

О ВОЗМОЖНОСТИ УМЕНЬШЕНИЯ АСТИГМАТИЗМА И КОМЫ В СИСТЕМЕ ГОЛОГРАММНЫХ ЛИНЗ

К. С. Мустафин

Рассматриваются астигматизм и кома одиночной голограммной линзы и системы из нескольких голограммных линз. Показывается возможность эффективной компенсации указанных aberrаций в такой оптической системе.

Вопросам компенсации астигматизма и комы в одиночных голограммных оптических элементах посвящен ряд работ [1-7]. В работах [1-4] рассмотрена возможность компенсации астигматизма в голографических дифракционных решетках. Возможность компенсации комы и сферической aberrации путем выбора кривизны подложки голограммы показана в [5, 6]. В работе [7] предложен метод компенсации астигматизма в голограммной линзе путем диафрагмирования пучков.

Возможности компенсации астигматизма и комы в двухкомпонентной системе, состоящей из классической линзы и голограммы, исследованы в работах [8, 9].

Ниже рассматривается возможность компенсации внеосевых aberrаций третьего порядка в оптической системе, состоящей только из голограммных линз.

1. Сначала рассмотрим астигматизм одиночной плоской голограммной линзы (ГЛ). В общем случае выражения для определения сагитального $R_n^{(y)}$ и меридионального $R_n^{(x)}$ фокусов ГЛ имеют вид [10]

$$\frac{1}{R_n^{(y)}} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C} - \frac{1}{R_0}, \quad (1)$$

$$\frac{\sin^2 \alpha_n}{R_n^{(x)}} = \frac{\sin^2 \alpha_B}{R_B} + \frac{\sin^2 \alpha_C}{R_C} - \frac{\sin^2 \alpha_0}{R_0}, \quad (2)$$

где R_c , R_0 , R_B и R_n — расстояния от сигнального, опорного, восстанавливающего и восстановленного точечных источников до центра голограммы соответственно; α_i ($i=c, 0, B, n$) — угол, образуемый вектором R_i с осью x (плоскость xu декартовой системы координат лежит в плоскости ГЛ, а начало координат совпадает с центром ГЛ); углы α_i лежат в плоскости xz ; направление вектора R_i совпадает с направлением распространения волны; правила знаков для R_i : $R_i > 0$ для расходящейся волны и $R_i < 0$ для сходящейся волны.

Углы α_i связаны между собой соотношением

$$\cos \alpha_n = \cos \alpha_B + \cos \alpha_C - \cos \alpha_0. \quad (3)$$

Предположим, что ГЛ получена с использованием плоской опорной волны $R_0 = \infty$ при $\alpha_0 = \pi/2$. Тогда (1) и (2) принимают вид

$$\frac{1}{R_n^{(y)}} = \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}, \quad (4)$$

$$\frac{\sin^2 \alpha_n}{R_n^{(x)}} = \frac{\sin^2 \alpha_n}{R_n} + \frac{\sin^2 \alpha_c}{R_c}. \quad (5)$$

По формулам (4) и (5) можно определить астигматическую разность $\Delta R_n = R_n^{(x)} - R_n^{(y)}$ для каждого значения α_n .

Рассмотрим случай осевой ГЛ, когда $\alpha_c = \pi/2$, согласно (3), $\alpha_n = \alpha_n$. Тогда (4) и (5) можно переписать в виде

$$\frac{1}{R_n^{(y)}} = \frac{1}{R_n} - \frac{1}{f}, \quad (4')$$

$$\frac{1}{R_n^{(x)}} = \frac{1}{R_n} - \frac{1}{f \sin^2 \alpha_n}, \quad (5')$$

где $f = -R_c$ — фокусное расстояние ГЛ, причем $f > 0$ для собирающей и $f < 0$ — для рассеивающей линзы.

Из (4') и (5') находим астигматическую разность ΔR_n

$$\Delta R_n = \frac{R_n^{(x)} R_n^{(y)}}{f} \operatorname{ctg}^2 \alpha_n. \quad (6)$$

Из (6) видно, что знак астигматической разности ΔR_n определяется знаком f , т. е. собирающая и рассеивающая линзы создают астигматическую разность противоположного знака. Отсюда следует возможность компенсации астигматизма в системе, состоящей из двух или большего числа ГЛ, путем соответствующей комбинации положительных и отрицательных ГЛ.

