

УДК 535.21+539.194.01

АНАЛИЗ ЗАСЕЛЕННОСТЕЙ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ УРОВНЕЙ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА КВАЗИЭНЕРГИЙ

П. А. Браун и Г. П. Мирошниченко

Задача о возбуждении колебательной моды при включении периодического поля моделируется задачей о заселенности состояний ангармонического осциллятора. Частота поля считается близкой к резонансной частоте невозмущенного осциллятора, а время релаксации бесконечно большим. С помощью метода квазиэнергий получены аналитические выражения для заселенностей уровней при одно-, двух-, и многофотонных резонансах с учетом конечности времени включения поля. При этом использована формальная аналогия с задачами теории столкновений. Показано, что квадратичное по полю штарковское сближение уровней приводит к тому, что при трехфотонных и выше резонансах возбуждение системы происходит с вероятностью $W \leq 1$. Верхний предел практически достигается при адиабатически медленном включении поля и при определенном знаке и величине отстройки.

Задача о возбуждении ангармонического осциллятора резонансным полем приобрела особую актуальность после проведения экспериментов по диссоциации молекул импульсом CO_2 -лазера [1, 2]. В большинстве работ, посвященных этой проблеме [3-9], условия заселения высоких колебательных состояний ищутся на основе модели каскадных переходов с уровня на уровень, что требует очень высоких напряженностей поля. При этом часто пренебрегают конечной длительностью переднего фронта импульса, описывая его ступенькой.

При исследовании этой задачи в когерентном случае (все времена релаксации полагаются бесконечно большими) удобным оказывается представление о спектре квазиэнергий системы [10] в периодическом поле. С его помощью в работе [9] рассмотрен, в частности, случай однофотонного резонанса и указано аналитическое решение при специальной форме лазерного импульса. Качественное исследование многофотонного резонанса для системы со спектром типа осциллятора Морзе приведено в [11]. Здесь было учтено штарковское сближение уровней, пропорциональное четвертой степени поля. В работе [12] многофотонные резонансы рассматривались без учета динамического эффекта Штарка. В этих работах сделан вывод о возможности эффективного возбуждения ангармонического осциллятора при трехфотонном и выше резонансах.

В данной работе получены аналитические выражения для заселенностей осцилляторных уровней при одно-, двух- и многофотонном резонансе с учетом квадратичного динамического эффекта Штарка (термин n -фотонный резонанс означает, что частота поля удовлетворяет условию $n\Omega \approx (E_n - E_0)/\hbar$, где E_n — энергия n -уровня).

К квазиуровни ангармонического осциллятора в околорезонансном поле

Уравнение Шредингера для ангармонического осциллятора в поле $2Fx \cos \Omega t$

$$(H + 2Fx \cos \Omega t) \Psi(x, t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, t), \quad (1)$$

где

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{m\omega_0^2}{2} x^2 + \mu_3 x^3 + \mu_4 x^4 + \dots,$$

$$H\varphi_k(x) = E_k\varphi_k(x), \quad E_k = \hbar\omega_0 k - \gamma_2 k^2 - \gamma_3 k^3 + \dots \quad (2)$$

(полагаем $E_0 = 0$) подстановкой

$$\Psi(x, t) = \sum_k C_k(t) \exp\{-ik\Omega t\} \varphi_k(x), \quad (3)$$

приводится к матричному виду

$$i\hbar \dot{C}_k(t) = (E_k - \hbar k\Omega) C_k(t) + F(C_{k-1}x_{k-1} + C_{k+1}x_{k+1}) + \sum_p R_{kp}(t) C_p(t). \quad (4)$$

Здесь $x_{k+1} = \langle \varphi_k(x) | x | \varphi_{k+1}(x) \rangle$, $R_{kp}(t)$ — матрица, элементы которой осциллируют с частотой 2Ω и более высокой.

Если предположить, что частота поля близка к резонансу $|\Omega - \omega_0| \ll \omega_0$, ангармоничность мала $|\gamma_2| \ll \hbar\omega_0$, поле ограничено условием

$$F\sqrt{\hbar/(m\omega_0)} \ll \hbar\Omega,$$

то можно пренебречь в правой части (4) быстро осциллирующими слагаемыми. Это отбрасывание эквивалентно первому приближению метода усреднений Боголюбова [13, 14]. Поправки к первому приближению имеют порядок $F\sqrt{\hbar/(m\omega_0)}/(\hbar\Omega)$, $|\Omega - \omega_0|/\omega_0$.

