

ТЕМА 2 ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ФИНАНСОВОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ

1 Корреляционный и регрессионный методы анализа взаимодействия факторов.

2 Линейный коэффициент корреляции. Двухфакторная регрессионная модель линейной формы.

3 Метод экспоненциального сглаживания для прогнозирования и планирования финансовых показателей.

1 Корреляционный и регрессионный методы анализа взаимодействия факторов.

Корреляция (от латинского слова *correlatio* – взаимозависимость) в широком смысле слова означает связь между явлениями и процессами, а корреляционный анализ позволяет оценить силу, или тесноту, этой связи, используя понятия ковариации и корреляции.

Все больше предприятий использует финансовое моделирование для составления финансовых планов, бюджетов и прогнозов. Финансовая модель – точное математическое описание экономического процесса, т.е. описание факторов, характеризующих структуру и закономерности изменения данного экономического явления с помощью математических символов и приемов (уравнений, неравенств, таблиц, графиков и т.д.). В модель включают только основные (определяющие) факторы. Модель можно строить по функциональной или корреляционной связи.

Функциональная связь выражена уравнением вида:

$Y=f(x)$, где Y – показатель, x – факторы.

Корреляционная связь – это вероятностная зависимость, которая проявляется только при большом количестве наблюдений. Корреляционную связь показывают уравнения регрессии различного вида.

Корреляционная зависимость – зависимость, при которой значению одной из величин ставится в соответствии среднее значение (математическое ожидание) другой.

Поэтому основными задачами корреляционного анализа являются:

- количественное измерение степени зависимости переменных;
- отбор факторов, оказывающих наибольшее влияние на результативный признак;
- обнаружение неизвестных причинных связей.

Что касается последнего, то с помощью только корреляционного анализа нельзя указать, какую переменную следует принимать в качестве причины, а какую – в качестве следствия. Для выявления причинной взаимообусловленности, количественные оценки взаимосвязей, полученные с помощью корреляционного анализа, должны быть обязательно дополнены глубоким анализом сущности изучаемого явления на базе экономической теории.

Корреляционный анализ существенно связан с методами *регрессионного анализа*, которые направлены на установление формы зависимости между переменными (т.е. формы функции $f(x_1, x_2, \dots, x_m)$) и оценку параметров функции регрессии (т.е. на выделение из некоторого множества функций той функции, которая дает наилучшее приближение к исходным данным).

Таким образом, основными задачами регрессионного анализа являются:

- определение вида уравнения регрессии по имеющимся данным наблюдений (спецификация модели);
- оценка параметров уравнения по реальным данным (параметризация модели);
- анализ качества уравнения, проверка адекватности уравнения эмпирическим данным, улучшение качества уравнения (верификация модели).

Термин «регрессия» (от латинского слова *regressio* – движение назад, возврат в прежнее состояние) ввел английский статистик Френсис Гальтон в конце XIX века при анализе влияния роста родителей и более отдаленных предков на рост детей. Гальтон заметил, в частности, что рост детей у высоких родителей в среднем меньше среднего роста родителей, а у низких родителей наблюдается обратная закономерность. Таким образом, осуществляется возврат среднего роста детей аномальных родителей к среднему росту людей в данном регионе. Кроме того, по его модели рост ребенка определяется наполовину родителями, на четверть – родителями родителей и т.д. Другими словами, модель Гальтона характеризует движение назад по генеалогическому дереву. Эти наблюдения и были положены в основу выбора терминологии. В настоящее время термин «регрессия», конечно, не отражает всей сущности регрессионного метода, но продолжает использоваться для описания статистической связи между случайными величинами.

Отметим еще, что какой бы хорошо подогнанной и математически обоснованной не была модель, ее главное содержание определяется экономической теорией, а результат моделирования представляет интерес лишь в том случае, когда он имеет экономическую интерпретацию.

2. Линейный коэффициент корреляции. Двухфакторная регрессионная модель линейной формы.

Относительно формы зависимости выделяются линейные и нелинейные парные регрессионные модели. *Линейная парная регрессионная модель* имеет вид $y = a + bx + \varepsilon$. *Нелинейная регрессия* выражается нелинейной функцией $f(x)$. Классическим примером

парной нелинейной модели является модель Филлипса $y = a + \frac{b}{x} + \varepsilon$, характеризующая соотношение между уровнем безработицы (x) в процентах и процентным изменением заработной платы (y). Кроме того, часто оказываются нелинейными производственные функции, функции спроса и др.

Наиболее часто используется линейная регрессия. Внимание к ней объясняется четкой экономической интерпретацией ее параметров и тем, что в большинстве случаев нелинейные формы связи для выполнения расчетов преобразуют в линейную форму с помощью специальных процедур линеаризации.