2. Рассмотрим теперь кому одиночной ГЛ. Коэффициент комы ГЛ в плоскости угла голографирования имеет вид [10]

$$A_{10} = \frac{\cos \alpha_n}{R_n^2} - \frac{\cos \alpha_n}{R_n^2} + \frac{\cos \alpha_c}{R_c^2} - \frac{\cos \alpha_0}{R_0^2}. \quad (7)$$

Для случая осевой ГЛ, когда $\alpha_c = \alpha_0 = \pi/2$, и, следовательно, $\alpha_n = \alpha_n$, имеем

$$A_{10} = \left(\frac{1}{R_n^2} - \frac{1}{R_n^2} \right) \cos \alpha_n. \quad (8)$$

Из (8) видно, что коэффициент комы A_{10} обращается в нуль, если $|R_n| = |R_n|$ (или $R_n = -R_n$), т. е. при увеличении ГЛ, равном 1 (рис. 1, а).

Очевидно, что в голограммной оптической системе (ГОС), состоящей из нескольких ГЛ, также можно добиться уменьшения комы, если входящие в систему отдельные ГЛ характеризуются увеличением, равным 1.¹ На рис. 1, б приведена схема такой ГОС. Здесь точки A_1, A_2 и A_3 являются изображениями точки A , формируемыми линзами ГЛ₁, ГЛ₁+ГЛ₂ и ГЛ₁+ГЛ₂+ГЛ₃ соответственно, причем на одинаковом расстоянии находятся от линзы ГЛ₁ точки A и ее изображение A_1 , от линзы ГЛ₂ — точки A_1 и A_2 , от линзы ГЛ₃ — точки A_2 и A_3 . При этих условиях расстояния между голограммными линзами однозначно связаны с их фокусными расстояниями

$$\left. \begin{aligned} L_{12} &= 2(f_1 + f_2), \\ L_{23} &= 2(f_2 + f_3), \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

где f_1, f_2 и f_3 — фокусные расстояния линз ГЛ₁, ГЛ₂ и ГЛ₃ соответственно; L_{12} — расстояние между линзами ГЛ₁ и ГЛ₂; L_{23} — расстояние между линзами ГЛ₂ и ГЛ₃. В общем случае для произвольного числа линз в ГОС условие минимума комы можно написать в виде

$$\left. \begin{aligned} L_j, j+1 &= 2(f_j + f_{j+1}), \\ j &= 1, 2, \dots, (n-1), \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

¹ При этом необходимо, чтобы ГЛ были свободны от сферической aberrации, что не трудно обеспечить соответствующим выбором схем их получения.

где $L_{j, j+1}$ — расстояние между j -й и $(j+1)$ -й линзами; f_j и f_{j+1} — фокусные расстояния j -й и $(j+1)$ -й линз соответственно; n — общее число линз в ГОС. 3. Рассмотрим астигматизм ГОС. Условие (10) предусматривает чередование положительных и отрицательных линз в ГОС. Естественно ожидать, что при этих же условиях будет происходить в определенной степени компенсация и астигматизм в данной ГОС. Оптимальную степень компенсации астигматизма можно достичь вариацией расстояний между линзами $L_{j, j+1}$. Если при этом будет выдержано и соотношение (10), то такая ГОС будет одновременно оптимизирована как на кому, так и на астигматизм. Для определения условий такой оптимизации необходимо выразить $R_{ii}^{(x)}$ и $R_{ii}^{(y)}$ как функции параметров ГОС.

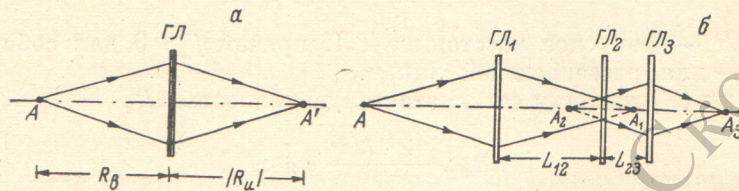


Рис. 1. Схема оптимизации комы.
а — в одиночной ГЛ, б — в системе из нескольких ГЛ.

Рассмотрим в качестве конкретного примера наиболее простой случай, когда ГОС состоит из двух плоских линз. На рис. 2 O_1 и O_2 центры голограммных линз ГЛ₁ и ГЛ₂ соответственно. Объект (точечный источник) A находится вне оптической оси O_1O_2 системы. Главный луч AO_1 от объекта образует угол $\theta_{в1}$ с осью O_1O_2 , падает на ГЛ₂ в точке B_2 , дифрагирует в направлении A_2B_2 под углом $\theta_{и2}$ относительно оси O_1O_2 . Здесь через A_1 обозначено изображение точки A , формируемое линзой ГЛ₁, и через A_2 — изображение A_1 , формируемое линзой ГЛ₂, а C_2 — фокус линзы ГЛ₂.

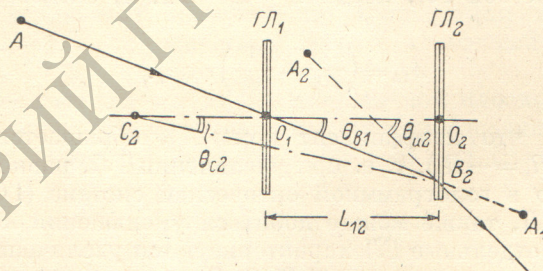


Рис. 2. К расчету астигматизма в ГОС, состоящей из двух ГЛ.

