

**Добро пожаловать  
в «Физику атома  
и атомных явлений»!**

## Тема 4 Волновые свойства частиц

*1. Гипотеза Луи де Бройля.*

*Свойства волн де Бройля.*

*2. Статистическая интерпретация волновой функции  
М.Борном*

*3. Экспериментальное подтверждение волновой природы  
микрочастиц. Опыты Дэвиссона и Джермера.*

*4. Соотношение неопределённостей Гейзенберга*

*5. Физическая сущность корпускулярно-волнового  
дуализма. Оптико-механическая аналогия*

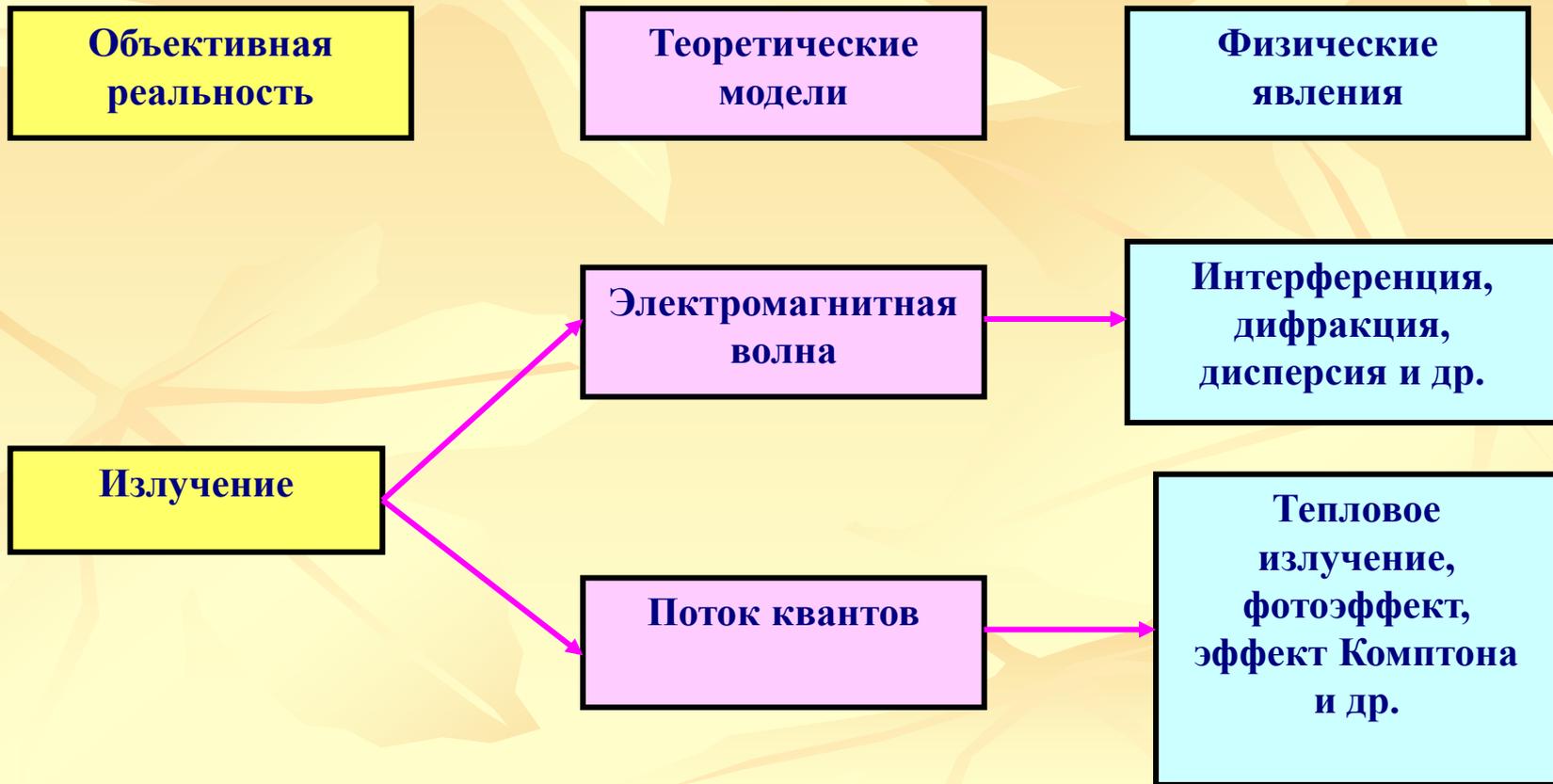
**Цель:**

- развитие представлений о корпускулярно-волновом дуализме свойств микрообъектов и статистической трактовкой волновых функций, в частности волн де Бройля;
- понимание невозможности получения точной информации о локализации микрочастицы и значениях характеризующих её физических величин

