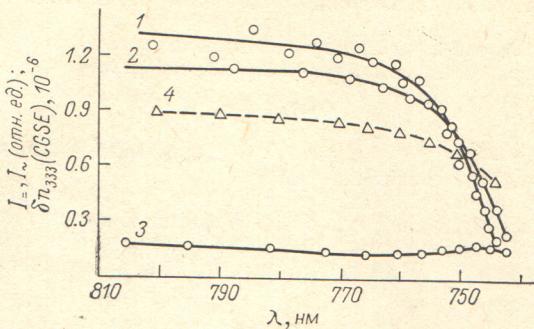


и определяет индуцированное двупреломление. Изменяя  $(\theta + \psi_0)$  (например, с помощью фазовой пластиинки, помещенной перед образцом), можно для одного и того же значения  $\lambda$  получить  $|J_{\sim}|_m$  и  $J_{=1,2}$ , а следовательно, вычислить коэффициент ЛЭЭ.



Дисперсионная зависимость  $|J_{\sim}|_m$  (1),  $J_{=\max}$  (2),  $J_{=\min}$  (3) и  $\delta n_{333}$  (4) для кристалла CdSe.

Таким образом, при экспериментальном изучении ЛЭЭ достаточно использовать дисперсионную зависимость экстремальных значений переменной  $|J_{\sim}|_m$  и постоянной  $J_{=1,2}$  составляющих. На рисунке представлены экспериментальные дисперсионные зависимости  $|J_{\sim}|_m(\lambda)$ ,  $J_{=1}(\lambda)$  и  $J_{=2}(\lambda)$  и вычисленную по этим величинам дисперсионную зависимость нелинейного показателя преломления  $\delta n_{333} = r_{333} n^3$ , где  $r_{333}$  — электрооптический коэффициент, а  $n$  — показатель преломления.

#### Литература

- [1] Ю. В. Шалдин, Ю. В. Писаревский, Ю. С. Мельников. Ж. прикл. спектр., 3, 463, 1965.
- [2] Ю. В. Шалдин. Автореф. канд. дисс., Ногинск, НЦ АН СССР, М., 1966.
- [3] Д. А. Белогуров, Ю. В. Шалдин. Опт. и спектр., 36, 932, 1974.

Поступило в Редакцию 4 июля 1978 г.

## ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН КОЛЬЦЕВОГО ОПТИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С ДИАФРАГМИРОВАННЫМ СФЕРИЧЕСКИМ ЗЕРКАЛОМ И ПРОСТРАНСТВЕННО НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДОЙ

B. Ф. Бойцов

1. Рассмотрим колышевой оптический резонатор с двумя плоскими и одним сферическим зеркалом радиуса  $R$ . Зеркало полагаем полностью отражающим и достаточно большими, чтобы пренебречь дифракцией на них.

Введем прямоугольную систему координат с осями ( $x$ ,  $y$ ,  $z$ ) так, что  $z$  направлен по движению часовой стрелки вдоль оптической оси резонатора,  $x$  перпендикулярен ей и лежит в плоскости осевого контура. Начало отсчета  $z$  находится на сферическом зеркале. На нем расположена круглая гауссова диафрагма  $D$  с эффективным радиусом  $a$ . В выбранной системе координат коэффициент пропускания ее будет

$$T(x, y) = \exp \left\{ - \left( \frac{X^2}{\cos^2 \alpha_0} + Y^2 \right) N \right\}, \quad N = \frac{L}{ka^2}, \quad (1)$$

Здесь  $X, Y = x, y\sqrt{k/L}$ ,  $L$  — длина осевого контура резонатора,  $k$  — волновое число,  $\alpha_0$  — угол между нормалью к сферическому зеркалу и осевым лучом.

Пусть среда  $P$ , длина которой  $l$  и центр поперечного сечения проходит через точку  $z_0$ , обладает комплексным показателем преломления

$$n(x, y) = 1 + \frac{i z_0^{(1)}}{kl} \left[ 1 - (X^2 + Y^2) N_p \right], \quad N_p = \frac{L}{ka_p^2}, \quad (2)$$

где  $a_p$  характеризует эффективный радиус трубы, а  $z_0^{(1)}$  — ее усиление.