Заметим, что для данного точечного объекта A линза ГЛ₂ работает как внеосевая голограмма, центр которой совпадает с точкой B_2 , и углы α_i для ГЛ₂ связаны с соответствующими углами θ рис. 2 следующими равенствами: $\alpha_{с2} = 3\pi/2 - \theta_{с2}$, $\alpha_{о2} = 3\pi/2$, $\alpha_{в2} = 3\pi/2 - \theta_{в1}$ и $\alpha_{и2} = 3\pi/2 - \theta_{и2}$. Здесь $\theta_{с2}$ — угол между прямой C_2B_2 и осью O_1O_2 . Кроме того, для линзы ГЛ₁ имеем: $\alpha_{с1} = \alpha_{о1} = 3\pi/2$, $\alpha_{в1} = \alpha_{и1} = 3\pi/2 < \theta_{в1}$. Тогда в соответствии с (4) и (5) для линзы ГЛ₁ можно написать

$$\frac{1}{R_{и1}^{(y)}} = \frac{1}{R_{в1}} - \frac{1}{f_1}, \quad (11)$$

$$\frac{1}{R_{и1}^{(x)}} = \frac{1}{R_{в1}} - \frac{1}{f_1 \cos^2 \theta_{в1}}, \quad (12)$$

где $R_{в1} = AO_1$ и f_1 — фокусное расстояние линзы ГЛ₁.

Потребуем, чтобы система рис. 2 удовлетворяла условию минимума комы (10)

$$L_{12} = 2(f_1 + f_2), \quad (13)$$

где f_2 — фокусное расстояние линзы ГЛ₂ и L_{12} — расстояние между линзами ГЛ₁ и ГЛ₂. При этих условиях $R_{н1} = -R_{н1}^{(y)}$ и, следовательно, из (11) и (12) имеем

$$\left. \begin{aligned} R_{н1}^{(y)} &= -2f_1, \\ R_{н1}^{(x)} &= -\frac{2f_1 \cos^2 \theta_{н1}}{2 - \cos^2 \theta_{н1}}. \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Учитывая (14), для расстояний $R_{н2}^{(x)}$ и $R_{н2}^{(y)}$ от точки B_2 голограммы ГЛ₂ до сагиттального и меридионального фокусов изображения точки A_1 , формируемого ГЛ₂, можно написать

$$\left. \begin{aligned} R_{н2}^{(y)} &= -2f_1 + \frac{L_{12}}{\cos \theta_{н1}}, \\ R_{н2}^{(x)} &= -\frac{2f_1 \cos^2 \theta_{н1}}{2 - \cos^2 \theta_{н1}} + \frac{L_{12}}{\cos \theta_{н1}}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Зная $R_{н2}^{(y)}$ и $R_{н2}^{(x)}$, в соответствии с (4') и (5') можно написать для линзы ГЛ₂

$$\frac{1}{R_{н2}^{(y)}} = \frac{1}{R_{н2}^{(y)}} - \frac{\cos \theta_{с2}}{f_2}, \quad (16)$$

$$\frac{\cos^2 \theta_{н2}}{R_{н2}^{(x)}} = \frac{\cos^2 \theta_{н1}}{R_{н2}^{(x)}} - \frac{\cos^3 \theta_{с2}}{f_2}. \quad (17)$$

Выразим теперь углы $\theta_{с2}$ и $\theta_{н2}$ через $\theta_{н1}$.

Из рис. 2 видно, что $|f_2| \operatorname{tg} \theta_{с2} = L_{12} \cdot \operatorname{tg} \theta_{н1}$ и, следовательно, имеем

$$\cos \theta_{с2} = \left(1 + \frac{L_{12}^2}{f_2^2} \operatorname{tg}^2 \theta_{н1}\right)^{-1/2}. \quad (18)$$

С другой стороны, согласно (3), можно написать

$$\sin \theta_{н2} = \sin \theta_{н1} + \sin \theta_{с2}. \quad (19)$$

Поэтому из (18) и (19) находим

$$\cos^2 \theta_{н2} = 1 - \left\{ \sin \theta_{н1} \pm \left[1 - \left(1 + \frac{L_{12}^2}{f_2^2} \operatorname{tg}^2 \theta_{н1}\right)^{-1/2} \right]^2 \right\}. \quad (20)$$

Знак перед радикалом в правой части выражения (20) берется плюс при $\theta_{н1} > 0$ и минус — при $\theta_{н1} < 0$.

