

УДК 539.196.01

**РАСЧЕТ ФОРМЫ КОЛЕБАТЕЛЬНО-ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ПОЛОС  
ПОГЛОЩЕНИЯ УГЛЕКИСЛОГО ГАЗА  
МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

A. П. Гальцев и B. B. Цуканов

В классическом приближении при использовании модельного потенциала межмолекулярного взаимодействия проведены расчеты контуров колебательно-вращательных полос поглощения углекислого газа. Исследовано влияние давления и температуры на контур полос без канта и с кантом. Сравнение с имеющимися экспериментальными данными и квантовомеханическими расчетами показывает хорошее совпадение результатов.

Предложенный ранее [1-3] метод статистического моделирования формы колебательно-вращательных полос поглощения позволяет восстанавливать спектральный ход коэффициента поглощения при заданном модельном потенциале межмолекулярного взаимодействия; этот метод был использован для проведения расчетов в системе  $\text{CO}_2 - \text{CO}_2$ .

При достаточно общих предположениях на основании флюктуационно-диссипационной теоремы спектральный коэффициент поглощения легко связать с Фурье-образом релаксационной функции [усредненной по ансамблю возмущающих молекул функции корреляции ( $\Phi_K$ )] дипольного момента поглащающей молекулы  $\Phi_\mu(\tau)$ . Считая колебательное и вращательное движение в молекуле некоррелированными друг с другом,  $\Phi_\mu(\tau)$  можно записать в виде

$$\Phi_\mu(\tau) = \Phi_\mu^v(\tau) \Phi_\mu^r(\tau). \quad (1)$$

Если не учитывать влияние соударений на колебательную энергию молекулы, то роль колебательной  $\Phi_K \Phi_\mu^v(\tau)$  сводится просто к тому, что текущая частота соответствующего спектра будет отсчитываться от частоты колебательного перехода  $\nu_0$ . Вращательная  $\Phi_K \Phi_\mu^r(\tau)$  может быть вычислена в классическом приближении, а при необходимости уточнена введением квантовомеханической поправки [4].

Таким образом, расчет формы колебательно-вращательной полосы для одного конкретного колебательного перехода на частоте  $\nu_0$  сводится к вычислению  $\Phi_\mu^r(\tau)$  и выполнению ее Фурье-преобразования.

На первом этапе решения динамической части задачи необходимо выбрать тип потенциала взаимодействия и связанное с ним максимальное значение прицельного параметра столкновения (из условия, что парное столкновение молекул вызывает набег фазы, превышающий некоторую определенную величину, например, 0,01 рад). Как показала серия проведенных нами расчетов [1, 2], центральная часть полосы малочувствительна к конкретному виду потенциальной функции, а формы крыла полосы близки одна к другой при использовании изотропной части потенциала в виде функций Морзе и Букингема [2]. В связи с тем, что проведение расчетов с потенциалом Морзе требует несколько меньших затрат машинного времени, в данной работе мы использовали именно потенциальную функцию Морзе. Для получения анизотропной части потен-

циала применялась стандартная процедура разложения ориентационной зависимости потенциала по полиномам Лежандра от косинусов углов, характеризующих ориентацию молекул относительно межмолекулярной оси (углы  $\vartheta_1$  и  $\vartheta_2$ ). При этом мы ограничились нулевым и вторым членами разложения. Такая форма анизотропной части потенциала обычно характерна при решении задач о колебательно-вращательной релаксации. Таким образом, использовался потенциал межмолекулярного взаимодействия вида

$$V(R, \vartheta_1, \vartheta_2) = \varepsilon \left\{ \exp[-\alpha(R - R_e)] - 2 \exp\left[-\frac{\alpha}{2}(R - R_e)\right] \right\} \times \\ \times (1 + \gamma \cos 2\vartheta_1)(1 + \gamma \cos 2\vartheta_2). \quad (2)$$

Здесь  $R$  — расстояние между центрами масс молекул; параметры потенциала для системы  $\text{CO}_2-\text{CO}_2$  выбраны следующими:  $\varepsilon/k=190$  К,  $R_e=4.5$  Å,  $\gamma=0.17$ ,  $\alpha=2.66$  Å<sup>-1</sup>,  $k$  — постоянная Больцмана.