В результате имеем уравнение

$$i\hbar \dot{C}(t) = \hat{H} \cdot C(t), \quad (5)$$

где $\hat{H}$ — эффективная гамильтонова матрица

$$\hat{H}_{kk} = E_k - \hbar k\Omega, \quad \hat{H}_{k, k+1} = Fx_{k, k+1}, \quad \hat{H}_{kp} = 0 \text{ при } |k - p| > 1. \quad (6)$$

Если амплитуда поля F не зависит от времени, то $\hat{H}$ стационарна. Тогда можно найти полную систему частных решений (5), отделяя время

$$C^{(\alpha)}(t) = \exp\{-i\lambda_\alpha t/\hbar\} d^{(\alpha)}, \quad (7)$$

где $d^{(\alpha)}$ — собственный вектор $\hat{H}$, отвечающий собственному значению λ_α .

$$\hat{H}d^{(\alpha)} = \lambda_\alpha d^{(\alpha)}. \quad (8)$$

Волновая функция $\Psi_\alpha(x, t)$, в разложении которой коэффициенты C_k определены, согласно (7), (8), будет удовлетворять условию

$$\Psi_\alpha(x, t+T) = \Psi_\alpha(x, t) \exp\{-i\lambda_\alpha T/\hbar\},$$

где $T = 2\pi/\Omega$, т. е. будет приближенным квазиэнергетическим решением исходного уравнения (1) с квазиэнергией λ_α . Исследованию различных свойств уравнений (5), (8) посвящены многочисленные работы [3-9, 11]. В дальнейшем мы будем использовать следующие сведения о поведении собственных чисел λ_α .

При $F\sqrt{\hbar/(m\omega_0)} \geq |\gamma_2|$, когда динамический сдвиг Штарка сравним с $|\gamma_2|$ или превышает его, расстояние между квазиуровнями, как правило, возрастает с ростом поля и, во всяком случае, превышает величину $|\gamma_2|$.

Пусть для некоторого n величина (расстройка)

$$\epsilon \equiv (E_n - n\hbar\Omega)/(\hbar n) \quad (9)$$

удовлетворяет условию $|\hbar\epsilon| \ll |\gamma_2|$ (эта ситуация отвечает n -фотонному резонансу, между основным и n -уровнем осциллятора). Тогда при малых F два квазиуровня $\lambda_n(F)$ и $\lambda_0(F)$ будут почти вырождены. Остальные квазиуровни будут находиться на расстоянии порядка $|\gamma_2|$ или большем от этой пары. Ход λ_n и λ_0 как функций от F в области малых F (когда только и возможно сближение квазиуровней на расстояние, существенно меньшее ангармонического сдвига $|\gamma_2|$) может быть найден по теории возмущений для пары почти вырожденных уровней [15]. Квазиэнергии $\lambda_0(F)$ и $\lambda_n(F)$ будут равны собственным числам матрицы секулярного оператора $T_n(F)$ [15] $T_n(F) = V(F) + V(F) \cdot P(-\hbar)^{-1} P V(F) + \dots + V(F) (P(-\hbar)^{-1} P V(F))^{n-1} + \dots$ (10)

Здесь h — диагональная матрица

$$h_{k p} = \delta_{k p} [E_k - \hbar k \Omega - \hbar k \varepsilon],$$

P — оператор проектирования вида

$$P_{k l} = \delta_{k l} = \begin{cases} 0 & k=0 \text{ или } n, \\ 1 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

$V(F)$ — оператор возмущения

$$V(F)_{l k} = \hbar k \varepsilon \delta_{l k} + F (\delta_{l k-1} x_{k-1, k} + \delta_{l k+1} x_{k, k+1}).$$

Диагонализуем $T_n(F)$ по теории возмущений, приняв

$$|\hbar \varepsilon|, F \sqrt{\hbar/(m \omega_0)} \ll |\gamma_2|. \quad (11)$$

Тогда матрицу $T_n(F)$ можно представить в виде

$$T_n(F) = \left(\frac{n \hbar \varepsilon}{2} + \beta_n F^2 + O(F^4) \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \left(\frac{n \hbar \varepsilon}{2} - \alpha_n F^2 + O(F^4) \right) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} + (-1)^{n+1} \delta_n F^n \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где $\alpha_n, \beta_n, \delta_n$ — коэффициенты, выражаемые через параметры осциллятора и кратность резонанса n .