# 1. Гипотеза Луи де Бройля. Свойства волн де Бройля

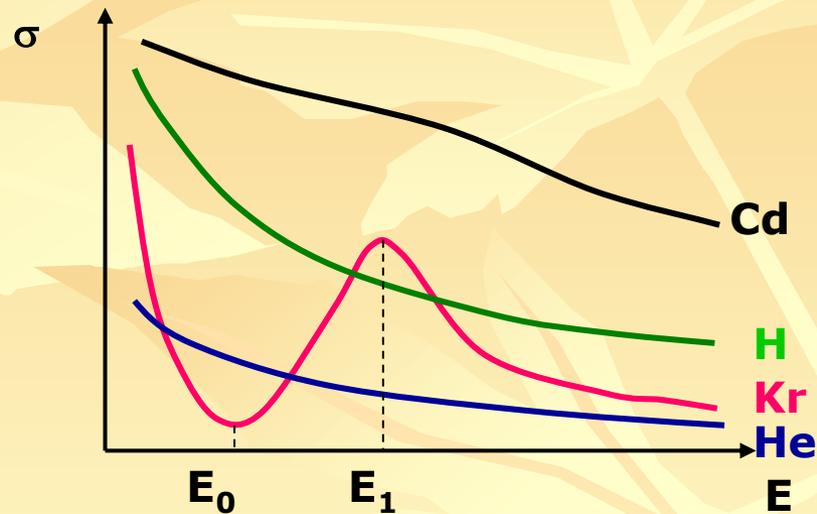
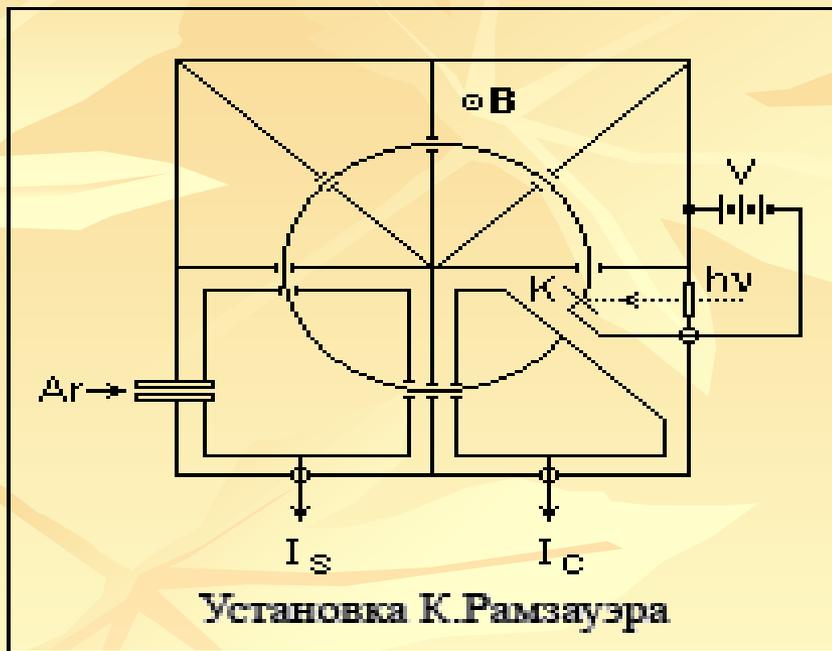
Начало XX века

## А) Корпускулярно- волновой дуализм излучения Эйнштейн (1905)



**Б) Опыты с пучками частиц (электронов), в которых были обнаружены эффекты, имеющие сходство с оптическими явлениями волнового характера**

*Эффект Рамзауэра – Таунсенда (1921)*



Зависимость эффективного сечения рассеяния электронов от их кинетической энергии

Длина свободного пробега электрона много больше размеров аппарата. Камера заполнена аргоном. Источником электронов является фотокатод К, освещаемый извне. Подбирая длину волны света, можно получить электроны очень малой энергии. Электроны ускоряются разностью потенциалов  $V$  между фотокатодом и первой щелью. Потенциал катода отрицательный, корпус установки заземлен. Для более точного задания энергии электронов использовано магнитное поле индукции  $B$ .

# Гипотеза де Бройля (1923)



Луи де Бройль высказал идею о том, что частицы вещества обладают **и корпускулярными, и волновыми** свойствами.

