Вдали от границы зоны Бриллюэна $c_{0\alpha} \approx 1$ и $c_{b\alpha}$ имеет вид

$$c_{b\alpha} = -\frac{2m^* c_b}{[b^2 + 2(\mathbf{b}, \mathbf{K}_\alpha)]\hbar^2}, \tag{6}$$

где c_b — коэффициенты Фурье для периодического поля кристалла. Вблизи границы зоны Бриллюэна величины $c_{0\alpha}$ и $c_{b\alpha}$ одинакового порядка, причем $|c_{0\alpha}|^2 + |c_{b\alpha}|^2 \approx 1$.

Используя выражения (4), (5), аналогично работе [1] получим

$$P^{(1)}_{\alpha\beta} = P^{(1)} \cos(\mathbf{K}_\alpha, \mathbf{e}) \sum_{\mathbf{b}} \frac{c^*_{0\alpha} c_{b\alpha} - c_{0\alpha} c^*_{b\alpha}}{[\varkappa^2 + (\mathbf{Q}_{\alpha 1} + \mathbf{b})^2]^2}, \tag{7}$$

$$P^{(2)}_{\alpha\beta} = P^{(2)} \sum_{\mathbf{b}} \frac{c^*_{0\alpha} c_{b\alpha} - c_{0\alpha} c^*_{b\alpha}}{[\varkappa^2 + (\mathbf{Q}_{\alpha 2} + \mathbf{b})^2]^2}, \tag{8}$$

$$P^{(1)} = \left(\frac{2^7 \cdot 10^7 \cdot \pi^2 \cdot e^2 \cdot n_0 \cdot \varkappa^5 K^2_{\alpha 1} I}{\hbar^2 \omega^2 c \varepsilon U} \right)^{1/2}, \tag{9}$$

$$P^{(2)} = \frac{8 \cdot 10^7 \pi^2 e^2 n_0 \sqrt{\varkappa^5}\, I}{\hbar^2 \omega^2 c \varepsilon \sqrt{\pi U}}, \tag{10}$$

$$\mathbf{Q}_{\alpha 1} = \mathbf{K}_{\alpha 1} - \mathbf{q}, \quad \mathbf{Q}_{\alpha 2} = \mathbf{K}_{\alpha 2} - 2\mathbf{q}, \tag{11}$$

где $P^{(1)}_{\alpha\beta}$ и $P^{(2)}_{\alpha\beta}$ — матричные элементы перехода электрона при однофотонном и двухфотонном поглощениях соответственно, e — заряд электрона, n_0 — коэффициент преломления кристалла, I — интенсивность светового потока в Вт, ω — частота света, c — скорость света, ε — диэлектрическая проницаемость кристалла; $\mathbf{q}$ — волновой вектор поглощаемого фотона, $\mathbf{e}$ — вектор поляризации фотона.

Коэффициенты $c_{b\alpha}$ в выражениях (7), (8) определяются по-прежнему выражением (6), но вместо $\mathbf{K}_\alpha$ следует подставлять $\mathbf{Q}_{\alpha 1}$ или $\mathbf{Q}_{\alpha 2}$. Из выражения (6) следует, что с приближением электрона к границе зоны Бриллюэна ($2\mathbf{Q}_{\alpha 1} \to \mathbf{b}$ или $2\mathbf{Q}_{\alpha 2} \to \mathbf{b}$) будут расти соответственно матричные элементы $P^{(1)}_{\alpha\beta}$ или $P^{(2)}_{\alpha\beta}$. Непосредственно вблизи границы зоны Бриллюэна ($2\mathbf{Q}_{\alpha 1} = \mathbf{b}$ или $2\mathbf{Q}_{\alpha 2} = \mathbf{b}$) коэффициенты $c_{b\alpha}$ будут порядка единицы и выражения (7) и (8) также будут пропорциональны (3).

Таким образом, при переходе электрона с примесного уровня в квазисвободное состояние следует ожидать максимум поглощения света на границе зоны Бриллюэна.

Литература

[1] П. С. Киреев. Физика полупроводников, 528. «Высшая школа», М., 1975.
[2] П. С. Киреев. Физика полупроводников, 84. «Высшая школа», М., 1975.

Поступило в Редакцию 30 августа 1978 г.

