

О РОЛИ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ В ОБРАТНЫХ ЗАДАЧАХ ОПТИКИ ГРУБОДИСПЕРСНЫХ АЭРОЗОЛЕЙ

А. П. Гриценко и Г. Д. Петров

Показано, что если значение оптической толщины среды превышает 0.15 в обратных задачах теории рассеяния, необходим учет многократных процессов.

1. При решении обратных задач оптики грубодисперсных сред обычно [1, 2] исходят из предположения однократности рассеяния. Но в силу некорректности обратной задачи [3], даже относительно малые отклонения от принятой модели приводят к значительным ошибкам восстановления функции распределения частиц взвеси по размерам [4, 5]. Одним из явлений, искажающих измеряемое световое поле, является многократное рассеяние.

Настоящая работа посвящена определению интенсивности многократно рассеянного излучения и оценке условия применимости модели однократного рассеяния. Предполагается, что рассеивающая среда состоит из сферических частиц с параметром $\rho = 2\pi a/\lambda \gg 1$ (a — радиус частиц, λ — длина волны зондирующего излучения) и образует плоский слой оптической толщины $\tau \ll \tau_p$ (τ_p — оптическая толщина слоя, для которого реализуется глубинный режим излучения). Зондирующее излучение является параллельным монохроматическим потоком, нормальным к плоскости раздела; преломление и отражение на границе пренебрежимо мало, источники излучения в слое отсутствуют.

Поскольку $\rho \gg 1$, определение интенсивности рассеянного слоем излучения традиционным для теории переноса путем разложения угловых функций в ряды по сферическим гармоникам [6] приводит к математическим трудностям [7, 8]. Однако для небольших τ в прошедшем излучении существенно лишь рассеяние невысоких порядков [9], а решение уравнения близко к малоугловому приближению этого решения [10, 11]. Поэтому интенсивность рассеянного излучения может быть определена в виде суммы по кратности рассеяния без разложения угловых функций в ряды.

2. Уравнение переноса в малоугловом приближении [10] есть

$$\frac{\partial I(z, \mu)}{\partial z} + \alpha I(z, \mu) = \sigma \int_{-1}^1 x(\mu, \mu') I(z, \mu') d\mu'; \quad (1)$$

граничное условие запишем в виде

$$I(z=0, \mu) = \delta(\mu-1), \mu > 0. \quad (2)$$

Здесь σ , α — объемные коэффициенты рассеяния и ослабления; z — расстояние от передней границы слоя; $\mu = \cos \theta$, θ — угол рассеяния;

$x(\mu, \mu') = \int_0^{2\pi} x(\cos \gamma) d\varphi$, где $x(\cos \gamma)$ — индикатриса рассеяния элементарного объема, $\cos \gamma = \mu\mu' + \sqrt{(1-\mu^2)(1-\mu'^2)} \cos(\varphi - \varphi')$, φ — азимут; $I(z, \mu)$ — интенсивность излучения; $\delta(x)$ — дельта-функция; интенсивность падающего потока принята равной единице.

Решение ищем в виде

$$I(z, \mu) = \sum_{k=0}^N I_k(z, \mu), \quad (3)$$

где k — кратность рассеяния.

Рассмотрим интенсивность k -кратно рассеянного излучения $I_k(z_1, \mu)$, падающего под углом Θ на тонкий слой толщины Δz с координатой z_1 . На выходе из слоя интенсивность в этом направлении изменится на величину $\Delta I_k(z_1, \mu)$, что обусловлено уменьшением $I_k(z_1, \mu)$ за счет рассеяния под углами $\Theta' \neq \Theta$, и увеличением за счет рассеяния в слое под углом Θ излучения $I_{k-1}(z_1, \mu')$. Записывая уравнение баланса энергии для $(k+1)$ -кратно рассеянного излучения внутри слоя [6], получим

$$\frac{\partial I_{k+1}(z, \mu)}{\partial z} + \alpha I_{k+1}(z, \mu) = \sigma \int_{-1}^1 x(\mu, \mu') I_k(z, \mu') d\mu' \quad (4)$$