Таким образом, для определения сагиттального $R_{н}^{(y)}$ и меридионального $R_{н}^{(x)}$ фокусов получаем формулы

$$R_{н2}^{(y)} = \frac{f_2 R_{н2}^{(y)}}{f_2 - R_{н2}^{(y)} \left(1 + \frac{L_{12}^2}{f_2^2} \operatorname{tg}^2 \theta_{н1}\right)^{-1/2}}, \quad (21)$$

$$R_{н2}^{(x)} = \frac{f_2 R_{н2}^{(x)} \left\{ 1 - \left(\sin \theta_{н1} \pm \left[1 - \left(1 + \frac{L_{12}^2}{f_2^2} \operatorname{tg}^2 \theta_{н1}\right)^{-1/2} \right]^2 \right) \right\}}{f_2 \cos^2 \theta_{н1} - R_{н2}^{(x)} \left(1 + \frac{L_{12}^2}{f_2^2} \operatorname{tg}^2 \theta_{н1}\right)^{-3/2}}. \quad (22)$$

Здесь $R_{н2}^{(y)}$ и $R_{н2}^{(x)}$ определяются для данных f_1 , L_{12} и $\theta_{н1}$ из выражений (15). Кроме того, необходимо учесть, что f_1, f_2 и L_{12} связаны между собой уравнением (13). Тогда $R_{н2}^{(y)}$ и $R_{н2}^{(x)}$, как легко видеть, будут функцией, зависящей от величин L_{12} , f_1 и $\theta_{н1}$. В частности, из (21) и (22) можно найти зависимость астигматической разности $\Delta R_{н} = R_{н2}^{(x)} - R_{н2}^{(y)}$ от угла $\theta_{н1}$ при заданных значениях L_{12} и f_1 . На рис. 3 приведены кривые такой зависимости для $f_1 = 10$ см и трех разных значений $L_{12} = 6.4, 6.5$ и 6.6 см, которым соответствуют значения $f_2 = -6.8, -6.75$ и -6.7 см.

Из приведенных кривых рис. 3 следует, что в двухлинзовой системе при минимуме комы удается существенно уменьшить астигматизм для интервала углов $0 \leq \Theta_{в1} \leq 4^\circ$. Например, для кривой 2 максимальное значение $\Delta R_{и} = 5.5$ мкм при $\Theta_{в1} = 3^\circ$, а для кривой 1 $\Delta R_{и} = 0.8$ мкм при $\Theta_{в1} = 2^\circ$.

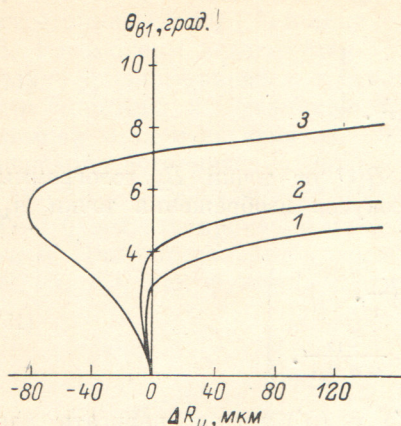


Рис. 3. Кривые зависимости астигматической разности $\Delta R_{и}$ от угла $\Theta_{в1}$ в двухлинзовой ГОС.

1 — $f_1 = 10$ см, $f_2 = 6.7$ см, $L_{12} = 6.6$ см; 2 — $f_1 = 10$ см, $f_2 = 6.75$ см, $L_{12} = 6.5$ см; 3 — $f_1 = 10$ см, $f_2 = 6.8$ см, $L_{12} = 6.4$ см.

В заключение отметим, что в рассмотренном случае ГОС, состоящей из двух линз, удается получить только мнимое изображение реального объекта. Для получения действительного изображения, очевидно, необходимо иметь ГОС из трех или более линз.

Литература

- [1] T. Namioka, H. Noda, M. Seya. Sci. Light, 22, 77, 1973.
- [2] K. Musiol. Postery Piziki, 24, 209, 1973.
- [3] Дифракционные решетки (проспект фирмы «Jobin Ivon»), № 980—0044, 1975.
- [4] К. С. Мустафин, В. А. Селезнев. В сб.: Оптическая голография и ее применения, 39. «Наука», Л., 1977.
- [5] К. С. Мустафин. Автометрия, № 5, 69, 1973; Опт. и спектр., 37, 1158, 1974.
- [6] W. T. Welford. Optics commun., 15, 46, 1975.
- [7] R. W. Smith. Optics commun., 19, 245, 1976.
- [8] Г. И. Грейсух. В сб.: Оптическая голография и ее применение в промышленности, 22, ЛДНТП, Л., 1976.
- [9] Г. И. Грейсух, С. Г. Бобров. Письма ЖТФ, 2, 968, 1976.
- [10] Г. Н. Буйнов, Р. К. Гизатуллин, К. С. Мустафин. Опт. и спектр., 34, 768, 1973.

Поступило в Редакцию 9 октября 1978 г.