УДК 621.373 : 535

К ВОПРОСУ О МЕХАНИЗМЕ ФОРМИРОВАНИЯ ПОТЕРЬ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ ПРИ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

В. В. Любимов

В настоящее время применение пространственных фильтров является наиболее эффективным средством подавления мелкомасштабной самофокусировки. Вместе с тем развитая в работе [1] теория экспоненциального роста мелкомасштабных возмущений не может дать полного описания процессов в системе пространственных фильтров, чередующихся с нелинейной средой, так как экспоненциальный рост возмущений в полосе пропускания пространственных фильтров не приводит к росту потерь, наблюдавшихся экспериментально [2, 3]. В настоящей работе рассмотрен процесс уширения углового распределения, носящий характер утроения ширины спектра пространственных частот.

В параболическом приближении уравнение для поля в нелинейной среде имеет вид

$$\Delta_\perp E - 2ik\frac{\partial E}{\partial z} + k^2\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0}|E|^2 E = 0, \tag{1}$$

где E — напряженность поля, $k=2\pi/\lambda$, λ — длина волны, ε_0 — диэлектрическая проницаемость, ε_2 — коэффициент нелинейности, $\Delta_\perp=(\partial^2/\partial x^2)+(\partial^2/\partial y^2)$.

Для того чтобы исключить из рассмотрения самофокусировку светового пучка в целом, представим $E=E_1 e^{-ik\,\varepsilon_2/2\varepsilon_0\,|E_0|^2 z}$, $E_0(x, y)$ — усредненное распределение E по фронту волны.

После подстановки в (1) получаем уравнение для $E_1(x, y)$

$$\Delta_\perp E_1 - i\nabla_\perp E_1 \nabla_\perp |E_0|^2 k^2 \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_0} z - E_1\left[\frac{k^4\varepsilon_2^2 z^2}{4\varepsilon_0^2}(\nabla_\perp |E_0|^2)^2 - \frac{ik\varepsilon_2}{2\varepsilon_0} z\Delta_\perp |E_0|^2\right] -$$
$$- 2ik\frac{\partial E_1}{\partial z} + \frac{k^2\varepsilon_2}{\varepsilon_0}[|E_1|^2 - |E_0|^2]E_1 = 0. \tag{2}$$

Легко видеть, что для световых пучков, имеющих ширину углового распределения, много большую дифракционной, второй и третий члены уравнения (2) много меньше первого, это позволяет упростить (2)

$$\Delta_\perp E_1 - 2ik\frac{\partial E_1}{\partial z} + \frac{k^2\varepsilon_2}{\varepsilon_0}[|E_1|^2 - |E_0|^2]E_1 = 0. \tag{3}$$

Беря интеграл Фурье от каждого члена в (3), получаем уравнение для компонент спектра пространственных частот, или, что то же самое, для компонент углового распределения

$$-k_\perp^2 g_1(\mathbf{k}_\perp) - 2ik\frac{\partial g_1(\mathbf{k}_\perp)}{\partial z} + \frac{k^2\varepsilon_2}{2\pi\varepsilon_0}\int\int[|E_1|^2 - |E_0|^2]E_1 e^{-i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp}dx\,dy = 0, \tag{4}$$

или с учетом известной теоремы об интеграле Фурье от произведения функций [4]

$$-k_\perp^2 g_1(\mathbf{k}_\perp) - 2ik\frac{\partial g_1(\mathbf{k}_\perp)}{\partial z} + \frac{k^2\varepsilon_2}{\varepsilon_0}\int\int F(k_{1\perp})\, g_1(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{1\perp})\, dk_{1x}dk_{1y} = 0, \tag{4a}$$

$$g_1(\mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{2\pi}\int\int E_1 e^{-i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp}dx\,dy, \quad F(\mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{2\pi}\int\int[|E_1|^2 - |E_0|^2]e^{-i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp}dx\,dy.$$

Из (4а) видно, что в пределах ширины свертки $H(\mathbf{k}_\perp) = \int F(\mathbf{k}_{1\perp}) \times g_1(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{1\perp})\, dk_{1x}dk_{1y}$ большое значение имеет взаимодействие всех компонент, соответствующее рассеянию на неоднородностях, наводимых полем E_1.

