УДК 538.61

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ОДНОНАПРАВЛЕННЫХ ВОЛН В РЕЗОНАНСНОЙ СРЕДЕ, ПОМЕЩЕННОЙ В ПРОДОЛЬНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

В. С. Смирнов и *А. М. Тумайкин*

Решена задача о взаимодействии ортогональных однонаправленных волн одинаковой частоты в нелинейной среде с магнитным полем. Рассмотрено, как связаны поляризационные характеристики волн на входе и выходе из среды в зависимости от магнитного поля и параметров среды. Предлагается метод измерения спектроскопических констант, основанный на изучении поляризационных характеристик одной прошедшей волны при сканировании магнитного поля.

Введение

В работе [1] предложен метод «магнитного сканирования» для исследования нелинейного взаимодействия волн в газе. Этот метод основан на измерении коэффициента поглощения слабого сигнала в присутствии насыщающей волны в зависимости от величины продольного магнитного поля. Как отмечено авторами работы [1], метод «магнитного сканирования» обладает рядом существенных преимуществ по отношению к обычному частотному сканированию в методе «двух волн» [2, 3]. Однако интерпретация результатов, полученных этим методом, оказалась затруднительной. Аналогичные затруднения возникают и в методе «двух волн» [4, 5]. В работах [4, 6] подчеркнуто, что при возбуждении в нелинейной среде комбинационной волны понятие коэффициента поглощения (усиления) становится не вполне корректным, и для правильной интерпретации явлений нелинейного взаимодействия однонаправленных волн необходимо решать соответствующую граничную задачу. В [4, 6] эта граничная задача решена фактически для скалярного случая. В случае, когда однонаправленные волны рассматриваются произвольно поляризованными, при решении граничной задачи необходимо принимать во внимание, что среда при учете нелинейных явлений становится существенно анизотропной. Сказанное в полной мере относится и к методу «магнитного сканирования», в котором слабая и сильная волны на одной частоте поляризованы по-разному.

В данной работе анализируется взаимодействие двух однонаправленных ортогонально поляризованных волн одинаковой частоты, распространяющихся в резонансной среде по направлению магнитного поля. При этом решается граничная задача, учитывающая анизотропию среды, наведенную магнитным полем и нелинейным взаимодействием волн. Другими словами, рассматривается ситуация, которая может быть экспериментально реализована либо в методе «магнитного сканирования», либо в аналогичном ему методе работы [4, 5].

Постановка задачи

Задача ставится следующим образом. Источником слабой и сильной однонаправленных волн является один и тот же лазер, т. е. обе волны имеют одинаковую частоту ω и одинаковые корреляционные свойства.

Будем рассматривать взаимодействие этих волн в нелинейной резонансной среде, помещенной в магнитное поле, параллельное направлению их распространения. Для того чтобы выделить явления, связанные с нелинейным взаимодействием на выходе из среды, волны на входе должны быть ортогонально поляризованными. В наиболее общем случае слабая и сильная волны могут быть эллиптически поляризованными с противоположными направлениями вращения. Направим ось z вдоль направления распространения волн и пренебрежем отражением от границ среды $(0 \leqslant z \leqslant L)$. В этом случае граничные условия сводятся к непрерывности поля при $z=0$ (вход) и $z=L$ (выход). На входе слабая и сильная волны складываются, и в результате амплитуда полного поля на границе $z=0$ имеет следующий вид:

$$\mathbf{E}(0) = [(E_+ + \sqrt{R}\, e^{i\Theta} E_-)\,\mathbf{e}^+ + (E_- - \sqrt{R}\, e^{i\Theta} E_+)\,\mathbf{e}^-] + \text{к. с.} \tag{1}$$

При такой записи предполагается, что внешние устройства, формирующие слабую и сильную волну, не меняя статистических свойств, ослабляют интенсивность одной из волн по отношению к другой в R^{-1} раз $(R \ll 1)$ и вносят разность хода Θ ($E_\pm$ — амплитуды круговых компонент сильного поля, $e^\pm$ — круговые орты). Для определенности в (1) предположено, что сильная волна поляризована по правому эллипсу, а слабая по левому.

Как видно из (1), на входе в нелинейную среду есть одна эллиптически поляризованная волна. Распространяясь в среде, эта волна за счет нелинейности делает среду анизотропной, что в свою очередь приводит к деформации и повороту эллипса (1). Нашей задачей является прежде всего выделение слабой волны из этого суммарного поля на выходе из среды. Для этого, очевидно, необходимо найти сначала вектор поляризации нелинейной среды в произвольно поляризованном поле.

