше мероприятие началось с неожиданного для студентов вопроса о теореме об отрезках касательной и секущих. Надо признаться, что большинство студентов не только не помнят доказательства этой теоремы, но и с трудом припоминают её формулировку. Эксперимент состоял в том, чтобы организовать мыслительную работу студентов так, чтобы они, опираясь на хорошо известные им факты и устанавливая между ними логические связи, аргументируя каждое своё высказывание и оперируя простыми соображениями, самостоятельно пришли к малознакомому им результату.

Доказательная цепочка была начата с теоремы о вписанном и соответствующем ему центральном угле. Формулировка теоремы хорошо знакома студентам, доказательство же этого факта не является очевидным для них. Наводящие вопросы преподавателя позволили студентам быстро «придумать» доказательство теоремы.

Видимая простота первого случая (из трех имеющихся) вдохновила аудиторию на поиск доказательства двух других. Начался мозговой штурм: студентам было предложено озвучивать всевозможные соображения, происходил их анализ и поиск верного доказательства, которое опиралось на первый случай теоремы.

В течение 45 минут студентами были найдены доказательства семи (!) теорем. И этот «марш-бросок» был важен для них не только потому, чтобы они убедились в справедливости самих фактов. Он был совершен и с той целью, чтобы они смогли испытать изумление от того, насколько это может быть просто. Все шаги, которые были пройдены, элементарны. Ведь все доказанные теоремы, идущие подряд и помогающие друг другу, были сжаты в простые, ясные, конкретные образы. И конечный результат стал

возможным восстановить при извлечении из памяти тех или иных частичек данной цепи.

Идея рассмотрения логических цепей теорем применяется нами при изучении дисциплины «Математический анализ» студентами первого курса специальности «Математика (научно-педагогическая деятельность)». При изучении указанной дисциплины в конце семестра организовывается несколько занятий, целью которых является подготовка к экзамену. Обозначаются несколько цепей теорем, изученных в течение семестра. Например, одна из цепей может выглядеть так: достаточные условия возрастания функции и точек экстремума \Leftarrow теорема Лагранжа \Leftarrow теорема Ролля о нулях производной \Leftarrow теорема Вейерштрасса о достижении точных граней непрерывной на отрезке функцией \Leftarrow теорема Больцано-Вейерштрасса \Leftarrow принцип Кантора. Кроме того, при доказательстве этих теорем используются теорема о единственности предела последовательности, теорема о пределе промежуточной последовательности и другие свойства пределов, связанные с неравенствами. И, конечно же, все рассуждения опираются на понятия пределов последовательности и функции в точке, непрерывности функции, производной функции в точке, точных граней числовых множеств, знание которых обязательно.

Студенты группы доказывают теоремы, в доказательстве которых упоминаются другие теоремы. Далее доказываются эти теоремы и т. д. В результате дисциплина, традиционно считающаяся сложной, предстаёт единой картиной, состоящей из логических цепей утверждений. Каждое звено при этом оказывается важным, целесообразным для изучения. Будущие учителя математики видят, во-первых, красоту (а не только сложность) этих логических переплетений, а во-вторых, их важность в системном восприятии изучаемой дисциплины. Снимается вопрос мотивации изучения того или иного факта, так как каждое утверждение, каждый факт приобретает важный смысл. Студенту первого курса становится ясно, насколько важна непрерывность в процессе познания, систематичность, последовательность и глубина. Акцентирование на этой особенности изучения математического анализа в первом семестре снимает многие проблемы его изучения в следующих семестрах, при изучении других дисциплин и, конечно же, положительно сказывается на результатах сессии.

Считаем, что подобную методику нужно применять при изучении большинства математических дисциплин, стремиться не к ознакомлению с изолированными фактами, а к объединению их в блоки взаимосвязанного материала.

Литература

1. Арнольд, В.И. Антинаучная революция и математика / В. И. Арнольд // Вестник Российской Академии наук. – 1999. – Т. 69. – № 6. – С. 553–558.

2. Арнольд, В.И. Математическая безграмотность губительнее костров инквизиции / В.И. Арнольд // Известия. – 01.16.1998. – № 7 (25107).

3. Ермаков, В.Г. Эвристические методы корректирующего обучения математике в школе и вузе / В.Г. Ермаков, Ж.Н. Кульбакова // Актуальные вопросы научно-методической и учебно-организационной работы: сочетание классических подходов и инновационных организационно-образовательных моделей и технологий: Материалы науч.-метод. конф. (12–13 марта 2020 г.). – Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2020. – С.65–69.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ
СКОРИНЫ