Проведенные нами расчеты показали, что для такого потенциала максимальный прицельный параметр, характеризующий столкновение, составляет величину 7 Å, что почти в два раза превышает газокинетический диаметр молекул, равный 4 Å. Параметры молекулы  $\text{CO}_2$  принимались равными: масса  $m=7.3 \cdot 10^{-23}$  г, момент инерции  $I=7.2 \cdot 10^{-39}$  г·см<sup>2</sup>, вращательная постоянная  $B=0.39$  см<sup>-1</sup>.

Усреднение ФК по параметрам столкновений и интервалам свободного пробега проводилось методом Монте-Карло [2,3]. Молекулы моделировались жесткими роторами с непрерывной функцией распределения по частотам вращения, соответствующей распределению молекул по вращательным квантовым числам  $J$

$$P(J) = \frac{2\pi\hbar c B}{kT} (2J+1) \exp\left[-\frac{\hbar^2 J(J+1)}{2IkT}\right], \quad (3)$$

где  $c$  — скорость света,  $T$  — абсолютная температура газа.

Частоты, определяемые значением  $J$  (которое далее уже теряет свою квантовую природу), в  $P$ - и  $R$ -ветвях полосы определяются хорошо известным выражением

$$\nu = \nu_0 + (B' + B'')m + (B' - B'')m^2. \quad (4)$$

В этой формуле вращательные постоянные  $B'$  и  $B''$  относятся соответственно к нижнему и верхнему колебательным уровням, а параметр  $m$  равен  $-J$  для  $P$ -ветви и  $J+1$  для  $R$ -ветви.

В случае  $B'=B''$  полоса не имеет канта и соотношение (3) может быть приближенно заменено классическим распределением по частотам вращения  $\omega$  для жесткого ротора

$$P(\omega) = \frac{I}{kT} |\omega| \exp\left(-\frac{I\omega^2}{2kT}\right). \quad (5)$$

При этом методика расчета формы колебательно-вращательной полосы ничем не отличается от ранее описанной [2].

При наличии канта ( $B' \neq B''$ ) необходимо вводить соответствующую классическую функцию распределения  $P(\omega)$  отдельно для  $P$ - и  $R$ -ветви и находить две ФК дипольного момента  $[\Phi_p^r(\tau)]_P$  и  $[\Phi_p^r(\tau)]_R$ . Положение канта в  $R$ -ветви ( $B < B''$ ) соответствует значению  $m=(B'+B'')/2$  ( $B''-B'$ ). Это накладывает ограничение на максимальное значение возможной частоты свободного вращения для  $R$ -ветви ( $\omega \leq \omega_{\max}$ ).

Расчеты были проведены как для полос без канта при использовании выражения (6) для усреднения ФК по частотам свободного вращения, так и для полос с кантом на примере полосы 4.3 мкм с использованием выражений (3) и (4) с параметрами  $B'=0.3871$  см<sup>-1</sup>,  $B''=0.3902$  см<sup>-1</sup>,  $\nu_0=2349.14$  см<sup>-1</sup> [5] что дает значение  $\nu_{\max}^R=49.1$  см<sup>-1</sup>.

Процедура усреднения с учетом выражений (3) и (4) может быть сведена к следующему. Задается произвольное значение частоты свободного

вращения, затем по формуле (4) находится соответствующее ей значение числа  $J$  в  $P$ -ветви и по формуле (3) соответствующая вероятность  $P_R$ , которая приписывается столкновению для его учета в ФК  $[\Phi_{\mu}^r(\tau)]_R$ . Если выбранное значение  $\omega$  удовлетворяет неравенству  $\omega \leq \omega_{\max}$ , то это же значение частоты свободного вращения с соответствующей вероятностью  $P_R$  используется и для расчета ФК  $[\Phi_{\mu}^r(\tau)]_R$ . Если же  $\omega > \omega_{\max}$ , то соответствующий процесс столкновения при расчете ФК  $R$ -ветви не учитывается. Естественно, что при этом начальные частоты вращения двух сталкивающихся молекул никоим образом не зависят одна от другой.