Запишем собственные значения

$$\left. \begin{aligned} \lambda_0(F) &= \frac{n \hbar \varepsilon}{2} + \beta_n F^2 - \Omega_n, \\ \lambda_n(F) &= \frac{n \hbar \varepsilon}{2} + \beta_n F^2 + \Omega_n \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

и собственные векторы матрицы (12)

$$\left. \begin{aligned} (d^{(0)})_0 &= (d^{(n)})_n = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 + \frac{n \hbar \varepsilon / 2 - \alpha_n F^2}{\Omega_n}}, \\ (d^{(0)})_n &= -(d^{(n)})_0 = (-1)^n \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{1 - \frac{n \hbar \varepsilon / 2 - \alpha_n F^2}{\Omega_n}}, \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

где $\Omega_n = \sqrt{(n \hbar \varepsilon / 2 - \alpha_n F^2)^2 + (\delta_n F^n)^2}$.

Выпишем параметры α_n и δ_n для $n=1, 2, 4$ для системы со спектром (2) (параметр β_n не существует для дальнейшего).

$$\left. \begin{aligned} n &= 1, \\ \alpha_1 &= 0, \quad \delta_1 = \sqrt{\hbar/(2m\omega_0)}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} n &= 2, \\ \alpha_2 &= -\frac{\hbar \gamma_3}{2m\omega_0 (\gamma_2)^2 (1 + 3\gamma_3/\gamma_2) (1 + 5\gamma_3/\gamma_2)}, \\ \delta_2 &= \frac{\hbar}{\sqrt{2} m \omega_0 \gamma_2 (1 + 3\gamma_3/\gamma_2)}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

$$\left. \begin{aligned} n &= 4, \\ \alpha_4 &= \frac{\hbar \gamma_3 (1 + 3\gamma_3/\gamma_2)}{m \omega_0 (\gamma_2)^2 (1 + 5\gamma_3/\gamma_2) (1 + 7\gamma_3/\gamma_2) (1 + 9\gamma_3/\gamma_2)}, \\ \delta_4 &= \frac{\sqrt{3} \hbar^2}{\sqrt{2} 36 m^2 \omega_0^2 (\gamma_2)^3 (1 + 5\gamma_3/\gamma_2) (1 + 6\gamma_3/\gamma_2) (1 + 7\gamma_3/\gamma_2)}. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

По аналогии с задачей (1) нетрудно рассмотреть задачу о возбуждении двумерного изотропного ангармонического осциллятора резонансным полем. Энергетический спектр имеет вид

$$E_{kl} = \hbar \omega_0 k + \gamma_2 \left(\frac{3}{2} k^2 + 3k - \frac{1}{2} l^2 \right) + \dots,$$

где l — проекция момента, а γ_2 — ангармонизм. Для случая $l=0$ получаются те же формулы (13), (14) с параметрами δ_n и α_n , которые мы приведем для следующих случаев:

$$\left. \begin{aligned} &\text{двухфотонный резонанс } (n=2), \\ &a_2 = \frac{\hbar}{8m\omega_0\gamma_2}, \quad \delta_2 = \frac{\hbar}{4m\omega_0\gamma_2}, \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} &\text{четырефотонный резонанс } (n=4), \\ &a_4 = \frac{2\hbar}{35m\omega_0\gamma_2}, \quad \delta_4 = -\frac{\hbar^2}{15m^2\omega_0^2(\gamma_2)^3}. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

Поскольку, как правило, $|\gamma_3| \ll |\gamma_2|$ (например, в молекуле H_2O $|\gamma_3| \approx 0.1|\gamma_2|$), то константы штарковского сближения α_2 и α_4 в случае дважды вырожденной моды оказываются существенно большими, чем в одномерном случае.

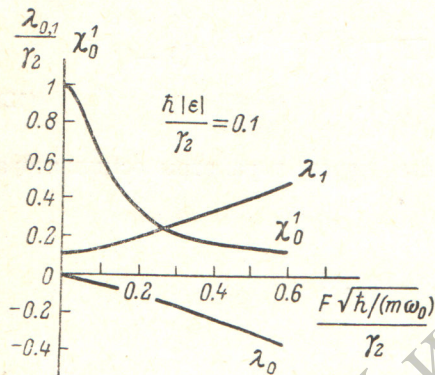


Рис. 1.

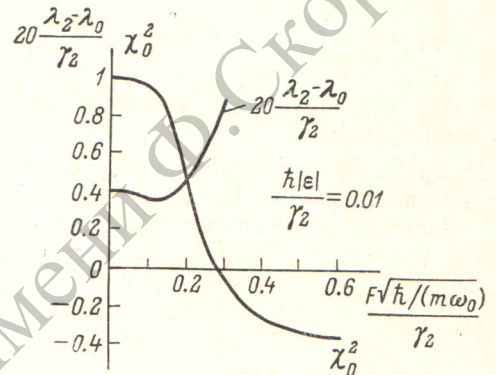


Рис. 2.