2. Функции распределения полей нулевых мод встречных волн у рассматриваемого резонатора можно получить, например, методом интегральных уравнений [1]. Разделение переменных в уравнениях позволяет изучать функции для ортогональных сечений в плоскости  $x$  и  $y$  независимо друг от друга. Рассмотрим вначале функции в сечении  $y$ . Внутри среды  $P$  они с точностью до множителя, несущественного при расчете каустических поверхностей, имеют вид

$$\varphi^{(\pm)}(Y, z') \sim \exp \left\{ -\frac{1}{2} Y^2 q^{(\pm)}(b_1, b_2, z') \right\}, \quad z' = \frac{z}{L}, \quad (3)$$

здесь знак «плюс» соответствует волне, бегущей по часовой стрелке, а «минус» — встречной волне. В приближении короткой трубы, когда  $L \ll l$  и  $z'$  можно положить равным  $z'_0$ , реальная часть комплексной функции  $q^{(\pm)}$  выражается следующим образом:

$$\operatorname{Re} q^{(\pm)}(b_1, b_2, z') = b_1 p_0^2(z'_0) + b_2 N z'_0 (1 - z'_0) \pm (1 - 2z'_0) N, \quad (4)$$

вещественные величины  $b_1$  и  $b_2$  определяются из

$$\left. \begin{aligned} b_1 + i b_2 &= \sqrt{1 - (g_1 + ig_2)^2}, \quad b_1 > 0, \quad \operatorname{sign} b_2 = -\operatorname{sign}(g_1 g_2), \\ g_1 &= g_0 \mp 2z_2^{(1)} N_p N z'_0 (1 - z'_0), \quad g_2 = N - z_2^{(1)} N_p p_0^2(z'_0), \\ p_0^2(z'_0) &= 1 - 2z'_0 (1 - z'_0) (1 - g_0), \quad g_0 = 1 - \frac{L \cos \alpha_0}{R}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Поля в сечении  $x$  определяются формулами, совпадающими с (3)–(5), если в них заменить  $Y \rightarrow X$ ,  $N \rightarrow N/\cos^2 \alpha_0$  и вместо параметра  $g_0$  взять  $g_0 = 1 - L/R \cos \alpha_0$ . Ниже параметр  $g_0$  изменяется в пределах  $(-1, 1)$  и для определенности рассмотрено сечение в плоскости  $y$ .

3. Назовем резонатор устойчивым для данной волны  $(\pm)$  в данной точке  $z'_0$ , если в поперечном направлении поля этой волны экспоненциально спадает. Из (3) следует, что условие устойчивости имеет вид

$$\operatorname{Re} q^{(\pm)}(b_1, b_2, z'_0) \geq 0, \quad (6)$$

где знак равенства определяет границу устойчивости. Если  $N$  и  $N_p = 0$ , то это условие переходит в уже известное из многих работ по теории оптических резонаторов:

$$-1 < g_0 < 1.$$

Рассмотрим теперь ситуацию, когда при извлечении квадратного корня в формулах (5) используется другая аналитическая ветвь. В этом случае условие устойчивости принимает вид

$$\operatorname{Re} q^{(\pm)}(-b_1, -b_2, z'_0) \geq 0, \quad b_1 > 0, \quad \operatorname{sign} b_2 = -\operatorname{sign}(g_1 g_2). \quad (7)$$

С помощью формул (4) и (5) получаем

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} q^{(\pm)}(b_1, b_2, z'_0) &= \operatorname{Re} q^{(\mp)}(b_1, b_2, 1 - z'_0) = \\ &= -\operatorname{Re} q^{(\mp)}(-b_1 - b_2, z'_0). \end{aligned} \quad (8)$$

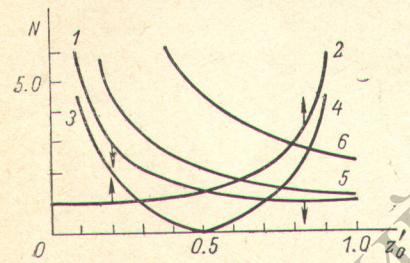


Рис. 1.

Эти важные свойства существенно упрощают анализ условий устойчивости (6) и (7). Чтобы знать все области устойчивости резонатора, достаточно рассчитать лишь одну из границ устойчивости, например у волны, бегущей по часовой стрелке. Для их изображения используем переменные:  $N$ ,  $\varepsilon \equiv 1 - z_2^{(1)} N_p / N$ ,  $z'_0$  и  $g_0$ . На рис. 1 кривая 1 изображает границу устойчивости, рассчитанную на ЭВМ из уравнения

$$\operatorname{Re} q^{(+)}(b_1, b_2, z'_0) = 0 \quad (9)$$

для  $g_0 = 0$  и  $\varepsilon = 0$ . Область устойчивости находится под этой кривой, что условно показано стрелками вниз. Кривая 2, зеркально симметричная кривой 1 относительно прямой  $z'_0 = 0.5$ , согласно свойствам (8), есть граница устойчивости  $\operatorname{Re} q^{(+)}(-b_1, -b_2, z'_0)$ , определяемая из условия устойчивости (7). Как следует из формул (6)–(8), область устойчивости в данном случае находится над кривой 2, что условно показано стрелками вверх. Для определения областей устойчивости встречной волны, надо, согласно (8),  $z'_0$  заменить на  $1 - z'_0$ . Из рис. 1 видно, что, выбирая  $z'_0$  на промежутке  $0.5 \div 1.0$  и  $N$  в области, ограниченной кривыми 1 и 2, резонатор для волны «+» неустойчив, а для встречной — устойчив. Следует ожидать, что потери этих волн различны и использование такого резонатора может привести к односторонней генерации в кольцевом лазере.