Поскольку усреднение по интервалам свободного пробега не связано с усреднением по параметрам столкновений, то оказывается возможным проводить расчеты сразу для нескольких значений давления газа.

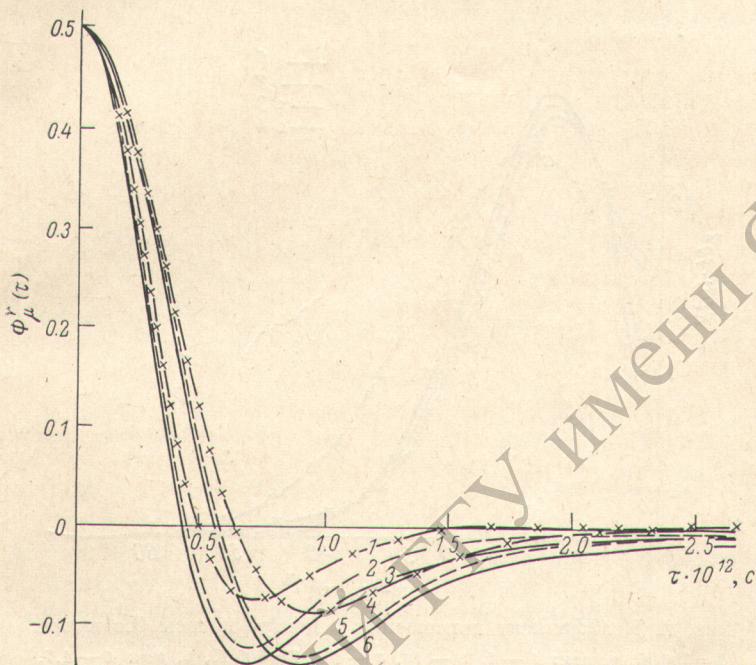


Рис. 1. Функции корреляции дипольного момента.

$T=500$  К,  $p$ , атм: 1 — 50, 2 — 10, 3 — 1;  $T=300$  К,  $p$ , атм: 4 — 85, 5 — 17, 6 — 1.7.

Все вычисления ФК проводились в интервале изменения  $\tau$  от 0 до  $5.1 \cdot 10^{-12}$  с с шагом  $10^{-14}$  с. ФК  $P$ - и  $R$ -ветвей нормировались таким образом, чтобы их суммарное значение при  $\tau=0$  равнялось единице, что соответствует нормировке на единицу интегральной интенсивности полосы. Заметим, что при использовании выражения (5)  $P$ - и  $R$ -ветви оказываются зеркально симметричными относительно колебательной частоты перехода  $\nu_0$  и ФК должна быть нормирована в нуле на 0.5.

Для получения спектральной зависимости коэффициента поглощения  $K(\nu)$  при проведении Фурье-преобразования ФК были использованы спектральные окна шириной 6.5, 13 и 26 см<sup>-1</sup>. Эти значения определяют эффективную разрешающую силу [2].

Для полос без канта вычисления проводились при температурах  $T=300$  К (давления  $p=1.10$  и 50 атм) и  $T=500$  К ( $p=1.7$ , 17 и 83 атм). На рис. 1 приведены соответствующие функции корреляции для всех перечисленных условий. Отчетливо видны смещение минимума ФК по оси времени при изменении температуры газа и деформация ФК при изменении давления. Во всем интервале рассмотренных значений давления ФК имеет отчетливый минимум, что соответствует возможности отделения  $P$ - и  $R$ -ветвей при выполнении Фурье-преобразования.

На рис. 2 показана центральная часть полосы поглощения при тех же температурах, восстановленная с разрешением  $6.5 \text{ см}^{-1}$ . С ростом давления обнаруживается размытие максимума функции  $K(\nu)$ , соответствующее в квантовомеханической модели росту полуширины и перекрыванию отдельных линий поглощения.