Вектор поляризации среды и решение граничной задачи

Поле в среде и поляризацию среды будем искать в виде разложения по круговым ортам e^q $(q=\pm)$

$$\left.\begin{aligned} \mathbf{E}(z, t) &= \sum_{q=\pm} \mathbf{e}^q E_0(z) \exp[-i(\omega t - k_0 z)] + \text{к. с.}, \\ \mathscr{P}(z, t) &= \sum_{q=\pm} \mathbf{e}^q P_q(z) \exp[-i(\omega t - k_0 z)] + \text{к. с.} \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

Используя известную методику разложения матрицы плотности среды по неприводимым тензорным операторам с учетом деполяризующих столкновений [7], можно получить явные выражения для круговых компонент вектора поляризации среды

$$P_q(z) = -i\left(\frac{\sqrt{\pi}\, d^2 \Delta N}{3\hbar k_0 \bar{v}}\right) E_q(z)\,[(1 - iq\Omega') - (a\,|E_q(z)|^2 + b_q\,|E_{-q}(z)|^2]. \tag{3}$$

Коэффициенты a и b_q, описывающие различие в насыщении полем собственной и «чужой» круговой поляризации, имеют следующий вид:

$$a = 3\frac{d^2}{\hbar^2} \sum_{k=0,1,2} \frac{(2k+1)}{\gamma} \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}^2 \left[\frac{1}{\Gamma_k^b} \begin{Bmatrix} 1 & k & 1 \\ j_b & j_a & j_b \end{Bmatrix}^2 + \frac{1}{\Gamma_k^a} \begin{Bmatrix} 1 & k & 1 \\ j_a & j_b & j_a \end{Bmatrix}^2\right], \tag{4}$$

$$b_q = 3\frac{d^2}{\hbar^2} \frac{1}{(\gamma - iq\Omega)} \left\{\sum_{k=0,1} (-)^k (2k+1) \begin{pmatrix} 1 & k & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}^2 \left[\frac{1}{\Gamma_k^b} \begin{Bmatrix} 1 & k & 1_b \\ j_b & j_a & j_b \end{Bmatrix}^2 + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{1}{\Gamma_k^a} \begin{Bmatrix} 1 & k & 1 \\ j_a & j_b & j_a \end{Bmatrix}^2\right] + \left[\frac{1}{\Gamma_2^b - 2iq\Omega} \begin{Bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ j_b & j_a & j_b \end{Bmatrix}^2 + \frac{1}{\Gamma_2^a - 2i_q\Omega} \begin{Bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ j_a & j_b & j_a \end{Bmatrix}^2\right]\right\}. \tag{5}$$

Здесь d — приведенный матричный элемент дипольного перехода между состояниями $a \to b$ с полными моментами j_a, j_b; $\Delta N = N_b - N_a$ — разность заселенностей; γ — однородная ширина линии. Величина $\Omega = (\mu_0 g H)/\hbar$ характеризует зеемановское расщепление уровней в магнитном поле H

в предположении равных g-факторов Ланде верхнего и нижнего состояний; $\Omega' = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{\mu_0 g H}{\hbar k_0 \bar{v}}$ определяет угол поворота при фарадеевском вращении в магнитном поле; $k_0 = \omega / c$; $\bar{v}$ — тепловая скорость. Релаксационные константы $\Gamma_k^{a,b}$ представляются в виде суммы естественных ширин уровней и добавок, явно учитывающих влияние деполяризующих столкновений,

$$\Gamma_k^{a,b} = \gamma^{a\,b} + \gamma_k^{a,b}; \quad k = 0,\ 1,\ 2.$$

Физический смысл этих дополнительных констант $\gamma_k^{a,b}$ хорошо известен [7]; $\gamma_0^{a,b} = 0$ и характеризует сохранение числа частиц на уровнях при деполяризующих столкновениях, а величины $\gamma_1^{a,b} \neq 0$; $\gamma_2^{a,b} \neq 0$ учитывают различие во временах релаксации круговой и линейной поляризаций соответственно.

Явное выражение $3j$- и $6j$- символов, входящих в (4) и (5), для конкретных типов переходов можно найти в [8]. Как видно из (3) и (5), коэффициенты a вообще не зависят от магнитного поля, а b_q являются сложными функциями магнитного поля Ω. При этом можно выделить несколько характерных интервалов магнитных полей Ω, где зависимость $b_q(\Omega)$ носит резонансный характер с ширинами, определяемыми однородной шириной линии γ и релаксационными постоянными уровней Γ_2^a, Γ_2^b. Отметим, что происхождение последних членов обычно связывают с эффектом Ханле на верхнем и нижнем уровне [9].