**Луи де Бройль**  
(Louis-Victor-Pierre-Raymond,  
7ème duc de Broglie)  
1892 – 1987  
Нобелевская премия по физике  
1929

**«Каждое движущееся тело сопровождается волной..., невозможно разделить движение тела и распространение волны».**

**«Дифракционные явления обнаружатся и в потоке электронов, проходящих сквозь достаточно малое отверстие. Быть может, экспериментальное подтверждение наших идей следует искать именно в этом направлении»**

**Частице, свободно движущейся с постоянной скоростью ,  
соответствует плоская монохроматическая волна  
(фазовая волна, волна вещества ли волна де Бройля)**

$$\Psi = \Psi_0 \exp[i(\vec{k} \vec{r} - \omega t)]$$

$$|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

**Формулы де Бройля**

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}$$

$$E = \hbar \omega$$

**Параметры и характеристики  
состояния движения  
микрообъекта как частицы**

Масса  $m$  ,

Заряд  $q$  ,

Скорость  $\vec{v}$  ,

Импульс  $\vec{p}$  ,

Энергия  $E$  ,

Положение в пространстве  $\vec{r}(t)$

**Параметры и характеристики  
состояния свободного движения  
микрообъекта как волны**

Волновая функция

$$\Psi(\vec{r}, t) = \Psi_0 \exp\left[-\frac{i}{\hbar}(Et - \vec{p}\vec{r})\right]$$

Длина волны де Бройля

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Фазовая скорость

$$v_{\phi} = \frac{\omega}{k} = \frac{E}{p} = \frac{c^2}{v} > c$$

Групповая скорость

$$v_{gp} = \frac{d\omega}{dk} = \frac{dE}{dp} = v$$

## 2 Статистическая интерпретация волновой функции

Волны де Бройля заполняют всё пространство и существуют неограниченное время. С другой стороны, микрочастицы сохраняют свои корпускулярные свойства

### Волновой пакет

Так как  $v_{gp} = v$ , то

$$\Psi(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\vec{k}) \exp\{-i[\omega(k)t - \vec{k}\vec{r}]\} d\vec{k}$$

$A(\vec{k}) \neq 0$  для  $\vec{k}$  из  $(\vec{k}_0 - \Delta\vec{k}; \vec{k}_0 + \Delta\vec{k})$

### Частицы первичны, а волны представляют их образования

Среда должна быть достаточно плотной, ведь о волнах в среде частиц имеет смысл говорить только тогда, когда среднее расстояние между частицами очень мало по сравнению с длиной волны

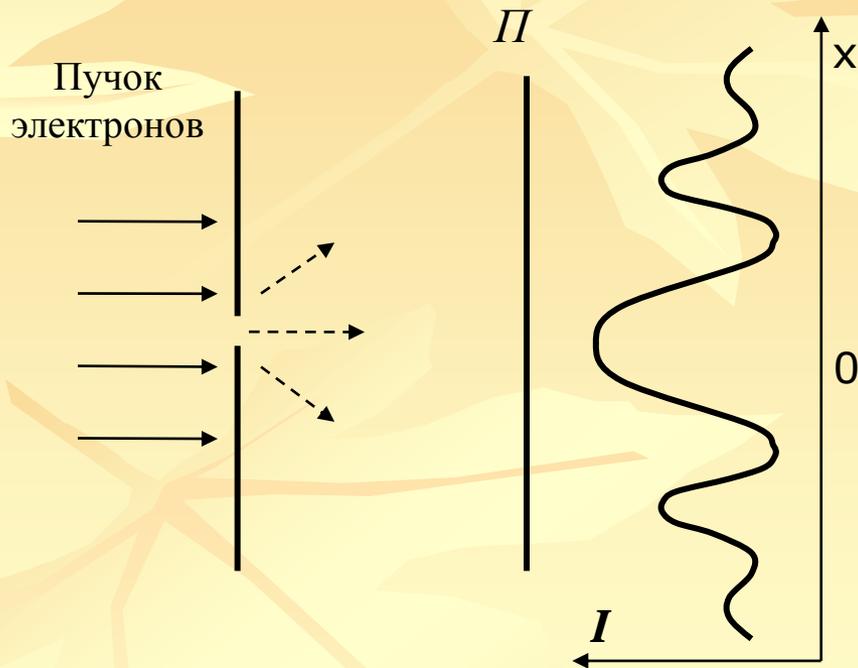
### Причина несостоятельности идеи

Так как  $v_{\phi} = \frac{E}{p} = \frac{c^2}{v} = f(p)$ , пакет должен быстро расплываться ( $\tau \sim 10^{-21}$  с).

Волновые свойства частиц не исчезают и при малых интенсивностях падающих пучков. **Опыты Бибермана–Сушкина – Фабриканта**

## Оптико-механическая аналогия (дополнительные проявления)

### Схема опыта по дифракции электронов



В опытах по дифракции электронов при падении на фотопластинку  $\Pi$  одной частицы дифракционной картины не возникает, каждый отдельный электрон вызывает почернение фотопластинки на небольшом участке. Всю дифракционную картину можно получить только в результате попадания на пластинку большого числа частиц.

- Электрон никогда не попадает на тот участок фотопластинки, где должен быть минимум дифракционной картины. Он может оказаться только вблизи положения дифракционных максимумов. При этом нельзя заранее указать, в каком конкретном направлении полетит данная конкретная частица.