На рис. 3 изображены средние значения коэффициента поглощения (с разрешением  $13 \text{ см}^{-1}$ ) в далеком крыле для температур  $300$  и  $500 \text{ K}$  и давления  $1 \text{ атм}$ . Здесь следует отметить, что если в центре полосы зависимость  $K(\nu)$  от давления имеет сложный характер, то в крыле при всех рассмотренных значениях давления наблюдается пропорциональность коэффициента поглощения давлению. Поскольку это является и экспе-

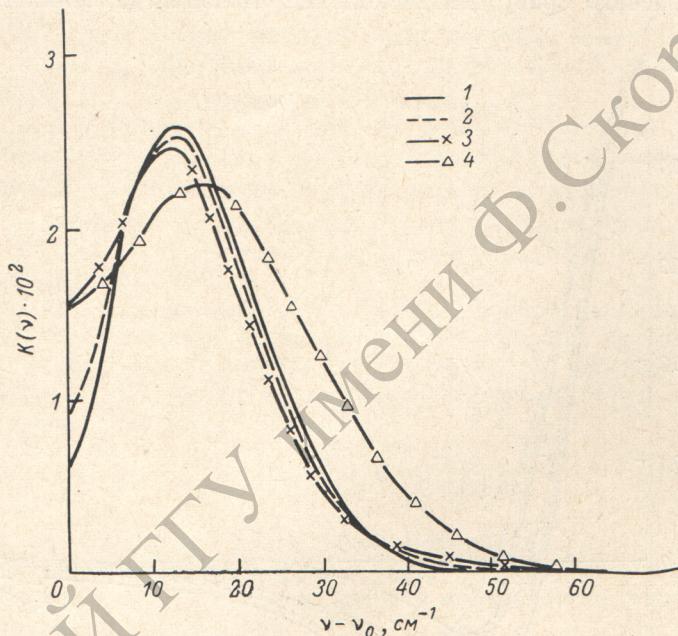


Рис. 2. Коэффициент поглощения в центре полосы без канта.

$T=300 \text{ K}, p, \text{ атм}: 1 - 1, 2 - 10, 3 - 50; T=500 \text{ K}, p, \text{ атм}: 4 - 1.7$ .

риментально проверенным фактом, то можно рассматривать такой результат как дополнительное подтверждение правильности методики и результатов расчета. Зависимость коэффициента поглощения от температуры в крыле полосы не является монотонной, так как, с одной стороны, она обусловлена изменением формы распределения частот свободного вращения, а с другой стороны — проявлением зависимости коэффициента  $K(\nu)$  в крыле от температуры для каждой отдельной фиксированной начальной частоты вращения  $\nu_0^r$  (классический аналог крыла линии поглощения с центром на частоте  $\nu_0^r$ ). В той области частот, где начальное распределение  $P(\omega)$  не оказывается на спектральном ходе  $K(\nu)$ , кривые для разных температур в логарифмическом масштабе достаточно хорошо описываются линейной функцией, а их наклон несколько меняется при изменении температуры. Это обусловлено тем, что с изменением температуры меняется среднее время столкновения молекул (независимо от конкретного вида потенциала взаимодействия). Известен тот факт, что логарифм времени релаксации, которое в конечном счете выражается через среднее время столкновения, пропорционален  $T^{-1/2}$ . Предполагая, что зависимость коэффициента поглощения от температуры можно описать функцией вида  $(T_0/T)^n$  ( $T_0=300 \text{ K}$ ), можно найти показатель  $n$  в этой формуле по результатам нашего расчета. Так как в крыльях полосы, как уже отмечалось [2], наблюдается разброс точек, присущий методу статистических испытаний, то для оценки показателя  $n$  использовался метод наименьших квадратов. При этом принималось, что фактор

$n$  не зависит от частоты  $\nu$ . Полученное таким способом значение  $n$  равно  $1.9 \pm 0.2$ . В работе [5] по измерению коэффициента поглощения за кантом полосы 4.3 мкм  $\text{CO}_2$  было найдено, что  $n=2$ . Эта величина, хотя и несколько выше найденного нами значения, но в пределах разброса совпадает с ним. Однако при сравнении результатов наших расчетов с экспериментальными данными необходимо иметь в виду то, что зависимость поглощения от температуры определяется температурной зависимостью чисто вращательных переходов (то, что получено в наших расчетах) и температурной зависимостью интенсивности колебательного перехода (то, что нами не учитывается). В эксперименте также проявляется влияние «горячих» переходов. Поэтому влияние температуры на коэффициент поглощения может быть различным для разных колебательных полос, что приведет к отличию от найденной нами зависимости. Проведенные Осиповым [8] прямые квантовомеханические расчеты для полосы 4.3 мкм