В зависимости от характера парной регрессии различают:

– *прямую регрессию* (увеличение объясняющей переменной вызывает увеличение зависимой переменной);

– *обратную регрессию* (увеличение объясняющей переменной вызывает уменьшение зависимой переменной).

Относительно типа соединения переменных различают:

– *непосредственную регрессию* (зависимая и объясняющая переменные связаны непосредственно друг с другом);

– *косвенную регрессию* (объясняющая переменная действует на результирующую переменную через какую-то третью или ряд других переменных);

– *нонсенс-регрессию* (ложная регрессия, при которой отсутствует при

Качественная оценка тесноты линейной связи между переменными x и y в зависимости от величины линейного коэффициента корреляции выявляется по шкале английского статистика Чеддока. В соответствии с этой шкалой выделяются пять качественных уровней связи между двумя переменными: слабая, умеренная, заметная, высокая и весьма высокая.

Шкала Чеддока

Теснота связи	Значение линейного коэффициента корреляции при наличии	
	прямой связи	обратной связи

Слабая	0,1–0,3	(-0,1)–(-0,3)
Умеренная	0,3–0,5	(-0,3)–(-0,5)
Заметная	0,5–0,7	(-0,5)–(-0,7)
Высокая	0,7–0,9	(-0,7)–(-0,9)
Весьма высокая	0,9–0,99	(-0,9)–(-0,99)

Под прогнозированием по парной регрессионной модели понимается нахождение неизвестных значений зависимой переменной y для тех значений независимой переменной x , которых нет в исходных наблюдениях. Различают точечное и интервальное прогнозирование. В первом случае оценка – некоторое число, во втором – интервал, в котором находится истинное значение зависимой переменной с заданной вероятностью.

Прогностические способности модели определяются величиной индекса детерминации. О достаточном качестве прогноза можно говорить, как правило, лишь при значении коэффициента (индекса) детерминации, большем 0,75.

3 Метод экспоненциального сглаживания для прогнозирования и планирования финансовых показателей.

Экстраполяция - это метод научного исследования, который основан на распространении прошлых и настоящих тенденций, закономерностей, связей на будущее развитие объекта прогнозирования. **К методам экстраполяции относятся** метод скользящей средней, метод экспоненциального сглаживания, метод наименьших квадратов.

Метод экспоненциального сглаживания наиболее эффективен при разработке среднесрочных прогнозов. Он приемлем при прогнозировании только на один период вперед. Его основные достоинства простота процедуры вычислений и возможность учета весов исходной информации. Рабочая формула метода экспоненциального сглаживания:

$$U_{t+1} = \alpha \cdot y_t + (1 - \alpha) \cdot U_t,$$

где t – период, предшествующий прогнозному; $t+1$ – прогнозный период; U_{t+1} – прогнозируемый показатель; α - параметр сглаживания; U_t - фактическое значение исследуемого показателя за период, предшествующий прогнозному; U_t - экспоненциально взвешенная средняя для периода, предшествующего прогнозному.

При прогнозировании данным методом возникает два затруднения: выбор значения параметра сглаживания α ; определение начального значения U_0 .

От величины α зависит, как быстро снижается вес влияния предшествующих наблюдений. Чем больше α , тем меньше сказывается влияние предшествующих лет. Если значение α близко к единице, то это приводит к учету при прогнозе в основном влияния лишь последних наблюдений. Если значение α близко к нулю, то веса, по которым взвешиваются уровни временного ряда, убывают медленно, т.е. при прогнозе учитываются все (или почти все) прошлые наблюдения.

Таким образом, если есть уверенность, что начальные условия, на основании которых разрабатывается прогноз, достоверны, следует использовать небольшую величину параметра сглаживания ($\alpha \rightarrow 0$). Когда параметр сглаживания мал, то исследуемая функция ведет себя как средняя из большого числа прошлых уровней. Если нет достаточной уверенности в начальных условиях прогнозирования, то следует использовать большую величину α , что приведет к учету при прогнозе в основном влияния последних наблюдений.

Точного метода для выбора оптимальной величины параметра сглаживания α нет.

Задача выбора U_0 (экспоненциально взвешенного среднего начального) решается следующими способами:

- если есть данные о развитии явления в прошлом, то можно воспользоваться средней арифметической и приравнять к ней U_0 ;
- если таких сведений нет, то в качестве U_0 используют исходное первое значение базы прогноза U_1 .

Также можно воспользоваться экспертными оценками.

Отметим, что при изучении экономических временных рядов и прогнозировании экономических процессов метод экспоненциального сглаживания не всегда «срабатывает». Это обусловлено тем, что экономические временные ряды бывают слишком короткими (15-20 наблюдений), и в случае, когда темпы роста и прироста велики, данный метод не «успевает» отразить все изменения.

РЕПОЗИТОРИЙ ГГУ ИМЕНИ Ф. СКОРИНЫ