**1926: Макс Борн** предложил **вероятностно-статистическое** толкование природы волн, связанных с микрочастицами

**Макс Борн** (нем., брит.)  
11.12.1882 – 05.01.1970  
Нобелевская премия 1954

*Закономерность распределения микрочастиц в пространстве можно установить только для большого числа частиц*

*Для одной частицы можно определить только **вероятность** попадания в определенную область*

*Вероятность попадания электрона в некоторую точку пространства прямо пропорциональна интенсивности соответствующей волны де Бройля, то есть квадрату амплитуды волнового поля в данном месте*

$$w(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \Psi^*(\vec{r}, t) \cdot \Psi(\vec{r}, t)$$

плотность вероятности обнаружить частицу в точке пространства  $\vec{r}$  в момент времени  $t$

$$dw(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 \cdot dV$$

вероятность обнаружить частицу в элементарном объёме  $dV$

в окрестности точки  $\vec{r}$  в момент времени  $t$

$$\int_{V \rightarrow \infty} |\Psi(\vec{r}, t)|^2 dV = 1$$

условие нормировки волновой функции

*3. Экспериментальное подтверждение  
волновой природы микрочастиц.  
Опыты Дэвиссона и Джермера (1927)*



**Клинтон Дэвиссон (амер.)  
(Clinton Joseph Davisson)  
1881 – 1958**

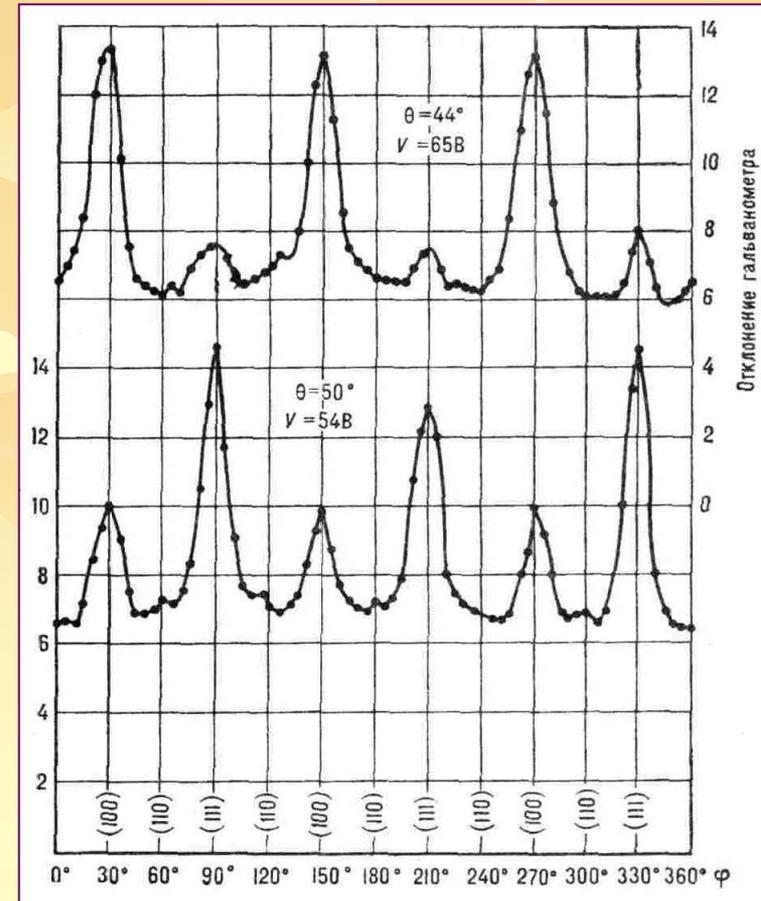
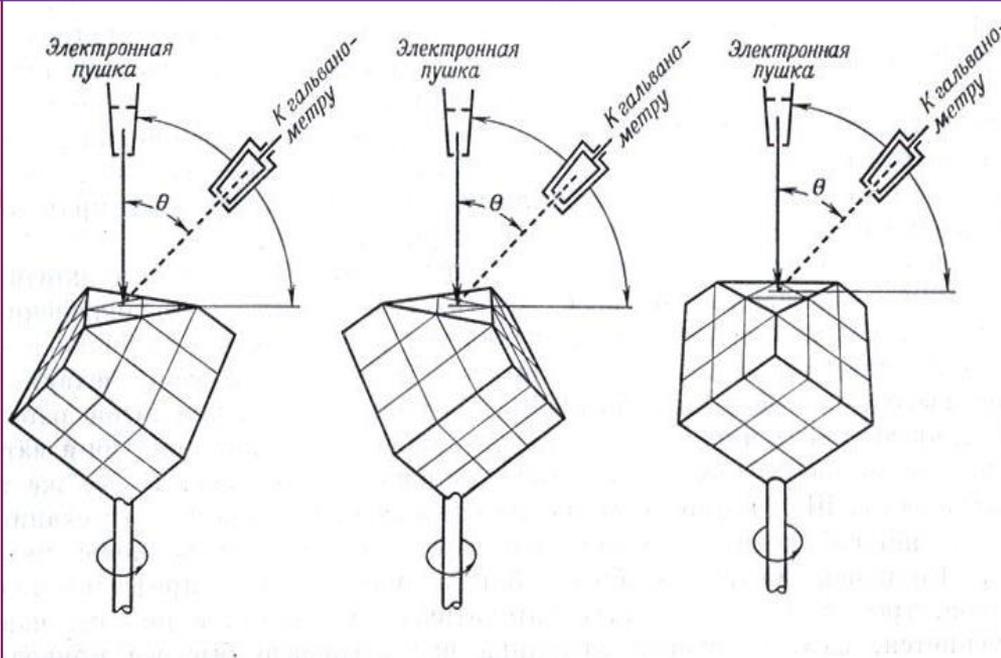
**Нобелевская премия по физике  
1937**