Обозначим χ_0^n разность заселенностей основного и n -уровней в основном квазисостоянии.

$$\chi_0^n \equiv (d^{(0)})_0^2 - (d^{(0)})_n^2 = \frac{n\hbar\epsilon/2 - \alpha_n F^2}{\Omega_n}. \quad (20)$$

Ход квазитермов $\lambda_0(F)$ и $\lambda_1(F)$ и функции χ_0^1 при однофотонном резонансе ($n=1$) показан на рис. 1. Квазитермы монотонно расходятся. Разность заселенностей χ_0^1 близка к единице при $F\sqrt{\hbar/(m\omega_0)} \ll |\hbar\epsilon|$ и стремится к нулю при противоположном неравенстве.

На рис. 2 показан ход разности квазитермов $\lambda_2(F) - \lambda_0(F)$ и функции χ_0^2 для $n=2$. Положим $\alpha_2 > 0$, $\epsilon > 0$. Тогда при $F = \sqrt{\hbar\epsilon/\alpha_2}$ заселенности выравниваются ($\chi_0^2 = 0$). Затем с ростом поля заселенность второго уровня будет превышать заселенность основного. При этом $\chi_0^2 \rightarrow -1/\sqrt{1 + (\delta_2/\alpha_2)^2}$. Разность $\lambda_2 - \lambda_0 = 2\Omega_2$ достигает минимума при

$$F = \frac{\sqrt{\hbar\epsilon/\alpha_2}}{\sqrt{1 + (\delta_2/\alpha_2)^2}}.$$

При этом

$$(\lambda_2 - \lambda_0)_{\min} = \frac{2\hbar\epsilon}{\sqrt{1 + (\alpha_2/\delta_2)^2}}.$$

Далее, с ростом поля квазитермы монотонно расходятся. Минимум разности $\lambda_2 - \lambda_0$ оказывается существенно выраженным в случае вырожденной моды (для одномерного осциллятора при условии $|\gamma_3| \ll |\gamma_2|$ будет $|\alpha_2| \ll |\delta_2|$). При противоположном знаке ϵ ход уровней монотонен.

При четырехфотонном резонансе ход разности $\lambda_4 - \lambda_0$ и χ_0^4 дан на рис. 3. Весьма существенно, что если $\alpha_4\epsilon > 0$, то в окрестности $F \approx F_n = \sqrt{2\hbar\epsilon/\alpha_4}$ собственные векторы $d^{(0)}$ и $d^{(4)}$ испытывают резкое изменение,

а собственные числа $\lambda_0(F)$ и $\lambda_4(F)$ — квазипересечение. Так, при $F < F_{II}$ $d^{(0)} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, а при $F_{II} < F$ $d^{(0)} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. Следовательно, при адиабатическом прохождении области квазипересечения ангармонический осциллятор с вероятностью, близкой к единице, переходит в 4-е возбужденное состояние. При уменьшении расстройки разность $(\lambda_4 - \lambda_0)_{\min}$ сильно умень-

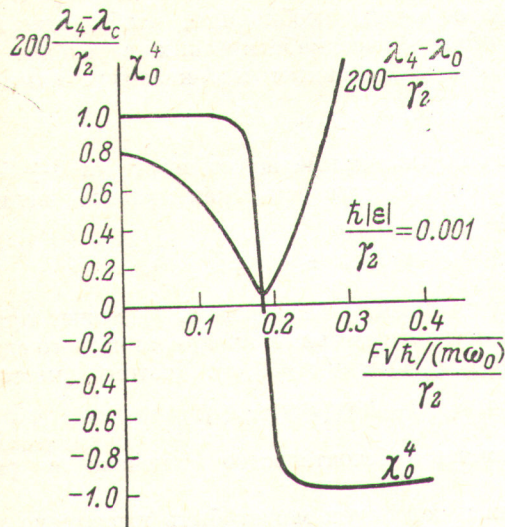


Рис. 3.

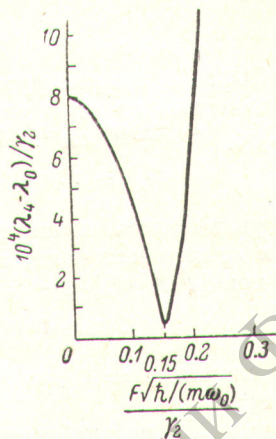


Рис. 4.

шается. При противоположном знаке ϵ ход квазигермов и заселенностей монотонен. Похожее поведение гермов и заселенностей будет наблюдаться и для трехфотонного резонанса и для резонансов большей кратности.