с граничным условием

$$I_k(z=0, \mu) = \begin{cases} \delta(\mu-1), & k=0, \\ 0, & k \neq 0, \end{cases} \quad \mu > 0. \quad (5)$$

Решение системы (4), (5) будем искать в виде

$$I_k(z, \mu) = Q_k(z) f_k(\mu), \quad (6)$$

где $f_k(\mu)$ — индикатриса k -кратно рассеянного излучения, удовлетворяющая условию нормировки

$$\int_{-1}^1 f_k(\mu) d\mu = 1, \quad (7)$$

а $Q_k(z)$ есть отношение интенсивности k -кратно рассеянного по всем направлениям излучения к интенсивности падающего потока.

Подставляя (6) в (4) и разделяя переменные, получим

$$\frac{1}{\sigma Q_k(z)} \left[\frac{dQ_{k+1}(z)}{dz} + \alpha Q_{k+1}(z) \right] = \frac{1}{f_{k+1}(\mu)} \left[\int_{-1}^1 x(\mu, \mu') f_k(\mu') d\mu' \right] = \text{const}.$$

Отсюда

$$\text{const } f_{k+1}(\mu) = \int_{-1}^1 x(\mu, \mu') f_k(\mu') d\mu', \quad (8)$$

$$\frac{dQ_{k+1}(z)}{dz} + \alpha Q_{k+1}(z) = \text{const } \sigma Q_k(z). \quad (9)$$

Из (7) $\text{const} = 1$, поэтому

$$f_{k+1}(\mu) = \int_{-1}^1 x(\mu, \mu') f_k(\mu') d\mu', \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (10)$$

[по определению $f_0(\mu) \equiv \delta(\mu-1)$].

Решая уравнение (9) для $Q_{k+1}(z)$ с учетом (5), находим

$$Q_k(z) = \frac{(\sigma z)^k}{k!} \exp(-\alpha z), \quad k=0, 1, 2, \dots \quad (11)$$

Зависимость интенсивности k -кратно рассеянного по всем

τ	Q_0	Q_1	$p_1, \%$	Q_2	$p_2, \%$	Q_3	$p_3, \%$
0.05	0.9512	0.0476	97.52	0.0012	2.44		
0.10	0.9050	0.0905	95.26	0.0045	4.74		
0.15	0.8607	0.1291	92.69	0.0097	6.95	0.0048	0.35
0.30	0.7405	0.2221	85.6	0.0333	12.8	0.0033	1.3
0.50	0.6065	0.3033	77.1	0.0758	19.26	0.0126	3.2
1.00	0.3679	0.3679	58.2	0.1839	29.1	0.0613	9.7
2.00	0.1353	0.2707	31.3	0.2707	31.3	0.1804	20.9

Решение в виде (3) удовлетворяет (1) с точностью до малых членов высокой кратности рассеяния.

Таким образом, определение поля рассеянного излучения, описываемого системой (1), (2), сведено к вычислению небольшого числа членов суммы

$$I(z, \mu) = \sum_{k=1}^N Q_k(z) f_k(\mu), \quad (12)$$

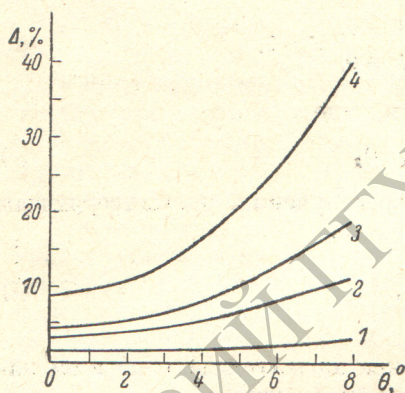
в которой $f_k(\mu)$ и $Q_k(z)$ заданы выражениями (10), (11).

При известных коэффициентах A_n разложения полидисперсной индикатрисы в ряд по полиномам Лежандра $P_n(x)$

$$x(\cos \gamma) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n P_n(\cos \gamma) \quad (13)$$

из (10), (13) с точностью до нормировки (7) можно записать

$$f_k(\mu) \sim \sum_{n=0}^{\infty} (2n+1) \left[\frac{A_n}{2n+1} \right]^k P_n(\mu). \quad (14)$$



Зависимость доли многократно рассеянного излучения Δ от угла рассеяния θ при разных оптических толщинах τ .