**Лестер Джермер (амер.)  
(Lester Halbert Germer)  
1896 – 1971**

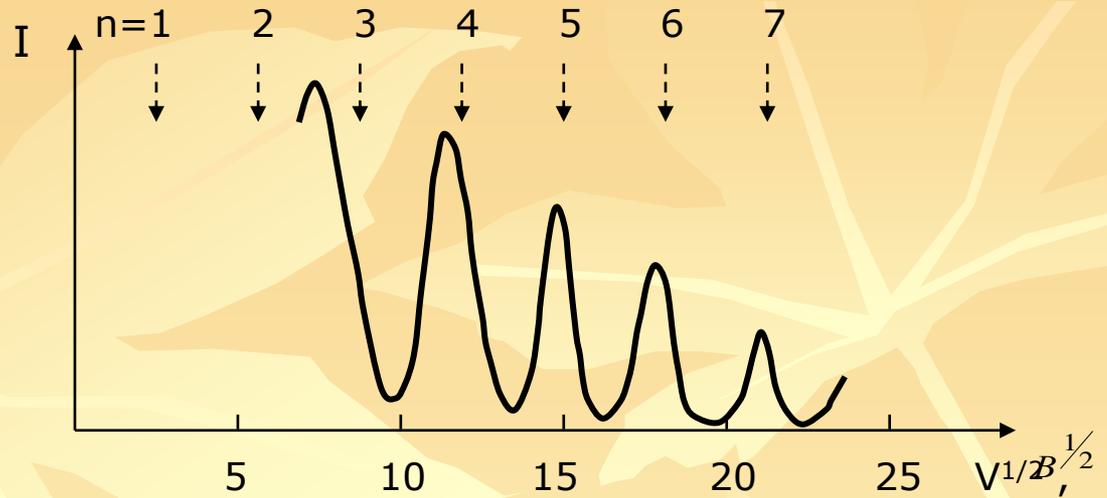
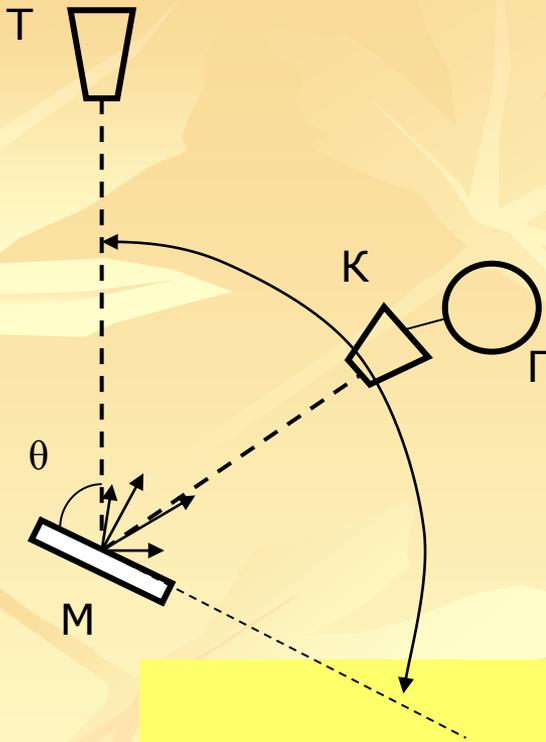
# Опыт Дэвиссона и Джермера

В опытах измерялась интенсивность рассеянного кристаллом электронного пучка в зависимости от угла скольжения  $0 < \theta < 90^\circ$ , от азимутального угла  $0 < \varphi < 360^\circ$ , от скорости  $v$  электронов в пучке. Обнаружена ярко выраженное чередование *максимумов и минимумов интенсивности* пучков рассеянных электронов.