На рис. 4 приведен рассчитанный на ЭВМ ход разности квазигермов $\lambda_4 - \lambda_0$ задачи (8). Параметры были взяты следующими

$$\hbar\epsilon = -2 \cdot 10^{-4} \gamma_2, \quad \gamma_3 = 0.1 \gamma_2.$$

Квазипересечение получилось при значении $F\sqrt{\hbar/(m\omega_0)} = 0.15 \gamma_2$. Теория возмущений (формулы (13), (17)) дает близкое значение.

Расчет заселенностей уровней при учете конечности времени включения поля

Рассмотрим теперь случай, когда поле F в уравнении (1) нарастает во времени в соответствии с огибающей лазерного импульса.

$$F = F(t), \quad \dot{F}/F > 0, \quad (21)$$

причем осциллятор первоначально находился в основном состоянии. Использование резонансного приближения снова приведет к уравнению (5), в матрице (6) которого F будет функцией от времени (21). При бесконечно медленном нарастании поля эволюция системы будет, как правило, адиабатическим следованием по основному квазигерму, т. е. решение (5) будет

$$C(t) = d^{(0)}(F(t)) \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int^t \lambda_0(F(t')) dt' \right\}, \quad (22)$$

где $d^{(0)}$, λ_0 — решения (8), удовлетворяющие условиям

$$(d^{(0)}(0))_k = \delta_{0k}, \quad \lambda_0(0) = 0. \quad (23)$$

Конечная скорость изменения F приведет к неадиабатическим переходам из $d^{(0)}$ в другие квазисостояния, так что $C(t)$ будет суперпозицией

$$C(t) = \sum_k d^{(k)}(F) \eta_k(t), \quad (24)$$

где $\eta_k(t)$ — некоторые функции от времени. Чтобы для некоторого $k \neq 0$ $\eta_k(t)$ была существенно отлична от нуля, необходимо, чтобы относительная скорость изменения F в области неадиабатических переходов была сравнима с частотой перехода между основным и k -квазиуровнями [16, 17]

$$|\dot{F}/F| \approx |(\lambda_k - \lambda_0)/\hbar|. \quad (25)$$

Для CO_2 -лазера длина фронта импульса примерно соответствует $1 \div 100$ нс, ангармонический сдвиг в реальной молекуле есть, как правило, величина порядка $|\gamma_2| \approx 1 \div 10 \text{ см}^{-1}$. Итак

$$|\gamma_2| \approx 3 \cdot (10^{10} \div 10^{11}) \text{ с}^{-1} \gg |\dot{F}/F| \approx (10^7 \div 10^9) \text{ с}^{-1}, \quad (26)$$

но, как указывалось, лишь единственный квазиуровень λ_n может приближаться к λ_0 на расстояние, существенно меньшее ангармонического сдвига. Отсюда при $|\dot{F}/F| \ll |\lambda_k - \lambda_0|/\hbar$ и $\eta_k(t) \approx 0$ ($k \neq 0, n$). Поэтому вместо (24)

$$C(t) \approx d^{(0)}(F(t)) \eta_0(t) + d^{(n)}(F(t)) \eta_n(t). \quad (27)$$

Для случая $n=1$ это важное обстоятельство отмечено в работе Федорова [9].

Условие (25) неадиабатических переходов может быть выполнено лишь в области малых $F \sqrt{\hbar/(m\omega_0)} \ll |\gamma_2|$, когда применима теория возмущений для пары уровней.

Итак, в области $F \sqrt{\hbar/(m\omega_0)} \ll |\gamma_2|$ имеем эффективную двухуровневую задачу

$$\left. \begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} C_0 \\ C_n \end{pmatrix} &= T_n(F(t)) \begin{pmatrix} C_0 \\ C_n \end{pmatrix}, \\ \begin{pmatrix} C_0 \\ C_n \end{pmatrix} &\xrightarrow{F \rightarrow 0} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Решив (28) и разложив решение по собственным векторам $T_n(F)$ (14), мы найдем вид функций $\eta_0(t)$, $\eta_n(t)$ в (27) в рассматриваемой области $F \sqrt{\hbar/(m\omega_0)} \ll |\gamma_2|$. С ростом F неадиабатические переходы прекращаются, и функции $\eta_0(t)$ и $\eta_n(t)$ стремятся к виду

$$\left. \begin{aligned} \eta_0(t) &\rightarrow \eta_0^l \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_0^t \lambda_0(F(t')) dt' \right\}, \\ \eta_n(t) &\rightarrow \eta_n^l \exp \left\{ -\frac{i}{\hbar} \int_0^t \lambda_n(F(t')) dt' \right\}, \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

где η_0^l и η_n^l — константы.