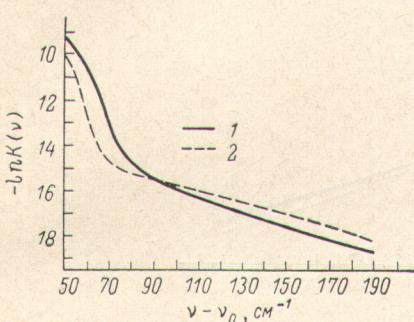


Рис. 3. Коэффициент поглощения в крыле полосы без канта при  $p=1$  атм.  
Т, К: 1 — 500, 2 — 300.

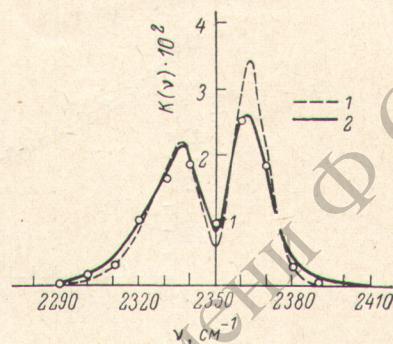


Рис. 4. Коэффициент поглощения в центре полосы 4.3 мкм.  
 $p$ , атм: 1 — 1, 2 — 10,  $T=310$  К. Точки — значения  $S/d$ .

показали, что изменение интенсивности колебательных переходов практически не приводит к изменению коэффициента поглощения за кантом полосы до тех пор, пока не начинают сказываться слабые «горячие» переходы. Таким образом, сопоставление результатов наших расчетов с экспериментальными данными [5] вполне законно. Однако неясно, чем вызвана такая сильная зависимость коэффициента поглощения от температуры. Поглощение в крыльях полосы определяется крыльями сильных линий и поэтому пропорционально их полуширине, а многочисленные измерения показывают, что она в случае  $\text{CO}_2$  приблизительно пропорциональна  $T^{-1}$  (исключением является работа [6], где для  $R$ -ветви полосы 4.3 мкм  $\text{CO}_2$  измерения температурной зависимости полуширины показали, что фактор  $n$  меняется в зависимости от вращательного квантового числа и в среднем равен 1.5, а при малых  $J$  может быть и больше 2). Возможной причиной большого значения  $n$  мы считаем рост относительного числа столкновительных комплексов [3] с уменьшением температуры.

На рис. 4 и 5 приведены результаты, полученные для полосы 4.3 мкм. Отметим, что в отличие от предыдущего случая ФК для  $P$ - и  $R$ -ветвей значительно отличаются одна от другой. Это приводит к асимметрии полосы поглощения, когда спектральное распределение интенсивности в  $P$ - и  $R$ -ветвях уже нельзя описывать единообразно. Сложнее в этом случае и зависимость коэффициента поглощения в центре полосы (рис. 4) от давления. При увеличении давления происходит заметное перераспределение интенсивности ветвей, что может быть истолковано в рамках модели  $P-R$ -диффузии [7]. Полученные при больших давлениях значения  $K(\nu)$  могут быть сравнимы со средним значением интенсивности  $S/d$ , рассчитанным квантовомеханически. При давлении 10 атм наблюдается хорошее соответствие между полученными нами значениями  $K(\nu)$  и значениями  $S/d$ , взятыми из работ [8, 9]. Но наибольший интерес представляет срав-