$$2d \sin \theta = n\lambda, \quad n = 1, 2, \dots$$

# Анализ результатов опыта Дэвиссона-Джермера



Зависимость интенсивности отраженного электронного пучка  $I$  от  $\sqrt{V}$  для кристалла никеля ( $\theta = 80^\circ$ ,  $d=0,203$  нм)

Условие максимума дифракции  
(формула Вульфа-Брэгга)

$$2d \sin \theta = n\lambda$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2m_e eV}} = \frac{1,226}{\sqrt{V}} \text{ (нм)}$$

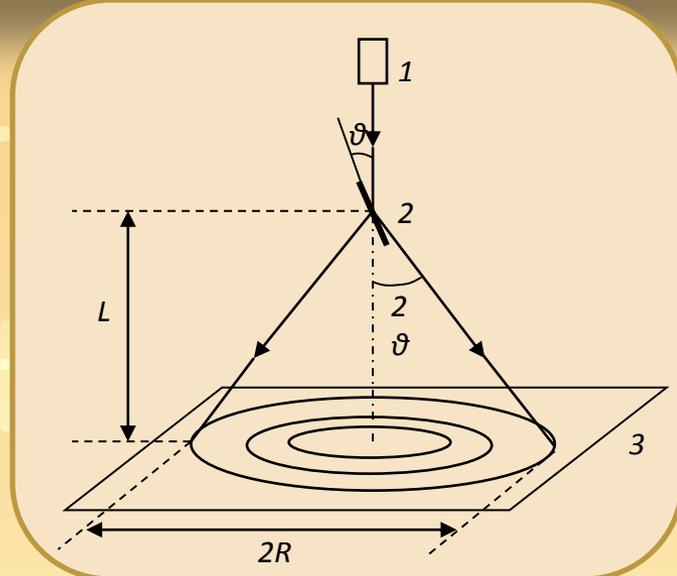
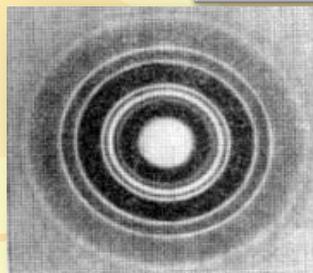
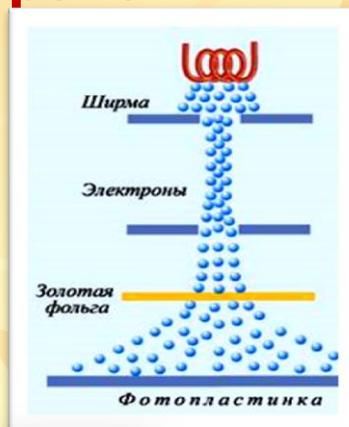
Положение максимумов дифракции определяется из условия

$$\sqrt{V} = \frac{h}{2d \sin \theta \sqrt{2m_e}} n$$

С учетом преломления волн де Бройля в кристалле ( $\mu$  – показатель преломления):

$$2d \sqrt{\mu^2 - \cos^2 \theta} = n\lambda$$

# Опыты Дж.П.Томсона (1927) по дифракции электронов



$$R = L \cdot \operatorname{tg} 2\theta$$

В нерелятивистском приближении

$$\lambda'_{\text{Бр}} = \frac{h}{\sqrt{2mT}} = \frac{h}{\sqrt{2meV}}$$

В релятивистском приближении

$$\lambda_{\text{Бр}} = \frac{h}{\sqrt{2meV \left( 1 + \frac{eV}{2mc^2} \right)}} = \frac{\lambda'_{\text{Бр}}}{\sqrt{1 + \frac{eV}{2mc^2}}}$$