В силу (26) выход η_0 и η_n на асимптотику (29) достигается в области, где еще применимы теория возмущений и двухуровневая схема. При дальнейшем росте поля, при условии соблюдения (26), решение (5) будет даваться формулами (27), (29), в которых $d^{(0)}(F)$, $d^{(n)}(F)$, $\lambda_0(F)$, $\lambda_n(F)$ следует брать из стационарного уравнения на собственные значения (8). Таким образом, располагая решениями чисто стационарной задачи (8) и определив числа η_0^l и η_n^l из решения двухуровневой системы (28), мы получим волновую функцию осциллятора в сильном поле с нестационарной амплитудой. Наши рассуждения справедливы для случая однократного прохождения области неадиабатичности. Обобщение на случай многократного прохождения не вызывает затруднений [16]. Не останавливаясь на решении [9, 18], где используется ВКБ приближение, выпишем решения двухуровневой задачи (28) для некоторых n .

I. $n=1$ (однофотонный резонанс). Область неадиабатичности лежит около значения $F \approx F_{n1} = |\hbar \varepsilon / \delta_1|$ (рис. 1). Именно в этой области важен конкретный вид зависимости $F(t)$.

Аппроксимируем на этом участке огибающую фронта импульса растущей экспонентой

$$F(t) = F_0 \exp(\alpha t), \quad \alpha \equiv (\dot{F}/F)|_{F=F_{n1}}. \quad (30)$$

Тогда (28) будет совпадать с системой, исследованной в [19]

$$\left. \begin{aligned} C_0(t) &= \left(\frac{\pi}{2\hbar} \mathcal{F}(t) \frac{1}{\operatorname{ch}(\pi\varepsilon/(2\alpha))} \right)^{1/2} J_{-1/2 + \frac{i\varepsilon}{2\alpha}} \left(\frac{1}{\hbar} \mathcal{F}(t) \right), \\ C_1(t) &= -i \left(\frac{\pi}{2\hbar} \mathcal{F}(t) \frac{1}{\operatorname{ch}(\pi\varepsilon/(2\alpha))} \right)^{1/2} J_{1/2 + \frac{i\varepsilon}{2\alpha}} \left(\frac{1}{\hbar} \mathcal{F}(t) \right). \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

Здесь $\mathcal{F}(t) = \delta_1 \int_{-\infty}^t F(t') dt'$, $J_\nu(x)$ — функция Бесселя. Функции $\eta_0(t)$ и

$\eta_1(t)$ будут

$$\left. \begin{aligned} \eta_0(t) &= C_0(t) (d^{(0)})_0 + C_1(t) (d^{(0)})_1, \\ \eta_1(t) &= C_0(t) (d^{(1)})_0 + C_1(t) (d^{(1)})_1 \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

[см. определение (14) для $(d^{(0)})_0$ и т. д.].

Асимптотика (32) при $F > F_{n1}$ для случая $\varepsilon < 0$ имеет вид

$$\left. \begin{aligned} \eta_0(t) &\rightarrow \frac{\exp\left\{-\frac{\pi\varepsilon}{4\alpha}\right\}}{\sqrt{2\operatorname{ch}(\pi\varepsilon/(2\alpha))}} \exp\left\{-\frac{i}{\hbar} \mathcal{F}(t)\right\}, \\ \eta_1(t) &\rightarrow -\frac{\exp\{\pi\varepsilon/(4\alpha)\}}{\sqrt{2\operatorname{ch}(\pi\varepsilon/(2\alpha))}} \exp\left\{\frac{i}{\hbar} \mathcal{F}(t)\right\}. \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Из (33) следует, что при

$$\left| \frac{\pi\varepsilon}{2\alpha} \right| \gg 1 \quad (34)$$

$$\eta_0^I \rightarrow 1, \quad \eta_1^I \rightarrow 0, \quad (29)$$

т. е. (27) переходит в (22). Система адиабатически следует по основному квазитерму. В противоположном случае быстрого включения $|\pi\varepsilon/(2\alpha)| \ll 1$ имеем

$$\eta_0^I = 1/\sqrt{2}, \quad \eta_1^I = -1/\sqrt{2}.$$

Два квазисостояния при этом перемешиваются с равными весами. При этом временное поведение заселенностей основного и первого уровней в (27) носит осциллирующий характер.