нение результатов расчета с экспериментальными данными о коэффициенте поглощения за кантом полосы 4.3 мкм. Такое сравнение проведено на рис. 5. На нем нанесены нормированные коэффициенты поглощения, рассчитанные нами и полученные разными авторами на основе экспериментальных данных. Использовались результаты работы [10], где были выполнены расчеты по формуле Бенедикта с параметрами, найденными методом минимизации, по данным [11]. Нанесены также непосредственно данные работы [11] и результаты работы [5] для  $T = 310$  К. Приведенные экспериментальные данные предварительно нормировались на интегральную интенсивность полосы 4.3 мкм, которая принималась равной  $2700 \text{ см}^{-1} \cdot \text{атм}^{-1}$  при нормальных условиях. Как видно из рис. 5, совпадение результатов следует признать очень хорошим, если учесть, что в расчете не применялось ни одного параметра подгонки. Расхождение по абсолютной

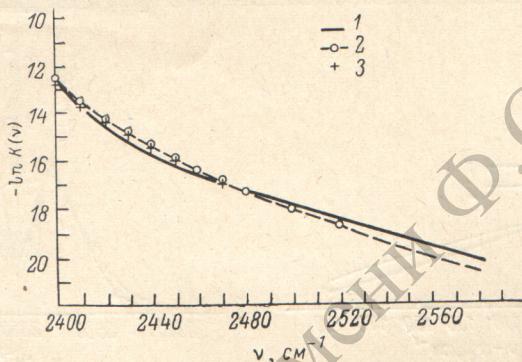


Рис. 5. Коэффициент поглощения за кантом полосы 4.3 мкм.  
1 — результаты расчета авторов, 2 — данные работы [11], 3 — данные работы [5].

величине и по спектральному ходу объясняется тем, что в расчетах использовался потенциал Морзе. Как следует из результатов работы авторов [2], коэффициент поглощения в крыле для потенциала Букингема имеет более плавную зависимость от частоты. Если учесть это обстоятельство, то рассчитанные значения практически попадут на экспериментальные кривые.

Таким образом, предложенный метод статистического моделирования позволяет в классическом приближении при условии правильного задания потенциала межмолекулярного взаимодействия рассчитать контур полосы поглощения, хорошо согласующийся с экспериментально определенным, в том числе в далеких крыльях (учет квантовомеханической поправки [4] позволит распространить результаты в область очень далеких частот  $v - v_0$ ). Если предположить, что форма вращательной полосы не зависит от типа колебательного перехода, то, используя известные интенсивности колебательных переходов, можно применить полученные результаты для расчета спектра поглощения с неразрешенной вращательной структурой.

В заключение отметим, что предложенный метод статистического моделирования при введении некоторых дополнительных предположений может быть применен и для расчета формы полос поглощения более сложных молекул. Результаты таких расчетов будут опубликованы.

С другой стороны, экспериментальные исследования поглощения вдали от центра полосы (лучше всего за кантом с невысоким разрешением, но при больших оптических плотностях) открывают широкие возможности для изучения потенциала межмолекулярного взаимодействия.

#### Литература

- [1] А. П. Гальцев, В. В. Цуканов. В сб.: Теоретическая спектроскопия. Тез. докл. XVIII Всесоюзн. съезда по спектроскопии, 37, М., 1977.
- [2] А. П. Гальцев, В. В. Цуканов. Опт. и спектр., 45, 75, 1978.

- [3] А. П. Гальцев, В. В. Цуканов. Опт. и спектр., 42, 1063, 1977.  
[4] S. Bratov, J. Rios, J. Guissani. J. Chem. Phys., 52, 439, 1970.  
[5] М. О. Буланин. В сб.: Проблемы физики атмосферы. № 13, ЛГУ, Л., 1976.  
[6] L. D. Tibbs, D. Williams. J. Opt. Soc. Am., 62, 284, 1972.  
[7] А. И. Бурштейн, М. Л. Стрекалов, С. И. Темкин. ЖЭТФ, 66, 899, 1974.  
[8] В. М. Осипов. Автореф. канд. дисс., ЛГУ, Л., 1971.  
[9] А. П. Гальцев, В. М. Осипов. Изв. АН СССР, ФАО, 9, 1097, 1973.  
[10] А. П. Гальцев, В. М. Осипов, Т. А. Шереметьева. Изв. АН СССР, ФАО, 9, 1195, 1973.  
[11] D. Vugsh, D. Grunak, P. Patty, C. Bartky. J. Opt. Soc. Am., 59, 267, 1969.

Поступило в Редакцию 1 июня 1978 г.