**Джордж П. Томсон (англ.)**

**(Sir George Paget Thomson)**

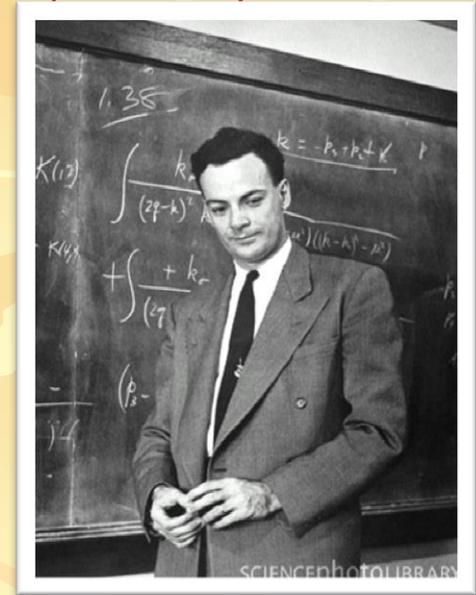
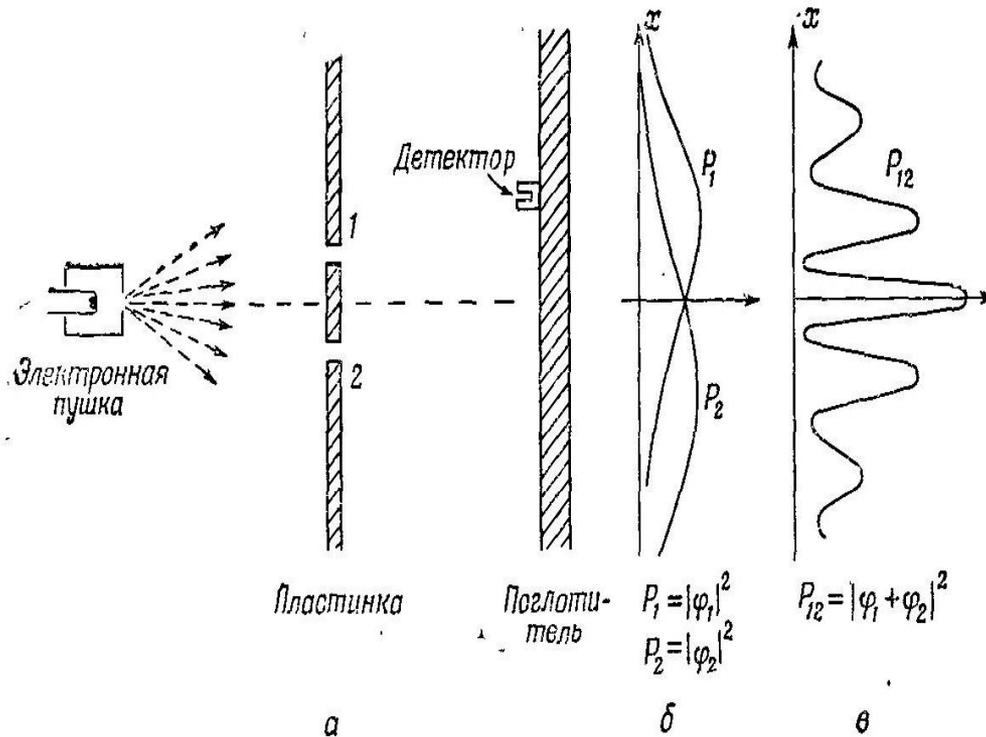
1892 – 1975

Сын Дж.Дж. Томсона

Нобелевская премия по физике  
1937

# Дифракция электронов на двух щелях (мысленный эксперимент, 1963)

Через какую щель проходит электрон?



Ричард Фейнман (амер.)  
(Richard Phillips Feynman)

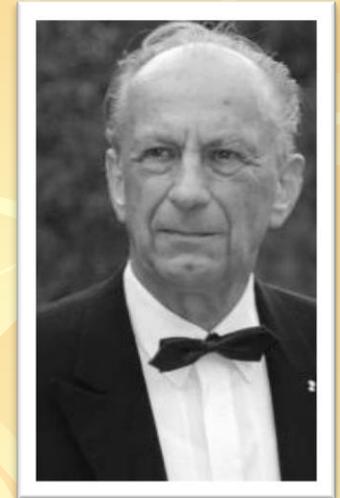
1918 – 1988

Нобелевская премия  
по физике 1965

Если закрыть одну из щелей, на которые падает поток электронов, то мы сможем наблюдать одну из кривых плотности вероятности распределения электронов на экране -  $P_1$  или  $P_2$ . При обеих открытых щелях кривая зависимости плотности вероятности от координаты  $P_{12}$  будет иной и - не будет суммой двух первых кривых.

# Дифракция электронов на двух щелях (эксперимент 1961)

Обсуждая мысленный эксперимент, Фейнман предложил организовать “наблюдение” за электроном. Для определения его положения используется помещенный за щелями источник света  $S$ . Электрон должен рассеивать свет, и по тому, у какой щели мы увидим вспышку, мы, вроде, можем судить о том, через какую из них он пролетел.