Конфокальный резонатор не является благоприятным для наблюдения невзаимности устойчивости встречных волн, поскольку она возникает лишь при  $N \geq 1$ . На рис. 1 для сравнения нанесена взятая из работы [3] кривая 3, в которую переходит граничная кривая 1 у резонатора с плоскими зеркалами ( $g_0 = 1$ ,  $\varepsilon = 0$ ; при изменении  $z'_0$

от 0.5 до 1.0 ( $N=0$ ), кривая 2 соответственно переходит в кривую 4. Здесь же показаны границы устойчивости конфокального резонатора, рассчитанные из уравнения (9) для  $\epsilon=0.5$  (кривая 5) и для  $\epsilon=0.9$  (кривая 6). Если  $\epsilon \rightarrow 1$  ( $N_p \rightarrow 0$ ), то (9) удовлетворяется при  $N \rightarrow \infty$ , что соответствует устойчивости резонатора одновременно для обеих встречных волн (сравни с [2]).

На рис. 2, а нанесены границы устойчивости, полученные из уравнения (9), при разных  $z'_0$  и  $\epsilon$  для  $g_0=0.5$ . У кривой 1  $z'_0=0.1$ , 2 — 0.2 и т. д., кривой 10 соответствует

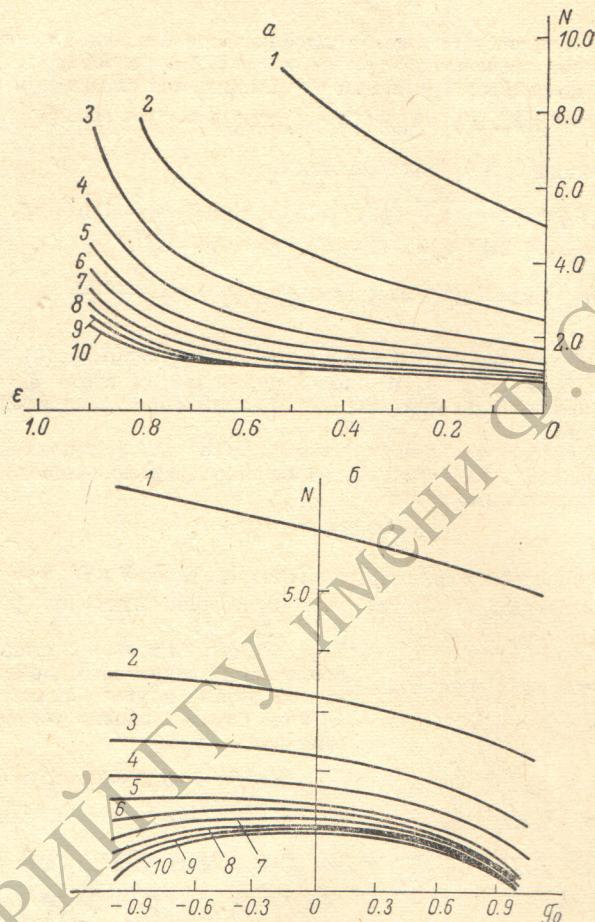


Рис. 2.

$z'_0=1.0$ . Общей асимптотой всех кривых является прямая  $\epsilon=1.0$ . У резонаторов с другими значениями параметра  $g_0$  аналогичные графики качественно носят тот же характер. На рис. 2, б изображены границы устойчивости (9) при разных  $g_0$  и  $z'_0$  для  $\epsilon=0.1$ . Нумерация кривых такая, как на рис. 2, а. При изменении  $\epsilon$  характер кривых качественно не меняется.

Для практических оценок важно знать минимальные значения чисел  $N$ , при которых возможно появление невзаимности устойчивости у встречных волн. Они достигаются, когда  $z'_0=1.0$  и  $\epsilon=0$ . В этом случае уравнение (9) имеет решение

$$N = \sqrt{1 - g_0^2}, \quad (10)$$

которое справедливо также, если  $g_0=\pm 1$ .

Автор благодарит И. Л. Берштейна и Н. И. Калитеевского за ценные замечания и поддержку.

#### Литература

- [1] В. Ф. Бойцов. Опт. и спектр., 43, 734, 1977.
- [2] В. Ф. Бойцов, Т. А. Мурина. Опт. и спектр., 34, 572, 1973.
- [3] В. Ф. Бойцов. Опт. и спектр., 45, 118, 1978.

Поступило в Редакцию 10 июля 1978 г.