Так как $H(\mathbf{k}_\perp) = \int\int F(\mathbf{k}_{1\perp})\, g_1(\mathbf{k}_\perp - \mathbf{k}_{1\perp})\, dk_{1x}dk_{1y}$ представляет собой двойную свертку пространственного спектра $g_1(\mathbf{k}_\perp)$, то можно ожидать, что квадрат ширины $H(\mathbf{k}_\perp)$ равен утроенному квадрату ширины $g_1(\mathbf{k}_\perp)$, т. е. рассеяние идет в телесный угол, в три раза бо́льший расходимости исходного пучка. Причем в этом угле, в особенности в начальной стадии, нельзя приписывать отдельным компонентам экспоненциальный рост независимый от других компонент. И более того после обрезания спектра пространственным фильтром [$g_1(\mathbf{k}_\perp 0)=0$ при $|\mathbf{k}_\perp| > \Delta\mathbf{k}_\perp$, $\Delta\mathbf{k}_\perp$ — полоса пропускания пространственного фильтра] в области $|\mathbf{k}_\perp| > \Delta k$ будет наблюдаться рост $g_1(\mathbf{k}_\perp, z)$, не требующий затравки, а определяемый интерференцией компонент пространственного спектра, лежащих в полосе пропускания пространственного фильтра.

Полученные результаты имеют простой физический смысл: ширина пространственного спектра неоднородности распределения интенсивности на фронте светового пучка может в два раза превосходить ширину пространственного спектра самого пучка, вследствие этого каждая компонента пространственного спектра (углового распределения) в нелинейной среде рассеивается в угол, до 2 раз больший ширины углового распределения, и соответственно ширина распределения рассеянного излучения может до 3 раз превосходить ширину углового распределения светового пучка.

В практически важном случае малых потерь при пространственной фильтрации приближенная формула для $g_1(\mathbf{k}_\perp z)$ при $|\mathbf{k}_\perp| > \Delta k_\perp$, где $\Delta k_\perp$ — полоса пропускания входного пространственного фильтра, имеет следующий вид:

$$g_1(\mathbf{k}_\perp, z) \approx -\frac{e^{\frac{ik_\perp^2 z}{k}}\, ik\varepsilon_2}{2\varepsilon_0} \int e^{-\frac{ik_\perp^2 z}{k}} H(\mathbf{k}_\perp 0)\, dz. \tag{5}$$

Потери в следующем пространственном фильтре имеют вид

$$\rho = \iint_{\Delta k_\perp}^{\infty} |g_1(\mathbf{k}_\perp, z)|^2\, dk_x dk_y \Big/ \iint |E_0|^2\, dx dy. \tag{6}$$

В том случае, когда спектр полностью заполняет полосу пропускания пространственного фильтра, пренебрегая отличием $e^{ik_\perp^2 z/2k}$ от единицы (при малых длинах нелинейной среды и использовании оптических ретрансляторов [5]), а также тем, что часть рассеянной энергии остается в полосе пропускания пространственных фильтров, (6) можно упростить. После интегрирования (6) получаем

$$\rho \approx \left(\frac{k\varepsilon_2 E_0^2}{2\varepsilon_0} z\right)^2 \overline{\left(\frac{E_1^2 - E_0^2}{E_0^2}\right)^2}. \tag{7}$$

Полученные результаты (6), (7) показывают, что интеграл распада $(k\varepsilon_2 E_0^2 z/2\varepsilon_0)$ действительно может использоваться для оценки потерь при пространственной фильтрации при воспроизводимости такой характеристики, как $\overline{(E_1^2 - E_0^2)^2/E_0^4}$.

Определенное сходство результатов, полученных в экспериментальных работах, показывает, что эта характеристика довольно хорошо воспроизводится на разных установках [2, 3]. Вместе с тем интересно отметить, что при $k_\perp^2 z/2k \ll 1$ нелинейные потери не зависят от полосы пропускания пространственных фильтров, это связано с тем, что соотношение между шириной углового распределения (пространственного спектра) излучения и величиной угла, в которой происходит рассеяние на нелинейных неоднородностях, наводимых самим излучением, определяется порядком нелинейности и не зависит от ширины углового распределения.

В заключение пользуюсь случаем поблагодарить А. А. Мака, привлекавшего внимание к проблеме справедливости применения интеграла распада для оценки потерь [2, 3] в системе из нелинейной среды и пространственных фильтров.

Литература

[1] В. И. Беспалов, В. И. Таланов. Письма ЖЭТФ, *3*, 471, 1966.
[2] E. S. Bliss, J. T. Hunt, P. A. Renard, G. E. Sommargen, H. J. Weaver. IEEE J. Quant. Electron. *QE*-12, 402, 1976.
[3] A. Bettinger, C. Charles, J. Osmalin, J. G. Girand. Opt. Comm., *18*, 176, 1976.
[4] Е. Титчмарш. Введение в теорию интегралов Фурье, 479. Гостехиздат, М.—Л., 1948.
[5] J. T. Hunt, P. A. Renard, W. W. Simmons. Appl. Opt., *16*, 779, 1977.

Поступило в Редакцию 25 сентября 1978 г.