1 — 0.1, 2 — 0.3, 3 — 0.5, 4 — 1.0.

Заметим, что для монодисперсной среды выражение, аналогичное (14), получено исходя из приближенной теории дифракции [12].

3. Соотношения (10)–(12) позволили определить относительную величину интенсивности многократно рассеянного излучения. В качестве модели использовалось распределение Cl [13] с параметрами $N=100 \text{ см}^{-3}$, $\alpha=1.637 \cdot 10^{-4} \text{ см}^{-1}$, $r_m=4 \text{ мкм}$, где N , α , r_m — параметры распределения. В таблице представлены результаты расчетов величин $Q_k(\tau)$, $p_k(\tau)$, $T(\tau)$ для различных $\tau=\alpha d$ (d — толщина рассеивающего слоя). Здесь

$T = \sum_{k=1}^N Q_k(\tau)$ — полная интенсивность рассеянного излучения, $p_k(\tau) = Q_k(\tau)/T$ — доля k -кратного рассеяния в полной интенсивности рассеянного излучения. Из таблицы видно, что с увеличением τ доля однократно рассеянного излучения уменьшается, а вклад многократного рассеяния увеличивается.

Зависимость от угла θ отношения интенсивности многократно рассеянного излучения к полной интенсивности рассеяния

$$\Delta(\tau, \theta) = \frac{\sum_{k=2}^N I_k(\tau, \theta)}{\sum_{k=1}^N I_k(\tau, \theta)} = \frac{I_{\text{мн}}}{I_1 + I_{\text{мн}}}$$

направлениям излучения Q_k от оптической толщины τ

Q_1	$p_1, \%$	Q_3	$p_3, \%$	Q_5	$p_5, \%$	Q_7	$p_7, \%$	T
0.0016	0.4							0.0418
0.0153	2.4	0.0031	0.5					0.0950
0.0902	10.43	0.0361	4.2	0.0120	1.4	0.0034	0.5	0.1393
								0.2595
								0.3935
								0.6321
								0.8647

приведена на рисунке. Видно, что влияние многократного рассеяния значительнее на «крыльях» индикатрисы.

Поскольку при решении обратной задачи методом малых углов ^[1] погрешность определения $I_1(\theta)$ не должна превышать 3÷5% ^[4, 5], видно, что при восстановлении функций распределения типа С1 ^[13] методом малых углов оптическая толщина τ должна быть меньше 0.15. При больших значениях τ необходимо введение соответствующих поправок.

Литература

- [1] К. С. Шифрин. В сб.: Теоретические и прикладные проблемы рассеяния света, 228. «Наука и техника», Минск, 1971.
- [2] К. С. Шифрин, А. Я. Перельман, В. Г. Бахтияров. Опт. и спектр., 20, 692, 1966.
- [3] А. Н. Тихонов, В. Я. Арсенин. Методы решения некорректных задач. «Наука», М., 1974.
- [4] К. С. Шифрин, М. Б. Колмаков. Тр. ГГО, вып. 203, 1967.
- [5] Д. И. Ламден, Л. М. Визель. ТВТ, 12, 685, 1974.
- [6] В. В. Соболев. Рассеяние света в атмосферах звезд и планет. «Наука», М., 1972.
- [7] К. С. Шифрин. Рассеяние света в мутной среде. ГИТТЛ, М.—Л., 1951.
- [8] Н. Л. Цыганов, А. В. Чалый. УФЖ, 13, 1149, 1968.
- [9] M. Graber, A. Cohen. J. Opt. Soc. Am., 65, 1306, 1975.
- [10] M. C. Wang, E. Guth. Phys. Rev., 84, 1092, 1951.
- [11] Л. М. Романова. Опт. и спектр., 13, 819, 1962.
- [12] D. Woodward. J. Opt. Soc. Am., 54, 1325, 1964.
- [13] Д. Дейрменджан. Рассеяние электромагнитного излучения сферическими полидисперсными частицами. «Мир», М., 1971.

Поступило в Редакцию 21 февраля 1978 г