II. $n=2$. Рассмотрим случай $\varepsilon\alpha_2 > 0$ [α_2 — константа штарковского сближения уровней (16), (18)]. Полагаем

$$F(t) = F_0 \exp(\alpha t), \quad \alpha \equiv (\dot{F}/F)|_{F=F_{n2}}. \quad (35)$$

Тогда (28) будет совпадать с системой, называемой в теории столкновений моделью нелинейных термов [16]. По аналогии с [16] обозначим

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{1 + (\delta_2/\alpha_2)^2}}, \quad \lambda = \frac{\pi|\varepsilon|}{2\alpha}. \quad (36)$$

Тогда величина F_{n2} , отвечающая центру области неадиабатических переходов

$$F_{n2} = \sqrt{\hbar\varepsilon/\alpha_2} \sqrt{\cos \theta}. \quad (37)$$

Согласно [16], вероятность P неадиабатического перехода с основного квазитерма $\lambda_0(F)$ на квазитерм $\lambda_2(F)$ после прохождения области неадиабатичности

$$P = |\eta_2^I|^2 = \exp\{-\lambda(1 - \cos \theta)\} \operatorname{sh}\{\lambda(1 + \cos \theta)\} / \operatorname{sh} 2\lambda. \quad (38)$$

Для адиабатического следования ($P \ll 1$) необходимо

$$\alpha \ll \pi |\varepsilon| (1 - \cos \theta). \quad (39)$$

Приведем пример. Для дважды вырожденной моды $\cos \theta = 1/\sqrt{5}$ (18). Для расстройки $|\varepsilon|/\hbar = 10^{-3} |\gamma_2|$ имеем $F_{n2} \approx 0.06 |\gamma_2|/\sqrt{m\omega_0/\hbar}$. Уже при $F \approx 0.3 |\gamma_2|/\sqrt{m\omega_0/\hbar}$ разность заселенностей $\chi_0^2 \approx -0.41$ (почти максимально достижимая, рис. 2). Условие (39) для такой расстройки выполняется для фронтов, больших 1 нс (26). При меньших отстройках поведение заселенностей нетрудно получить из (27), (29), (38). Заселенности имеют достаточно сложный, осциллирующий характер.

III. Многофотонный резонанс ($n \geq 3$). Рассмотрим случай $\varepsilon \alpha_n > 0$, α_n — константа штарковского сближения, (17), (19). Найдем минимум функции χ_0^n (20)

$$(\chi_0^n)_{\min} = - \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{n\delta_n}{2\alpha_n}\right)^2 \left(\frac{\hbar \varepsilon n^2}{2\alpha_n(n-2)}\right)^{n-2} + 1}}. \quad (40)$$

Минимум достигается при

$$F_{\min}^2 = \frac{n^2 \hbar \varepsilon}{2\alpha_n(n-2)}. \quad (41)$$

При малых отстройках

$$|\hbar \varepsilon| < |\alpha_n| \left(\frac{2|\alpha_n|}{n\delta_n}\right)^{\frac{2}{n-2}} \frac{2(n-2)}{n^2} \quad (42)$$

имеем $(\chi_0^n)_{\min} \approx -1$; для малых F $\chi_0^n \approx 1$ (рис. 3). Итак, в области

$$F \approx F_{nn} = \sqrt{n\hbar\varepsilon/(2\alpha_n)} \quad (43)$$

собственный вектор $\mathbf{d}^{(0)}$ перестраивается так:

$$\mathbf{d}^{(0)} \xrightarrow{F < F_{nn}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{d}^{(0)} \xrightarrow{F > F_{nn}} \begin{pmatrix} 0 \\ (-1)^n \end{pmatrix}. \quad (44)$$

Тогда, согласно [16], для расстроек (42) вероятность P неадиабатического перехода при $F > F_{nn}$ оценивается по формуле Ландау—Зинера

$$P = |\eta_n^I|^2 = \exp \left\{ -\frac{\pi (F_{nn})^{2n} (\delta_n)^2}{2\hbar \alpha_n (F_{nn})^2 \alpha} \right\}. \quad (45)$$

Здесь $\alpha \equiv (\dot{F}/F)|_{F=F_{nn}}$.

Для адиабатического следования ($P \ll 1$) необходимо

$$\alpha \ll \frac{\pi (\delta_n)^2}{2\hbar \alpha_n} (F_{nn})^{2n-2} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{n}{2}\right)^{n-1} \left(\frac{\gamma_2}{\alpha_n}\right)^n \left(\frac{\delta_n}{\gamma_2}\right)^2 \left(\frac{\hbar \varepsilon}{\gamma_2}\right)^{n-2} \varepsilon. \quad (46)$$

В силу (44) адиабатическое следование означает возбуждение осциллятора на n -й уровень с вероятностью, близкой к единице. Из (46) видно, что с ростом n (кратность резонанса) условие адиабатического следования становится все более жестким (множитель $(\hbar \varepsilon/\gamma_2)^{n-2}$ (11)). Условие (46) сильно зависит от расстройки, чем больше расстройка, тем проще удовлетворить (46). Но из (42) видно, что чем больше α_n , тем шире область отстроек, где работает формула (45), а следовательно, можно эффективнее удовлетворить (46), взяв отстройку больше. Возбуждение эффективно идет в слабом поле, носит пороговый по амплитуде характер.