Рассмотрим, как меняется интенсивность и поляризация волны (2) по мере ее прохождения резонансной поглощающей среды. С учетом явного выражения для поляризации среды (3) запишем уравнения для медленных амплитуд поля $E_\pm(z)$

$$\frac{dE_q}{dz} = -\frac{\varkappa_0}{2} E_q \left[(1 + iq\Omega') - (a\,|E_q|^2 + b_q\,|E_{-q}|^2)\right]. \tag{6}$$

Здесь величина $\varkappa_0 = \pi^{3/2} d^2 \Delta N / 3\hbar\bar{v}$ определяет ненасыщенный коэффициент поглощения (усиления при $\Delta N < 0$). Система (6) может быть проинтегрирована в замкнутом виде. Однако следует отметить, что уравнения (6) получены в приближении слабого насыщения $a|E_q|^2$, $b_q|E_{-q}|^2 \ll 1$ на всем протяжении среды. Поэтому и решение этих уравнений необходимо искать в том же приближении.

Поскольку ненасыщенный коэффициент поглощения $\varkappa_0$ может быть не малым ($\varkappa_0 L \geqslant 1$), то из уравнений (6) выделяем линейное поглощение подстановкой

$$E_q(z) = A_q(z) \exp\left[-\frac{\varkappa_0}{2} z (1 - iq\Omega')\right],$$

а оставшееся уравнение для $A_q(z)$

$$\frac{dA_q}{dz} = \frac{\varkappa_0}{2} (a\,|A_0|^2 + b_q\,|A_{-q}|^2)\, e^{-\varkappa_0 z} \tag{7}$$

интегрируем по частям. В результате в первом приближении по параметру насыщения получаем

$$E_q(z) = e^{-\frac{\varkappa_0}{2} z (1 - iq\Omega')} E_q(0) \left\{1 + \frac{1}{2} \left[a\,|E_q(0)|^2 + b_q\,|E_{-q}(0)|^2\right] \left(1 - e^{-\varkappa_0 z}\right)\right\}, \tag{8}$$

где $E_q(0)$ — круговые компоненты поля (1).

Из полученного решения видно, что понятие коэффициента поглощения как для сильного, так и для слабого поля можно ввести только в случае, если они поляризованы по кругу с противоположным направлением вращения, и выполнены условия $\varkappa_0 L \ll 1$.

Следует заметить, что предложенный в работе [1] метод «магнитного сканирования» обладает еще одним преимуществом, не отмеченным авторами. Поскольку информацию о спектроскопических константах при измерении магнитного поля можно извлечь из коэффициента b_q, то в принципе для измерения этих констант достаточно исследовать изменение поляризационных характеристик только одной сильной волны. Так, например, интенсивность I и степень круговой поляризации ξ_2 [10] на выходе из среды, как видно из [8], следующим образом связана с характеристиками падающего излучения:

$$\left.\begin{aligned} I(L) &= I(0)\, e^{-\varkappa_0 L}\left\{1+\frac{I(0)}{2}\left[(a+b)-(b-a)\,\xi_2^2(0)\right]\left(1-e^{-\varkappa_0 L}\right)\right\}, \\ \xi_2(L) &= \xi_2(0)\left\{1-\frac{I(0)}{2}(a-b)\left(1-\xi_2^2(0)\right)\left(1-e^{-\varkappa_0 L}\right)\right\}, \quad b=\operatorname{Re} b_q. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Выделение слабого сигнала

Выражение (8) позволяет найти интенсивности и поляризации как сильной, так и слабой волн на выходе из среды. Для этого будем искать поле на границе $z=L$ в виде разложения по степеням $\sqrt{R}$, ограничиваясь первым порядком по $\sqrt{R}$. Подставляя в (8) поле (1), получаем

$$\mathbf{E}(L)=\sum_{q=\pm}\mathbf{e}^q\left(E_q^{(0)}(L)+q\sqrt{R}\,E_q^{(1)}(L)\right). \tag{10}$$

Физически мы можем разделить поля при условии их ортогональности. Однако нетрудно убедиться, что в представлении (10) часть, пропорциональная $\sqrt{R}$, не ортогональна сильной волне, т. е. начально ортогональные эллипсы на выходе из среды становятся неортогональными. Это связано с различием в степени деформации осей и углов поворота эллипсов слабой и сильной волн при прохождении в нелинейной среде.