Клаус Йонссон (нем.)  
(Claus Jönsson)

р. 1930

*Фейнман: “Должно быть, электроны - вещь очень деликатная; свет, рассеиваясь на электронах, толкает их и меняет их движение”.*

**Самое важное это то, что каким-то загадочным образом влияние акта измерения оказывается связанным с его точностью. При увеличении длины световой волны точность определения положения электрона уменьшается.**

*Фейнман: “Невозможно соорудить аппарат для определения того, через какое отверстие проходит электрон, не возмущая электрон до такой степени, что интерференционная картина пропадает.”*

## 4. Соотношения неопределённостей Гейзенберга

Движущейся частице можно поставить в соответствие волновой пакет

Если пакет локализован в области пространства размерами  $\Delta x, \Delta y, \Delta z$  то волновые числа  $k_x, k_y, k_z$  волн, необходимых для формирования этого пакета, не могут занимать сколь угодно узкие интервалы  $\Delta k_x, \Delta k_y, \Delta k_z$

Для этих интервалов существуют ограничения:

$$\Delta x \Delta k_x \geq 2\pi,$$

$$\Delta y \Delta k_y \geq 2\pi,$$

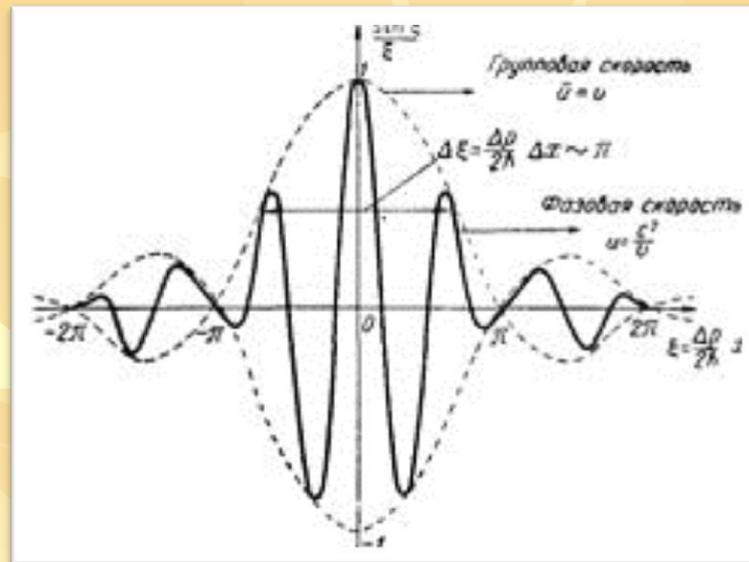
$$\Delta z \Delta k_z \geq 2\pi$$

Умножим обе части неравенств на  $\hbar$ :

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar$$

$$\Delta y \Delta p_y \geq \hbar,$$

$$\Delta z \Delta p_z \geq \hbar.$$



Соотношения неопределённостей Гейзенберга (1927)

$$\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$$

Как их трактовать?

**5. Физическая сущность корпускулярно-волнового дуализма .  
Оптико-механическая аналогия**

**”...Необходимо создать новую механику волнового характера, которая будет относиться к старой механике как волновая оптика к геометрической оптике”**

**Л. де Бройль, «Революция в физике»**

<b>Геометрическая оптика</b>	<b>Волновая оптика</b>	<b>Классическая механика</b>	<b>Квантовая (волновая) механика</b>
$\lambda \ll L$	$\lambda \approx L$	$\lambda_{\text{Бр}} \ll L$	$\lambda_{\text{Бр}} \approx L$

## **Вопросы и задания для самоконтроля**

- 1. Составьте самостоятельно 15 – 20 вопросов, касающихся основного содержания темы 4.**
- 2. Предложите их для самоконтроля товарищу по группе, а сами ответьте на подготовленные им вопросы.**
- 3. Обсудите совместно качество подготовленных вопросов и ответов на них.**

**Агата Кристи:** *«Делать вид, что ты что-то знаешь, труднее, чем это узнать»*



**В.О. Ключевский:** *«Науку часто смешивают с знаниями. Это грубое недоразумение. Наука есть не только знание, но и сознание, т.е. умение пользоваться знанием как следует»*



**Желаю успешного применения знаний на практических, лабораторных занятиях и в ходе компьютерного тестирования!**

# Задания

## Тема 4

- ❖ Какова скорость электрона, ускоренного электрическим полем разностью потенциалов 10 В. Оценить его длину волны де Бройля. Оценить длину волны тела массой 1 кг, движущегося со скоростью 5 м/с. Сравните полученные результаты и проанализируйте возможность использования волновых представлений для описания их состояний движения.
- ❖ Эксперименты по дифракции нейтронов, атомов, ионов, молекул
- ❖ В опыте Девиссона и Джермера с монокристаллом никеля установлено, что в направлении, составляющем угол  $55^\circ$  с направлением падающих электронов, наблюдается максимум отражения четвертого порядка при кинетической энергии электронов  $E = 180$  эВ. Определите расстояние между кристаллографическими плоскостями никеля. Как необходимо изменить условия эксперимента, чтобы получить такую же дифракционную картину при  $E=250$  эВ?
- ❖ Оцените кинетическую энергию нуклона в ядре атома углерода. Диаметр ядра равен приблизительно  $3 \cdot 10^{-15}$  м. Покажите, используя соотношения неопределенностей, что в ядре атома не могут находиться электроны (скорость электрона в атоме оцените на основе теории Бора).