Приведем пример для $n=4$. Для дважды вырожденной моды условие (46) принимает вид (19)

$$\alpha \ll 10^4 \left(\frac{\hbar \varepsilon}{\gamma_2}\right)^2 |\varepsilon|. \quad (47)$$

Положим $\hbar |\varepsilon| = 2 \cdot 10^{-3} |\gamma_2|$. Тогда $F_{n4} \approx 0.25 |\gamma_2|/\sqrt{m\omega_0/\hbar}$. При $F \approx 0.3 |\gamma_2|/\sqrt{m\omega_0/\hbar}$ имеем $\chi_0^4 \approx -0.91$, т. е. система почти с вероятностью находится на 4-м уровне. При этом (46) может быть выполнено для импульсов (26) с передним фронтом, большим 10 нс.

Итак, реализация условия (46) требует подбора величины и знака отстройки. При противоположном знаке ($\alpha_n \varepsilon < 0$) квазипересечения не будет и при реальной крутизне фронта (26) верхние уровни заметно заселяться не будут.

При быстром включении поля α велико, (46) не удовлетворяется, $P \approx 1$; система с вероятностью 1 переходит на n -й квазитерм, но это означает (44), что при $F > F_m$ осциллятор остался в основном состоянии.

Наконец, если отстройка велика

$$|\alpha_n| \left(\frac{2\alpha_n}{n\delta_n} \right)^{\frac{2}{n-2}} \frac{2(n-2)}{n^2} < \hbar |\varepsilon| \ll |\gamma_2|,$$

то в матрице $T_n(F)$ можно пренебречь эффектом Штарка, положив $\alpha_n = 0$. Центр области неадиабатичности отвечает величине

$$F_{cn} = \left(\frac{n\hbar\varepsilon}{2\delta_n} \right)^{1/n}.$$

Для фронта (30) с $\alpha \equiv (F/F)|_{F=F_m}$ имеем решение (31), где надо положить

$$\mathcal{F}(t) = \delta_n \int_{-\infty}^t (F(t'))^n dt'.$$

В заключение хочется обратить внимание на то, что часто при анализе эффективности возбуждения той или иной системы резонансным полем пренебрегают эффектом Штарка, считая его малым. Наши результаты говорят о том, что для некоторых областей отстроек учет даже малого динамического сдвига уровней может заметно изменить аналитический вид выражений для заселенностей уровней, как функций времени.

Литература

- [1] M. R. Isenor, M. L. Richardson. Appl. Phys. Lett., 18, 225, 1971.
- [2] Р. В. Амбарцумян, В. С. Должников, В. С. Летохов, Е. А. Рябов, Н. В. Чекалин. Письма ЖЭТФ, 20, 597, 1974.
- [3] В. А. Кравченко, А. С. Простнев. ДАН СССР, 211, 73, 1973.
- [4] В. М. Горчаков, В. Н. Сазонов. ЖЭТФ, 70, 467, 1976.
- [5] В. Н. Сазонов, В. Ю. Финкельштейн. ДАН СССР, 231, 78, 1976.
- [6] В. И. Горчаков, В. Н. Сазонов. Квант. электрон., 4, 1977.
- [7] В. Н. Сазонов. ТМФ, 30, 107, 1977.
- [8] В. П. Макаров, М. В. Федоров. ЖЭТФ, 70, 1185, 1976.
- [9] М. В. Федоров. ЖЭТФ, 73, 134, 1977.
- [10] Я. Б. Зельдович. Усп. физ. наук, 110, 139, 1973.
- [11] М. В. Кузьмин. Краткие сообщения по физике ФИАН, № 7, 21, 1977.
- [12] В. М. Акулин, С. С. Алмпиев, Н. В. Карлов, Б. Г. Сартаков. ЖЭТФ, 74, 490, 1978.
- [13] Н. Н. Боголюбов, Ю. А. Митропольский. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. Физматгиз, 1963.
- [14] В. С. Бутылин. Резонансные взаимодействия света с веществом. «Наука», 1977.
- [15] В. В. Толмачев. Теория Ферми-газа. МГУ, 1973.
- [16] Е. Е. Никитин. Теория элементарных атомно-молекулярных процессов в газах. «Химия», 1970.
- [17] А. Б. Мигдал, В. П. Крайнов. Приближенные методы квантовой механики. «Наука», 1966.
- [18] П. А. Браун. ТМФ, 1978.
- [19] Ю. Н. Демков. ЖЭТФ, 45, 195, 1963.

Поступило в Редакцию 19 мая 1978 г.