По этой причине в разложении (10) необходимо выделить из поля $E_q^{(1)}$ только ту часть, которая ортогональна сильному полю. Это можно сделать следующим образом: представим разложения (10) в виде

$$\mathbf{E}(L)=\sum_{q=\pm}\mathbf{e}^q\left\{\left[E_q^{(0)}(L)+q\sqrt{R}\,C_q(L)\right]+q\sqrt{R}\left[E_q^{(1)}(L)-C_q(L)\right]\right\}. \tag{11}$$

При этом члены в квадратных скобках будут определять истинные ортогональные поля, а константы $C_q(L)$ находятся из условия их ортогональности

$$\sum_{q=\pm} q\left[E_q^{(0)}(L)+q\sqrt{R}\,C_q(L)\right]\left[E_q^{(1)}(L)-C_q(L)\right]=0. \tag{12}$$

При нахождении круговых компонент амплитуды сильного поля можно пользоваться формулой (8) или (11) при $R=0$, т. е.

$$E_q^{(0)}(L)=e^{-\frac{\varkappa_0 L}{2}(1-iq\Omega')}\left\{1+\frac{I}{4}\left(1-e^{-\varkappa_0 L}\right)\left[(a+b_q)+q(a-b_q)\,\xi_2\right]\right\}\sqrt{\frac{I}{2}(1+q\xi_2)}. \tag{13}$$

Здесь I — интенсивность, а ξ_2 — степень круговой поляризации сильного поля на границе $z=0$. Компоненты слабого поля E_q^{μ}, ортогонального сильному, приведем к следующему виду:

$$E_q^{\mu}(L)=q\sqrt{R}\left[E_q^{(1)}(L)-C_q(L)\right]=qe^{i\Psi_q^{\mu}(L)}\sqrt{R(L)}\,\left|E_{-q}^{(0)}(L)\right|. \tag{14}$$

Такой записью мы хотим подчеркнуть тот факт, что общий вид поля E_q^{μ} на границе $z=L$ такой же, как и при $z=0$ в формуле (1). При этом коэффициент $R(L)$ учитывает изменения в интенсивности слабой волны за счет нелинейности среды

$$R(L)=R\left\{1+I(a-b)\left[(1-\xi_2^2)\cos^2\Theta-\xi_2^2\right]\left(1-e^{-\varkappa_0 L}\right)\right\}. \tag{15}$$

Фаза компонент слабого поля $\Psi_q^{\mu}(L)$ отличается от фазы компонент сильного $\Psi_q^{(0)}(L)$ постоянным сдвигом ϑ

$$\vartheta = \Psi_{q}^{\mu}(L) - \Psi_q^{(0)}(L) = \Theta - \frac{I}{2}(a-b)(1-\xi_2^2)\sin\Theta\cos\Theta. \tag{16}$$

Полное поле на границе $z=L$ представляется в виде, аналогичном (1)

$$\mathbf{E}(L) = \sum_{q=\pm} \mathbf{e}^q(L)\left\{|E_q^{(0)}(L)| + q\sqrt{R(L)}\,|E_{-q}^{(0)}(L)|\,e^{i\vartheta}\right\}. \tag{17}$$

Новые круговые орты $\mathbf{e}^q(L)$ повернуты относительно старых $\mathbf{e}^q$ на угол α ($\mathbf{e}^q(L) = \mathbf{e}^q \exp(-iq\alpha)$)

$$\alpha = \frac{1}{2}\left\{-\varkappa_0 L\Omega' + \frac{1}{2} Ib'\left(1-e^{-\varkappa_0 L}\right)\right\}, \quad b' = q\,\mathrm{Im}\,b_q, \tag{18}$$

который определяет положение главных осей эллипсов поляризации на выходе из среды по отношению к осям падающего излучения. Отношение полуосей эллипсов как для слабой, так и для сильной волны остается одинаковым и равно

$$\frac{|\xi_2|}{1+\sqrt{1-\xi_2^2}}\left[1+\frac{1}{2}(a-b)I\sqrt{1-\xi_2^2}\right]. \tag{19}$$

Таким образом, как следует из проведенного анализа, картина взаимодействия двух однонаправленных волн выглядит довольно просто. При прохождении через среду поля остаются ортогональными с одинаковым соотношением полуосей эллипсов поляризации (19) и поворачиваются на угол α, определяемый формулой (18). Однако необходимо особо подчеркнуть, что компоненты интенсивности слабой волны (14) содержат начальную разность хода Θ, которая в общем случае является неконтролируемым параметром. По этой причине в экспериментах, основывающихся на измерениях интенсивности слабой волны или коэффициента поглощения, необходимо обеспечивать строгий контроль Θ ($\Theta = k_0\Delta l$, Δl — разность хода двух лучей до попадания в среду). Параметрами, не содержащими Θ, являются поляризационные параметры Стокса ξ_i ($i=1, 2, 3$) [10]; например, $\xi_2(L)$ из формулы (9) при $\xi_2(0) = \pm\xi_2$ дает степени круговой поляризации как сильной (знак «+»), так и слабой (знак «—») волн. Остальные параметры Стокса, определяющие степени линейной поляризации, имеют вид

