

### МЕТОДИКА ИЗЛОЖЕНИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

Система уравнений Максвелла для электромагнитного поля в вакууме излагается в курсе общей физики раздел «Электричество и магнетизм». При изложении данной темы отмечаем, что система уравнений была установлена Максвеллом в 1873 году для более общего случая электромагнитных полей в материальных средах и Лоренцем в 1895 году для системы зарядов, движущихся в вакууме. Подчеркиваем, что уравнения Максвелла-Лоренца не вытекают из каких-либо более общих теоретических положений, но являются обобщенной записью наблюдавшихся на опыте фактов.

Запишем эти уравнения Максвелла, объединив их в две пары:

Дифференциальная форма

Интегральная форма

$$\rho = -\frac{\partial \bar{B}}{\partial t}$$

rotE  
BdS

(1)

$$\oint E dl = -\frac{\partial}{\partial t} \int \bar{B} dS$$

$$\rho = 0$$

$$\oint \bar{B} dS = 0$$

$$(2) \quad \rho = \rho_j + \epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

divB

$$\oint H dl = \int j + \frac{\partial}{\partial t} \int \bar{B} dS$$

EdS

$$(3) \quad \rho = \rho / \epsilon_0$$

rotH

$$\oint E dS = \frac{q}{\epsilon_0}$$

divE

(4)

Считая известным распределения токов и зарядов, можно с помощью уравнений Максвелла найти шесть неизвестных компонентов  $E$  и  $H$ .

Рассматривая эти уравнения, необходимо отметить, что в общем интегральном виде эти уравнения наиболее полно описаны в учебных пособиях [1], [4], [5]. Дифференциальная форма уравнений очень хорошо изучена в пособии [2]. Однако если детально разобрать эти уравнения, то в данном случае для студентов возникнут сложности из-за математических выкладок. Кроме того, в пособии [2] отмечена роль Лоренца в создании электронной теории. Остановимся теперь на каждом уравнении. Уравнение (1), представляющее обобщение закона электромагнитной индукции Фарадея, устанавливает, что изменение во времени магнитного поля порождает вихревое электрическое поле. Уравнение (2) показывает, что магнитное поле имеет соленоидальный характер и линии магнитного поля либо замкнуты, либо уходят в бесконечность.

Из уравнения (3) следует, что вихревое магнитное поле создается при движении зарядов и при

изменении во времени электрического поля. По аналогии с электрическим током величину

$$\epsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}$$

называют током смещения, а сумму общих членов – полным током. Тогда можно сказать, что вихревое магнитное поле порождается полным током, в который оба слагаемых входят на равных началах. Наконец, уравнение (4) показывает, что источниками электрического поля служат электрические заряды. При заданном распределении плотности зарядов и токов уравнения Максвелла полностью определяют электрическое  $E(r,t)$  и магнитное  $H(r,t)$  поля.

Таким образом, как отмечает И.Е. Тамм система основных уравнений Максвелла является полной, т.е. электромагнитное поле в каждой точке пространства и в каждый момент времени однозначно определяется этой системой, если только для момента  $t_0$  заданы начальные значения

$\rho$   $\rho$

векторов  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  во всех точках пространства [5]. Далее отмечаем, что распределение зарядов и скоростей их движения не может быть задано совершенно произвольно. Плотность заряда и плотность тока (скорость движения зарядов) связаны между собой законом сохранения заряда:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{j} = 0 \quad (5)$$

На движущиеся в электромагнитном поле заряды действует сила Лоренца. Уравнение движения заряда записываем в виде

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = q \left( \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) \quad (6)$$

где  $\mathbf{P}$  – импульс частицы.

Затем записываем закон движения (6) для непрерывно распределенных зарядов, если под  $\mathbf{P}$  понимать импульс частиц в единице объема, а силу Лоренца заменить плотностью силы. Тогда

$$\frac{d}{dt} \int P_0 dV = \int \rho \left( \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right) dV, \quad (7)$$

или

$$\frac{dP_0}{dt} = \rho \left( \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B} \right). \quad (8)$$

Мы упоминали уже, что уравнения поля были первоначально сформулированы Максвеллом для электромагнитных процессов в веществе. Лоренц установил их применимость к системе, состоящей из поля и зарядов, и дополнил уравнением движения последних.

Поэтому полную систему уравнений (1–8) часто называют уравнениями Максвелла-Лоренца. Уравнения Максвелла-Лоренца включают в себя полное описание поведения системы, состоящей из полей и зарядов. Если задано значение функций  $\rho$  и  $\mathbf{v}$  и начальное значение полей  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{B}$ , то интегрирование этих уравнений позволяет найти распределение электрического и магнитного полей в пространстве в любой последующий момент времени.

Таким образом, в электродинамике, как и в механике, задание состояния системы в начальный момент времени позволяет однозначно определить ее состояние в последующие моменты времени.

Область применимости уравнений Максвелла-Лоренца чрезвычайно широка. Они определяют характер электромагнитных процессов в космических масштабах, составляют основу современной электро- и радиотехники, позволяют исследовать электромагнитные явления, происходящие с отдельными зарядами. Но, тем не менее, уравнения Максвелла-Лоренца и основанная на них классическая теория поля не являются выражением универсальных законов природы и имеют ограниченную область применимости.

В заключении отметим, что теория Максвелла не только объяснила известные законы и явления в электромагнетизме, но и предсказала новые явления. Обращаем внимание студентов на предложение Максвелла о магнитном поле токов смещения. На основе этого предположения Максвелл предсказал существование электромагнитных волн, т.е. переменного электромагнитного поля, распространяющегося в пространстве с конечной скоростью. Теоретические исследования свойств электромагнитных волн привели Максвелла к созданию электромагнитной природы света [3].

Однако целый ряд электромагнитных процессов, и прежде всего внутриатомных, лежит по ту сторону границ применимости уравнений Максвелла-Лоренца.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Матвеев, А.Н. Курс физики: учебное пособие: в 5 т. / А.Н. Матвеев. – М.: Высшая школа, 1983. – Т. 3: Электричество и магнетизм. – 464 с.
2. Телеснин, Р.В. Курс физики. Электричество / Р.В. Телеснин, В.Ф. Яковлев. – М.: Просвещение, 1970. – 488 с.
3. Калашников, С.Г. Электричество / С.Г. Калашников. – 6-е изд. – М.: Физматлит, 2003. – 624 с.
4. Сивухин, Д.В. Общий курс физики: в 4 т. / Д.В. Сивухин. – 2-е изд. – М.: Наука, 1983. – Т. 3: Электричество. – 688 с. 5. Тамм, И.Е. Основы теории электричества / И.Е. Тамм. – 11 изд. – М.: Наука, 2003. – 504 с.