$$\left.\begin{aligned}
\xi_1^{(0)}(L) &= -\xi_1^{\mu}(L) = -\sqrt{1-\xi_2^2}\left[1-\frac{I}{2}\xi_2^2(a-b)\right]\sin 2\alpha,\\
\xi_3^{(0)}(L) &= -\xi_3^{\mu}(L) = \sqrt{1-\xi_2^2}\left[1-\frac{I}{2}\xi_2^2(a-b)\right]\cos 2\alpha,
\end{aligned}\right\} \tag{20}$$

т. е. поляризационные параметры обеих волн одинаковы с точностью до знака. Тем самым для измерения спектроскопических констант в рассматриваемых методах с помощью этих параметров нет необходимости в использовании двух волн. Достаточно производить измерения интенсивности и параметров Стокса только с одной волной. Исключение составляет случай ортогональных круговых поляризаций $\xi_2 = \pm 1$, в котором параметры Стокса не меняются из-за среды. Причем только в этом случае начальная разность хода не требует контроля, поскольку, как видно из (15), решение задачи не зависит от Θ. Следовательно, для ортогональных круговых поляризаций можно проводить измерения интенсивностей. Причем возможно введение «эффективных» коэффициентов поглощения, непосредственно связанных с нелинейными поправками:

$$\left.\begin{aligned}
\Delta\varkappa_+ &= \left[I_+(L) - I_+(0)\,e^{-\varkappa_0 L}\right]/I_+(0)\,e^{-\varkappa_0 L} = aI_+(0)\left(1-e^{-\varkappa_0 L}\right),\\
\Delta\varkappa_- &= \left[I_-(L) - I_-(0)\,e^{-\varkappa_0 L}\right]/I_-(0)\,e^{-\varkappa_0 L} = bI_+(0)\left(1-e^{-\varkappa_0 L}\right).
\end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Заключение

Рассмотренные методы измерения спектроскопических констант, основанные на исследовании взаимодействия двух ортогональных однонаправленных волн одной частоты, требуют осторожности при интерпретации результатов измерения. Исследование интенсивности слабой волны или ее коэффициента усиления (поглощения) может дать неверные результаты из-за невыполнения закона Бугера и неконтролируемой начальной разности хода лучей. Подобные затруднения можно обойти в двух случаях: 1) исследуя изменение поляризационных параметров одной эллиптически поляризованной волны (8), (9), (18), (20); 2) измеряя «эффективные» коэффициенты поглощения ортогональных круговых поляризаций (21). При этом, очевидно, вся информация о спектроскопических константах, содержащаяся в коэффициентах a и b_q (4) и (5), может быть получена либо при сканировании магнитного поля [1], либо при изменении давления [4, 5]. Следует отметить, что метод «магнитного сканирования» обладает бо́льшей наглядностью, поскольку он эквивалентен по результатам методу сканирования частоты слабой волны, широко распространенного в нелинейной спектроскопии.

Литература

[1] Им Тхек-де, С. Г. Раутиан, Э. Г. Сапрыкин, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин. Докл. конф. Балатонфюред, Венгрия, сентябрь, 1972.

[2] Им Тхек-де, С. Г. Раутиан, Э. Г. Сапрыкин, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин. ЖЭТФ, *63*, 661, 1972.

[3] С. Г. Раутиан, Г. И. Смирнов, А. М. Шалагин. ЖЭТФ, *62*, 2097, 1972.

[4] Ю. А. Вдовин, В. М. Ермаченко, В. К. Мацкевич. Квант. электр., *2*, 902, 1975.

[5] И. П. Коновалов, Е. Д. Проценко. Квант. электр., *3*, 1991, 1976.

[6] Э. Е. Фрадкин, Опт. и спектр., *39*, 1178, 1975.

[7] М. И. Дьяконов, В. И. Перель. ЖЭТФ, *48*, 345, 1965.

[8] Д. А. Варшалович, А. Н. Москалев, В. К. Херсонский. Квантовая теория углового момента. «Наука», Л., 1975.

[9] М. П. Чайка. Интерференция вырожденных атомных состояний. Изд. ЛГУ, 1975.

[10] Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц. Теория поля. «Наука», М., 1967.

Поступило в Редакцию 29 декабря 1977 г.